数学建模学习辅导

数学建模方法与案例

主　编　张万龙　魏　嵬
副主编　马明玥　李宝健

国防工业出版社
National Defense Industry Press

数学建模方法与案例

主　编　张万龙　魏　嵬
副主编　马明玥　李宝健

国防工業出版社
·北京·

内 容 简 介

本书内容共五章，分别为数学建模简介，初等模型，数值分析应用，数学规划模型，统计回归等。全书按照循序渐进，由浅入深的原则，进行合理安排，每章最后一节是以全国大学生数学建模竞赛题为背景的案例。书中实例丰富，并与 Excel、Mathematica、LINGO 等计算机软件紧密结合。每章后都附有一定量的习题，其中部分习题需要上机计算操作得以完成，使学生课后有充分的建模实践的机会。

本书精选了大量难度适中的案例，叙述严谨，可读性强，可作为高等院校各专业本、专科、高职高专"数学建模"课程的教材，也可以作为数学建模竞赛培训以及数学建模课程的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数学建模方法与案例/张万龙，魏嵬主编.—北京：国防工业出版社，2014.1

ISBN 978-7-118-09260-8

Ⅰ.①数...　Ⅱ.①张...　②魏...　Ⅲ.①数学模型—研究　Ⅳ.①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 309185 号

※

国防工业出版社出版发行

（北京市海淀区紫竹院南路 23 号　邮政编码 100048）

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092　1/16　**印张** 11¼　**字数** 260 千字

2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷　**印数** 1—3000 册　**定价** 28.00 元

（本书如有印装错误，我社负责调换）

国防书店：（010）88540777　　发行邮购：（010）88540776

发行传真：（010）88540755　　发行业务：（010）88540717

前　言

目前,有关数学建模方面的教材已经有很多,但普遍是针对重点本科层次的,知识内容较深,不适合初学者使用．近年来,我院以选修课的形式为学生开设了数学建模课,深受广大学生的欢迎,几位编者都是长期从事数学建模课程教学和大学生数学建模指导工作的教师．本书是在编者多年教学实践,并参考有关资料的基础上,专为初学者数学建模课程而编写的．

数学建模课是一门实践性很强的课程,与其他数学类课程相比,具有难度大、涉及面广、对教师和学生要求高的特点．为此,编者在编写过程中对材料进行了精心的挑选,希望通过少而精的内容,启发学生举一反三,掌握数学建模的基本方法和基本过程,为提高学生数学建模能力奠定基础．

本书的编写宗旨是如何应用数学方法和数学软件解决实际问题,故不涉及高深、系统的数学知识,只介绍和引用一些实用的数学理论和方法,注重引导学生将数学和计算机有机结合起来去解决实际问题．

本书共分5章,分别为数学建模简介、初等模型、数值分析应用、数学规划模型、统计回归等．全书按照循序渐进、由浅入深的原则,进行合理安排．书中实例丰富,并与Excel、Mathematica、LINGO等计算机软件紧密结合．每章后都附有一定量的习题,其中部分习题需要上机计算,以使学生课后有充分的建模实践的机会．

本书各章的编写人分别是魏嵬(第1、4章,附录),张万龙(第2、3章)和马明玥(第5章)．全书框架安排、定稿由张万龙、魏嵬承担,统稿工作由魏嵬承担,审稿工作由李宝健承担．

本书各章的内容是相对独立的,读者可以根据需要选择阅读．鉴于编者水平所限,书中难免有错误和不妥之处,恳请读者批评指正．

编者

2014年1月

目　　录

第1章　数学建模简介

近几十年来,随着科学技术的迅速发展和计算机科学的不断进步,数学应用在不断地扩大,早已由物理、力学、工程技术等传统领域扩展到生物、医学、生态、气象、经济、管理、社会学等极其广泛的领域.同时随着国民经济的高速发展,很多企业生产部门涌现了大量的数学定量问题,需要利用数学的工具、数学的思想方法进行研究、处理和解决.

数学建模是把客观实际问题和数学联系起来的纽带.人们通过对实际问题进行调查,收集数据、资料,观察和研究其固有的特征和内在规律,抓住问题的主要矛盾,提出假设,经过抽象简化,建立起反映实际问题的数量关系,即数学模型.建立起来的数学模型是一座座桥梁,将对实际问题用数学思想进行的理论分析和科学研究,应用到实际工作和生活中当,实现对实际问题的优化处理,同时为未来的生产、设计、决策等提供分析和预测.数学建模是一门内容丰富、广泛、实用价值极强的新兴学科.

1.1　认识数学模型

1.1.1　搬运的问题

生活中常常遇到搬运的问题,这里也存在着数学问题.例如:

在 b 米宽的走廊中搬运钢管,走廊尽头有一直角拐弯进入一条 a 米的较窄走廊,要能水平让钢管转过拐弯,则钢管最长不超过多长?若 $a=2,b=3$,7m 长的钢管是否可以通过?

1. 问题分析与建立模型

如图1-1-1所示,设钢管与地面夹角为 ϕ,钢管在走廊尽头拐角处的长度为 $L(\varphi)$,则

$$L(\phi)=CO+OD=\frac{b}{\cos\phi}+\frac{a}{\sin\phi}$$

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\phi}=\frac{b\sin\phi}{\cos^2\phi}-\frac{a\cos\phi}{\sin^2\phi}=\frac{b\sin^3\phi-a\cos^3\phi}{\sin^2\phi\cdot\cos^2\phi}$$

由 $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}\phi}=0$,得 $\phi=\arctan\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$.

将 $\phi=\arctan\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ 代入 $L(\phi)=\frac{b}{\cos\phi}+\frac{a}{\sin\phi}$ 中,得钢管长度的最小值为

$$L\big|_{\phi=\arctan(\frac{a}{b})^{\frac{1}{3}}}=(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$$

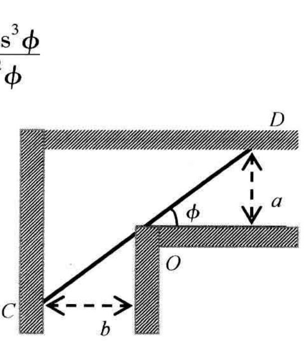

图1-1-1

当 $a=2,b=3$ 时,$L_{\min}=(2^{\frac{2}{3}}+3^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}\approx 7.02348$.

结论:钢管长度若不超过$(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})^{\frac{3}{2}}$,就可过去. 而当 $a=2,b=3$ 时,7m 长的钢管能通过.

2. 利用计算机的图形分析

输入 Mathematica 程序(输出图形如图 1-1-2 所示)

```
Clear[L,a,b,φ]
L=(b/Cos[φ]+a/Sin[φ])/.{a→2,b→3}
Plot[{L,7},{φ,0.5,1},AxesOrigin]→{0.5,7}]
FindMinimum[L,{φ,1}
```

结果:{7.02348,{φ→0.718025}}

说明:当角度 φ 为 0.718025 时,走廊尽头拐角处的最小长度为 7.02348,超出这个长度,钢管无法通过.

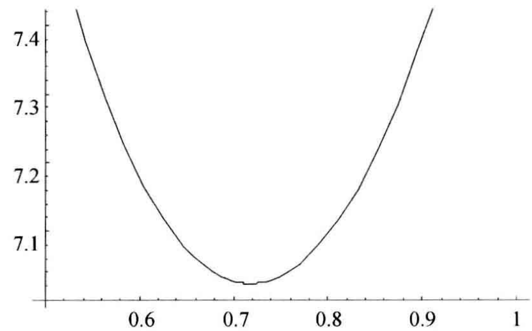

图 1-1-2

由以上案例可以看到,现实世界和实际生活中的很多问题都蕴含着数学问题. 只要多注意观察思考,并学习用数学的思想方法及计算机软件去分析和解决它们,相信它们会给我们的工作和生活带来更多的精彩.

1.1.2 数学建模的有关概念

人们在学习和生活中,为了更好地分析和研究客观对象的内在规律,常常需要设计和抽象出其相应的模型,例如,钢铁厂展览室中的炼钢转炉模型,房地产公司售楼处常见的售楼沙盘,博物馆中飞机、轮船等实物模型. 为了描述事物的某些特征和内在规律,也经常用图表、公式、符号文字的形式来描述事物的模型,如地图、电路图、化学结构式等.

1. 模型

模型是指为了某个特定目的将原型的某一部分信息减缩、提炼而构造的原型替代物. 为了便于利用模型解决问题,需要对原有问题进行简化,分离出该系统的主要特征和要素,从而进一步分析、处理其内在关系,并对实际效果进行观测和分析.

本书主要讨论的是数学模型. 什么是数学模型? 数学模型是为了某种目的,根据特有的内在规律,做出必要的简化假设,运用数字、字母及其他恰当的数学工具,得到的(不)等式、图表等数学结构.

2. 数学建模的方法与步骤

数学建模面临的实际问题多种多样,没有适用一切实际问题的数学建模方法和模式,它与问题的性质、建模的目的等有关. 但在建模过程中大致需要以下几个阶段:

1) 调研

建模前首先要做好建模的准备. 即首先明确建模的目的,了解实际问题的背景,做好对问题深入细致的调查研究,搜集必要的信息如数据等. 模型建立的好坏依赖于对问题的理解和认识的程度.

2）问题的提出

提出问题、将实际问题转化为数学问题是解决问题的关键.问题的提出和转化是面对实际的研究对象，在分析和整理搜集资料的基础上，弄清所研究问题的来龙去脉，抓住问题的本质和主要特征，弄清问题的层次及问题的主要部分和次要部分，确定建模的已知、目标和类型，将实际问题转化为一个比较清晰的数学问题.

3）实际问题的简化假设

实际问题常常是错综复杂且杂乱无章，是质与量、现象与本质、偶然与必然的统一体.如果不对其进行抽象、简化，而把它众多的因素都考虑进去，就无法继续下一步的建模工作，或者建立的模型太复杂，求解困难，影响应用.建模时必须根据建模对象的特征和建模目的，抓住问题的关键和主要因素，忽略其次要的、非本质因素，使之摆脱原型的具体复杂形态，将实际问题进行必要的简化处理，做出合理的、必要的假设.模型假设过于简单或不符合实际，将导致模型错误或无法使用.因此对实际问题做出合理的假设，是建模的基础、前提，是为下一步建立模型服务的.

4）模型建立

根据模型假设，利用适当的数学工具和相关领域的知识，通过联想和创造性思维及严密的推理，最终形成描述所研究对象的数学结构的过程.

建立数学模型需要注意以下几点：

（1）量的分析和处理　根据建模的目的，分析研究对象所涉及的量其内在的关系及它们的地位、作用，分清主次.建模时要注意抓住问题的本质，简化变量间的关系.在研究变量关系时，数据的变换和处理是其重要的方法之一，采用通过数学软件绘图制表，结合变量间的关系进行分析，从而进一步明确变量间的关系.

（2）数学工具的选择　对于变量还要分析其类型，往往对确定型变量，建模时往往采用初等数学、微积分、微分方程、线性规划、非线性规划、投入产出、确定性存贮、网络等数学工具；而对于随机型变量，多用概率论、统计、随机型确定性存贮、排队论等数学工具；对于变量是离散型取值的，往往采用层次分析、模拟等数学工具.数学工具的选择应遵循一个原则：尽量选择简单的数学工具，模型越简单就越便于模型的使用和推广.

（3）建模要有严密的推理　建模时，使用逻辑推理应注意保证其严密性，这样才能保证所推出的数学结构的正确性.

（4）建模须有足够的精度　模型假设虽然忽略了其次要因素，但建立的模型要有足够的精度，既能把问题的本质和内容反映出来，同时又要注意反映现实的真实度.

5）模型的求解

根据不同的模型需采用不同的数学工具求解.利用 Excel、Mathematica、MATLAB、LINGO 等计算机软件，可对模型进行解方程、绘图分析、数字计算、统计分析、优化求解等，有时也要进行高级语言的编程.

6）模型的分析和检验

模型分析是根据建模的目的要求，对模型结果进行数学上的分析，如结果的误差分析、统计分布、模型对数据的灵敏度分析或稳定性分析.

结合实际问题对模型进行合理性分析，把求解结果返回到客观实际中去检验，常常是用实验或问题提供的信息来进行检验，若理论数据与实际数据比较吻合，则可以认为模型

比较成功. 对于预测模型,要检验是否达到了精度的要求. 若考察结果不符合要求,须检查和修改,重新建模.

7）模型应用

数学建模应用十分广泛,越来越受到各行业的普遍重视. 如航天、微电等高技术,电力、化工、冶炼等生产过程最优控制,经济产值及气象、人口的预测以及一些新的交叉学科领域计量经济学、数学地质学等,数学建模几乎是必不可少的工具. 数学建模在科学的决策和计划的统筹安排起着至关重要的作用,对促进科学技术和工农业发展具有重要意义.

以上提出数学建模的几个阶段和步骤,各步之间有着密切的联系,是一个统一体,不能严格分开. 在建模过程中应根据具体情况具体分析,灵活运用,反复运用. 这个过程的流程图如图 1－1－3 所示.

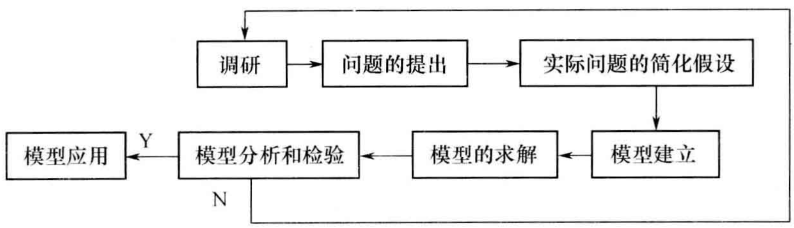

图 1－1－3　建模流程图

1.2　数学建模实例

问题:如何预报人口的增长?

随着人类历史的发展,世界人口迅猛发展,给人类生存的质量和环境带来了诸多问题. 我国是人口大国,有效地控制人口增长,是我国的基本国策,是富国强民的需要. 如何认识人口数量的变化规律,建立人口模型,做出准确的预报,是有效控制人口增长的前提.

模型 1:马尔萨斯人口模型（1798）

二百多年前,英国人口学家马尔萨斯调查了英国一百多年的人口统计资料,见表 1－2－1. 由此得出了人口增长率不变的假设,并据此建立了著名的马尔萨斯人口模型.

表 1－2－1

年	1790	1800	1810	1820	1830	1840	1850	1860	1870	1880	1890	1900
人口	3.9	5.3	7.2	9.6	12.9	17.1	23.2	31.4	38.6	50.2	62.9	76.0

1）模型假设

单位时间内人口（相对）增长率 r 是常数（$r>0$）

2）模型建立:

设 $x(t)$ 为时刻 t 的人口,x_0 为初始时刻 $t=0$ 时的人口,人口增长率为常数 r. 由于 $x(t)$ 表示的是一个国家或地区的人口时是很大的数,可以视之为连续、可微函数.

人口从时刻 t 到 $t+\Delta t$ 增长的人数为 $x(t+\Delta t)-x(t)$,记为 Δx,它是从时刻 t 到 $t+\Delta t$ 的绝对增长量. 我们考察的增长率是相对于单位时间和单位人口数量而言的. 所以

$$r = \frac{\Delta x}{\Delta t \cdot x(t)} \tag{1-2-1}$$

即
$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = r \cdot x(t) \tag{1-2-2}$$

令 $\Delta t \to 0$，两边同时取极限，得到 $x(t)$ 满足的微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = r \cdot x, x(0) = x_0 \tag{1-2-3}$$

3）模型求解

这个微分方程利用分离变量的方法，很容易得出

$$x = x(t) = x_0 e^{rt} \tag{1-2-4}$$

此模型称为指数增长模型.

4）结果分析

式(1-2-4)表示 $r>0$ 时，人口将按指数规律随时间无限增长，而这与客观事实是矛盾的. 经过实际数据检验可以发现，这个模型在短期内(1790—1900 年)与实际数据是相符的，但到后期与实际数据的差距越来越大. 是什么原因导致这一问题的出现呢？

分析"人口增长率是常数"这一模型假设可知，它在短期内是大致成立的. 但长期看，这个模型假设却不能成立. 除去战争等特殊因素外，由于地球的资源是有限的等因素，任何一个地区或国家的人口不可能像人口指数增长模型预测的那样无限增长.

利用上述所给的数据进行拟和，也能发现类似的结论. 将 1790 年作为初始数据，分别对 1790—1900 年及 1790—2000 年两组数据进行函数的拟和，并将预测曲线与实际进行比较，下面以 1790—1900 年数据为例进行拟和.

对 $x = x_0 e^{rt}$ 两边取对数，得

$$y = rt + a(y = \ln x, a = \ln x_0)$$

对相关数据拟和，具体程序过程如下：

```
b={{0,Log[3.9]}, {10,Log[5.3]}, {20,Log[7.2]}, {30,Log[9.6]}, {40,Log
[12.9]}, {50,Log[17.1]}, {60,Log[23.2]}, {70,Log[31.4]}, {80,Log[38.6]}, {90,Log
[50.2]}, {100,Log[62.9]}, {110,Log[76.0]}}
```

——形成 $\{t,y\}$ 的数据表

```
db=Fit[b,{b,{1,x},x}
```

——拟和一次函数 $y=f(t)$

执行结果输出为

$$1.43233 + 0.0274324x$$

即得

$a = \ln x_0 = 1.43233, r = 0.0274324$

输入：e^1.4323

结果输出：计算出 $x_0 = e^{1.43233} = 4.1884$，这样指数函数拟和出的函数为

$$y = 4.1884e^{0.02743t}$$

再利用 Mathematic 的作图命令：

```
ff=Plot[4.188e^(0.02743x),{x,0,110}];
```

```
cc =ListPlot[b];
Show[ff,cc].
```

画出图像比较,如图 1 -2 -1 和图 1 -2 -2 所示.

同样方法,对 1790—2000 年数据进行函数的拟和,并将预测曲线与实际进行比较.

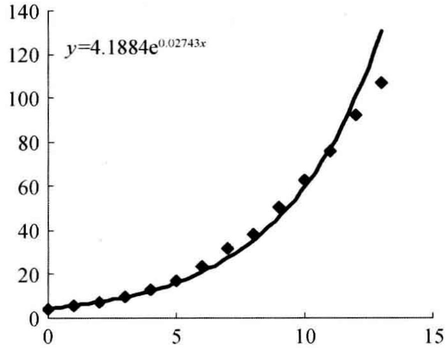

图 1 -2 -1　指数增长模型拟和图形(1790—1900 年)

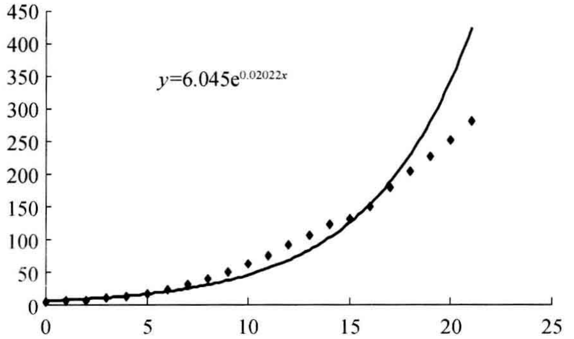

图 1 -2 -2　指数增长模型拟和图形(1790—2000 年)

5) 说明

上述过程的实现除了用 Mathematic 命令还可以利用 Excel 的插入/图表/散点图/...完成散点的绘图;通过单击鼠标右键选中散点,选择添加趋势线/类型(这里可选指数类型),选择选项/显示公式,能更简洁地完成上述任务,得到上述图形.

通过图像观察,我们发现这个模型能够基本描述出 1790—1900 年人口增长的模型,但 1900 年以后,实际人口增长渐缓,马尔萨斯人口模型明显就不合适了.

为了更好地预报符合实际情况的人口增长趋势,必须要修改人口指数增长模型关于"人口增长率是常数"这一模型假设,得到一个新的模型.

模型 2:阻滞增长模型 (Logistic 模型)

1) 模型假设

由于地球的资源、环境条件等因素对人口的增长起着阻滞作用,并且随着人口的增加,对人口增长的阻滞作用越来越大. 将人口增长率由原来的常数 r 修改为 $r(x)$, 这时 $r(x)$ 应为减函数.

2) 模型建立

根据模型假设，式(1－2－3)就转变为

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = r(x) \cdot x \ , \ x(0) = x_0 \qquad (1-2-5)$$

假设 $r(x)$ 为最简单的线性函数，如图1－2－3所示．有

$$r(x) = r - sx(r,s > 0) \qquad (1-2-6)$$

式中：r 为固有增长率，表示人口很少时（x 很小时，理论上是 $x=0$）的增长率．

设自然资源与环境等条件所能容纳的最大人口数量为 x_m，此时人口增长率 $r(x_m)=0$，代入式(1－2－6)，有 $0=r-sx_m$，得 $s=\frac{r}{x_m}$．将 s 带回式(1－2－6)得 $r(x)$ 的线性函数

$$r(x) = r(1 - \frac{x}{x_m}) \qquad (1-2-7)$$

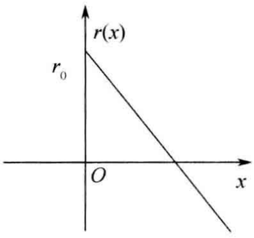

图1－2－3

将 $r(x)$ 代入式(1－2－5)，得

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = rx \cdot (1 - \frac{x}{x_m}), x(0) = x_0 \qquad (1-2-8)$$

式(1－2－8)右端说明：rx 是人口自身的增长趋势，$1-\frac{x}{x_m}$体现了资源等对人口的阻滞作用．人口的增长是这两个因子共同作用的结果．

3）模型求解

将式(1－2－8)分离变量，解得微分方程：

$$x(t) = \frac{x_m}{1 + (\frac{x_m}{x_0} - 1)\mathrm{e}^{-rt}} \qquad (1-2-9)$$

此模型称为阻滞增长模型模型．

4）结果分析

针对这个模型分析：当时间 t 越来越大时，人口数量的变化趋势是什么？人口自身的增长趋势是什么？其过程有哪些特点？

由式(1－2－8)，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=rx\cdot(1-\frac{x}{x_m})>0$，可以判断式(1－2－9)的人口增长函数是单增函数．

通过所学的求导方法或软件命令的方法

$$\mathrm{Solve}[\partial_x(r_x(rx(1 - \frac{x}{xm})) == 0, x]$$

都可以得出当 $x=\frac{x_m}{2}$时，$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=rx\cdot(1-\frac{x}{x_m})$有最大值．说明当 $x=\frac{x_m}{2}$时，人口增速最快．

通过对式(1－2－9)取极限

$$\lim_{t\to+\infty} \frac{x_m}{1 + (\frac{x_m}{x_0} - 1)\mathrm{e}^{-rt}} = x_m$$

可以得出 $x = x_m$ 是式(1 -2 -9)人口增长函数的一条水平渐近线.

由此可以得出:人类人口数量是随着时间的推移会越来越多,而且存在一个人口的饱和值 x_m,当 $t \to +\infty$,人口会无限接近这个值 x_m. 这与客观实际是相符的. 式(1 -2 -8)和(1 -2 -9)的草图分别如图 1 -2 -4 和图 1 -2 -5 所示。

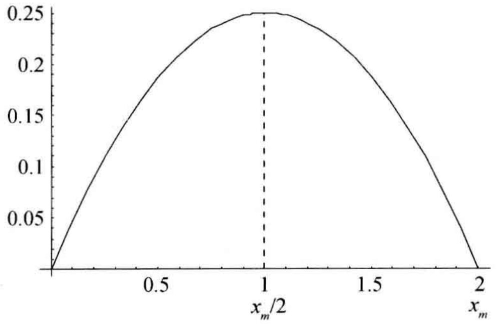

图 1 -2 -4　dx/dt—x 曲线

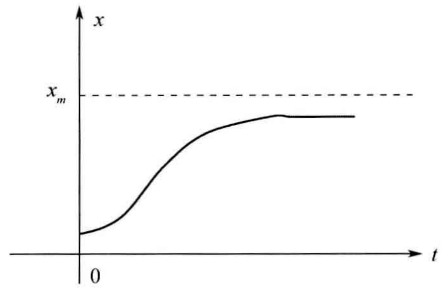

图 1 -2 -5　x—t 曲线

1.3　数学建模竞赛

1.3.1　全国大学生数学建模竞赛简介

1. 背景

美国为了增强其竞争力,最早认识到培养应用型数学人才的重要性. 为更有效地发现和培养科技精英,美国于 1985 年开始了美国第一届大学生数学建模竞赛,以后每年举行一届. 我国著名科学家钱学森教授在 1989 年曾经提出将“数学课改革,以应付现在的实际”的建议,经过一段时间的酝酿,我国终于于 1992 年开始由中国工业与应用数学学会举办我国自己的全国大学生数学建模竞赛. 当时有 74 所大学的 314 个队参加. 国家教委对这项活动非常重视,决定从 1994 年起由国家教委高教司和中国工业与应用数学学会共同举办,每年一次. 我国举办数学建模竞赛虽然时间不长,但发展十分迅速.

2. 数学建模竞赛的特点

1）比赛的题目

针对高职层次,每次考题只有两道,都是来自实际问题或有强烈实际背景的问题,没有固定的范围,可能涉及非常不同的学科、领域. 每个参赛队从两个考题中任意选做一道题.

2）比赛的形式

数学建模竞赛是真正的团体赛,每个参赛队由 3 个人组成,在规定的 3 天时间内共同完成一份答卷. 比赛时参赛队的 3 名队员可以相互讨论,可以查阅资料,可以利用计算机上网或利用数学软件进行计算等,但不允许教师帮助做题. 答卷是一张完整的论文,包括对所选问题的重新阐述,对问题的条件和假设的阐明和必要补充,模型分析及建立,模型的评价等,还要有论文的内容摘要.

3）比赛结果的评定

比赛没有事先设定的标准答案,为参赛者发挥聪明才智和创新精神留有充分的余地.

论文评卷主要看论文的思想方法好不好、论述是否清晰、模型建立是否合理等. 论文分成以下等级:全国一等奖、全国二等奖;省市一等奖、省市二等奖;成功参赛奖.

4）比赛的目的

开展数学建模竞赛为的是提高学生应用数学知识的能力,全面提高学生的综合素质,培养国家应用型人才. 这项活动的开展丰富和活跃了广大同学的课外科技活动,也为优秀学生脱颖而出创造了很好的条件.

附:2003 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目 C 题 .

SARS 的传播

SARS(Severe Acute Respiratory Syndrome,严重急性呼吸道综合症, 俗称“非典型肺炎”)是 21 世纪第一个在世界范围内传播的传染病 . SARS 的爆发和蔓延给我国的经济发展和人民生活带来了很大影响,我们从中得到了许多重要的经验和教训,认识到定量地研究传染病的传播规律、为预测和控制传染病蔓延创造条件的重要性 . 请你们对 SARS 的传播建立数学模型,具体要求如下:

(1) 对附件 1 所提供的一个早期的模型,评价其合理性和实用性 .

(2) 建立你们自己的模型,说明为什么优于附件 1 中的模型;特别要说明怎样才能建立一个真正能够预测以及能为预防和控制提供可靠、足够的信息的模型,这样做的困难在哪里? 对于卫生部门所采取的措施做出评论,如:提前或延后 5 天采取严格的隔离措施,对疫情传播所造成的影响做出估计 . 附件 2 提供的数据供参考 .(附件略)

(3)给当地报刊写一篇通俗短文,说明建立传染病数学模型的重要性 .

1.3.2 “大学生数学建模竞赛”论文写作

“大学生数学建模竞赛”论文的写作是直接关系到参赛队伍成绩的一个重要环节,既要注意语言的逻辑性和准确性还要注意语言的针对性和简洁性、生动性 . 通常包括以下几个方面:

1. 摘要

“摘要”应以简明扼要的语言反映出整个论文的主要思想、特点、方法以及主要结果,把论文的创新、独特、优势尽可能地展现出来 . 摘要一般 300 ~ 400 字,特别要注意讲清论文针对什么问题建立了什么样的数学模型,解决的方法及计算、分析、检验的结果如何(要有数据).

2. 问题的重述

“问题的重述”需要解释问题的背景,建模的目的、目标 . 注意:目标与论文得出的结论相适应 .

3. 问题的分析

对原问题进行分析,明确问题的主要关系量,丢弃一些与问题关系不大的次要因素 .“问题的分析”需讲明解决问题的思路,建模的依据、方法、算法及其合理性 .

4. 模型假设

“模型假设”的目的主要为了抓住问题的本质,忽略问题的非本质因素,使问题简化,以便进行数学描述 . 假设一定要合理,不能过于简单而脱离实际 . 假设还要注意建模要使用的数学方法所必需的前提条件,为建模的合理性提供依据 .

5. 符号定义及说明

为方便论文的阅读及查阅，将建模过程中用到的符号给出定义和说明．论文中尽可能使用数学上常用的符号．

6. 模型的建立和求解

首先要分析问题，并针对问题的性质莱用相应的数学方法建立数学模型，如优化、微分方程、统计分析、初等数学的方法等．运用数学语言对问题进行抽象描述，可采用计算机编程或运用各种软件包对模型进行求解，得到具体的运算结果．这是论文的核心和主体，书写时注意数学描述的逻辑性和严谨性．

7. 模型的检验

完成模型求解得到结果后，需要对模型的精确性、实用性及对各种实际因素等方面进行评价．通常考虑进行模型的稳定性和敏感度分析，统计检验和误差分析以及与实际应用情况进行比照等．对建立的模型进行优缺点分析，提出模型的改进和推广建议．

1.4 习题

1. 举例说明什么是数学模型？数学模型是怎么分类的？

2. 若估计教室用的灯管寿命，应需要哪些数据资料？要做什么观察、试验以及建立什么样的数学模型？

3. SARS 是 21 世纪第一个在世界范围内传播的传染病. SARS 的爆发和蔓延给我国的经济发展和人民生活带来了很大影响，如果要你对 SARS 的传播建立一个能够预测以及能提供可靠、足够的信息的数学模型，你需要哪些信息？建立什么样的数学模型？对你所建立数学模型的合理性和实用性进行评价.

4. 以钢管长度的立体为背景，若取 $a=1.5, L=6$，则 b 可为多少？

5. 美术馆悬挂着一幅高 h 的画，画的下边比一个观众的眼睛高 d，这个观众站在距离墙多远的距离才是最佳视角？

6. 某公园中有一高为 a 米的塑像，其底座高为 b 米. 为了观赏时对塑像看得最清楚，应该站在离底座脚多远的地方？若 a 取 2m，b 取 3m，人身高取 1.7m，试计算最佳观测位置.

7. 利用软件或书面方式计算并讨论阻滞增长模型模型

$$x(t) = \frac{x_m}{1+(\frac{x_m}{x_0}-1)e^{-rt}}$$

出现拐点的时刻 t，以及这时人口数量的情形.

8. 细菌生长繁殖速度之快、数量之大是难以琢磨的. 而有些细菌是有益的，更多的是疾病之源. 下面记录了某种细菌的繁殖数据，通过用软件 Mathematica 来研究：

（1）开始时细菌的个数是多少？

（2）如果细菌以过去的速度继续增长，一个月后细菌的个数是多少？

表 1-4-1　细菌繁殖过程记录数据

天数	3	5	7	8	10	12
细菌的个数	670	937	1315	1559	2187	3087

9. 兔子出生以后两个月就能生小兔子，设每次不多不少恰好生一对. 假设养了出生的小兔子一对，试问 10 个月后共有多少对兔子（如果生下的小兔子都正常活着的话）？

10. 假设铁皮做的瓶子体积 V 一定，设 $V=500\text{mL}$，探究该瓶子应做成圆柱、圆锥、球体、长方体或是其他哪种形状，才能最节约材料？