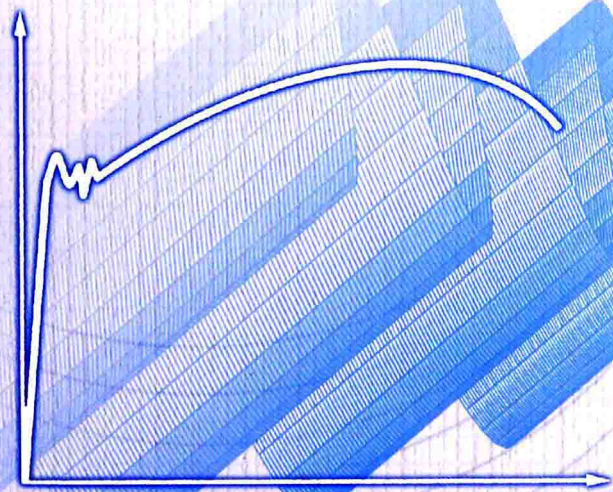




西安交通大学 本科“十二五”规划教材

材料力学

凌伟 文毅 殷民



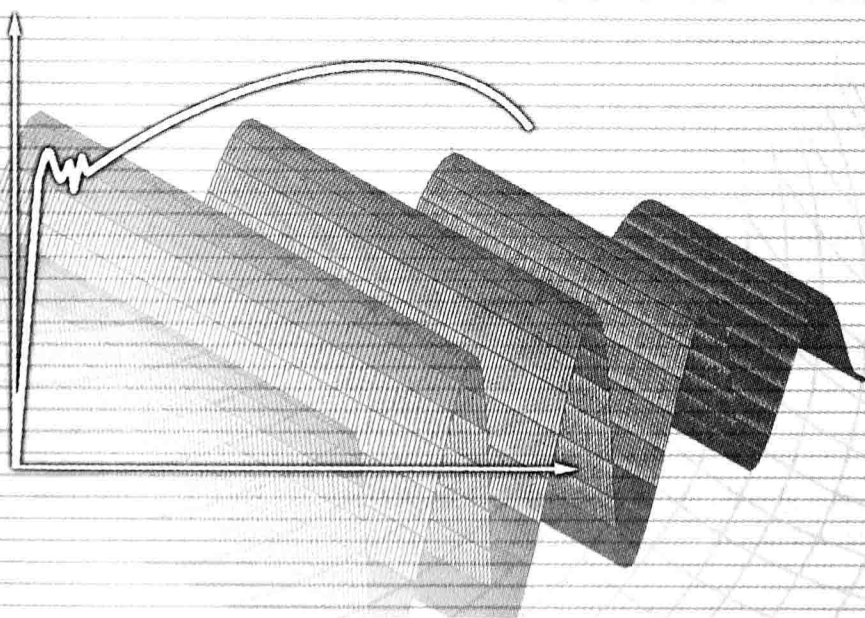
西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS



西安交通大学 本科“十二五”规划教材

材料力学

凌伟 文毅 殷民



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/凌伟主编;文毅,殷民主编. —西安:
西安交通大学出版社,2014.1
西安交通大学本科“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5605-5986-5

I. ①材… II. ①凌… ②文… ③殷… III. ①材料
力学-高等学校-教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 019535 号

书 名 材料力学
主 编 凌 伟 文 毅 殷 民
责任编辑 叶 涛

出版发行 西安交通大学出版社
(西安市兴庆南路 10 号 邮政编码 710049)
网 址 <http://www.xjtupress.com>
电 话 (029)82668357 82667874(发行中心)
(029)82668315 82669096(总编办)
传 真 (029)82668280
印 刷 陕西江源印刷科技有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 17.625 字数 427 千字
版次印次 2014 年 2 月第 1 版 2014 年 2 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5605-5986-5/TB·73
定 价 35.00 元

读者购书、书店添货,如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。
订购热线:(029)82665248 (029)82665249
投稿热线:(029)82668133
读者信箱:xj_rwjg@126.com

版权所有 侵权必究

前 言

本教材是高学时材料力学教材,适用于 70~80 学时的机械、能源、动力、材料、力学和土木工程等专业,中少学时材料力学教学可略去部分内容使用。

随着教学改革的不断深入,国民经济建设对工程技术的要求越来越精细、越来越多样化,特别是互联网的发展对传统资讯传播方式产生了前所未有的冲击,高等教育的教育理念和教学模式随之发生了历史性的改变;与此同时,学时减少和教学要求提高的矛盾日益突出。本教材力求充分反映近年来材料力学教学研究与改革的最新成果,在基本概念的阐述上突出重点,基本理论的推导上简明扼要;注重理论联系工程实际,注意培养学生的科学思维方法;着重提高学生分析解决实际问题的能力,激发学生的创新精神;便于学生自学和在网络上查询相关资讯。

本教材在各章应力公式建立中适当引入有限元计算结果加以验证,使学生能够较早地接受现代强度设计的最新思维方法和工具;各章注意精选适合不同层次学生要求的典型例题、讨论题、思考题和配套习题;有些例题给出了不同解法,有些例题在求解后给出讨论,给教师在组织教学、安排课堂讨论时提供方便,为学生自主学习和深入思考留下较大的空间。书中带有 * 号的内容可根据不同专业和学时由教师灵活选用。

本教材由西安交通大学力学教学中心凌伟、文毅、殷民编写。凌伟编写第 1,7,8,9,10,11,15 章;文毅编写第 2,3,12,13,14 章和附录 A;殷民编写第 4,5,6 章。全书由凌伟负责统稿主编。

本教材反映了西安交通大学力学教学中心多年来材料力学的教学改革成果和很多教师长期积累的教学经验。教材编写过程中,参考了西安交通大学和兄弟院校已经公开出版的许多教材和书籍,并从中引用了部分习题、例题和插图。在此特向有关作者和在西安交通大学力学教学中心任教的教师以及前辈们表示崇高的敬意和衷心的感谢。

限于编者的水平,教材难免有疏漏和不妥之处,敬请读者批评指正。

编 者

2013.11

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 材料力学的任务	(1)
1.2 变形固体的基本假设	(2)
1.3 内力和应力	(2)
1.4 位移、变形与应变	(4)
1.5 杆件变形的基本形式	(5)
思考题	(6)
第 2 章 轴向拉伸与压缩	(7)
2.1 概述	(7)
2.2 轴向拉压的内力、应力与强度条件	(8)
2.3 轴向拉压的变形	(13)
2.4 材料拉压的力学性质	(17)
2.5 拉压超静定问题	(22)
2.6 圣文南原理、应力集中、安全因数	(28)
思考题	(31)
习题	(32)
第 3 章 扭转	(41)
3.1 概述	(41)
3.2 外力偶矩、扭矩和扭矩图	(41)
3.3 圆轴扭转的应力	(43)
3.4 圆轴扭转的强度条件	(46)
3.5 圆轴扭转破坏分析	(48)
3.6 圆轴扭转的变形与刚度条件	(49)
3.7 非圆截面杆和薄壁杆扭转	(52)
思考题	(56)
习题	(57)
第 4 章 弯曲内力	(60)
4.1 概述	(60)
4.2 梁的剪力与弯矩、剪力图与弯矩图	(62)

4.3	弯矩、剪力与载荷之间的微分-积分关系	(65)
4.4	刚架与曲杆的弯曲内力	(68)
	思考题	(70)
	习题	(70)
第5章	弯曲应力	(73)
5.1	概述	(73)
5.2	弯曲正应力	(73)
5.3	弯曲正应力强度计算	(76)
5.4	弯曲切应力及其强度条件	(81)
5.5	提高弯曲强度的措施	(85)
* 5.6	剪切中心(弯曲中心)简介	(88)
	思考题	(90)
	习题	(91)
第6章	弯曲变形	(96)
6.1	概述	(96)
6.2	直接积分法	(97)
6.3	查表叠加法	(99)
6.4	梁的刚度条件和提高弯曲刚度的措施	(103)
6.5	变形比较法求解超静定梁	(104)
	思考题	(106)
	习题	(107)
第7章	应力状态分析	(110)
7.1	应力状态的概念	(110)
7.2	二向应力状态分析——公式解析法	(112)
7.3	二向应力状态分析——图解解析法	(114)
7.4	典型的三向应力状态	(118)
7.5	广义胡克定律	(120)
7.6	平面应力状态下的应变分析	(122)
	思考题	(124)
	习题	(126)
第8章	强度理论	(130)
8.1	强度理论的概念	(130)
8.2	常用强度理论	(131)
8.3	其它强度理论简介	(132)
8.4	强度理论的应用	(133)

思考题	(137)
习题	(138)
第 9 章 组合变形	(139)
9.1 概述	(139)
9.2 斜弯曲	(140)
9.3 拉压与弯曲	(143)
9.4 弯曲与扭转	(147)
思考题	(151)
习题	(152)
第 10 章 能量法计算位移	(156)
10.1 外力功与变形能	(156)
10.2 虚功原理与单位载荷法	(160)
10.3 图形互乘法	(166)
10.4 克拉贝隆定理与互等定理	(169)
思考题	(172)
习题	(173)
第 11 章 超静定系统	(178)
11.1 静定基与相当系统	(178)
11.2 力法正则方程	(180)
11.3 结构的对称性及其利用	(187)
思考题	(192)
习题	(193)
第 12 章 动载荷	(197)
12.1 概述	(197)
12.2 惯性力问题	(197)
12.3 冲击应力与变形	(201)
12.4 提高构件动强度的措施	(208)
思考题	(209)
习题	(210)
第 13 章 疲劳强度	(214)
13.1 疲劳破坏的概念	(214)
13.2 交变应力及其循环特征	(216)
13.3 材料的疲劳极限	(216)
13.4 对称循环下构件的疲劳极限	(218)

13.5	非对称循环下构件的疲劳极限	(219)
13.6	构件的疲劳强度条件	(221)
* 13.7	构件的疲劳寿命估算简介	(222)
13.8	提高构件疲劳强度的措施	(223)
	思考题	(224)
	习题	(225)
第 14 章	压杆的稳定性	(226)
14.1	概述	(226)
14.2	细长压杆的临界力	(228)
14.3	压杆的临界应力	(233)
14.4	压杆的稳定性校核	(236)
14.5	提高压杆稳定性的措施	(240)
	思考题	(241)
	习题	(242)
第 15 章	联接件的强度	(247)
15.1	联接件的实用算法	(247)
15.2	实用算法应用	(250)
	思考题	(252)
	习题	(252)
附录 A	截面图形的几何性质	(255)
A.1	静矩和形心	(255)
A.2	惯性矩和惯性积	(256)
A.3	平行移轴公式	(258)
A.4	转轴公式、主惯轴和主惯矩	(259)
	思考题	(261)
	习题	(262)
附录 B	简单载荷下梁的变形表	(264)
附录 C	型钢表	(266)
	部分习题参考答案	(268)
参考书目		(274)

第 1 章 绪 论

1.1 材料力学的任务

力学是研究力对物体作用效应的科学。力对物体的效应有两种：一种是引起物体运动状态变化的外效应，另一种是引起物体变形的内效应。理论力学研究力的外效应，即物体平衡和运动的规律，材料力学研究力的内效应，即物体变形和破坏的规律。

工程中广泛使用的各种机器、机械与结构都是由许多零部件组成的，对这些零部件进行力学分析时，通常需要单独分离出来加以研究，分离出来的研究对象统称为**构件**。构件工作时，一般都受到载荷的作用。为确保构件能够正常工作，要求构件具有一定**承载能力**，承载能力包括三个主要方面。

1) 强度问题 构件承载时，不应该发生断裂或显著的永久变形。例如：江河的大坝在水压力下不允许发生破坏，桥梁在车辆通行时不应该发生断裂，飞机起飞降落时起落架不应折断，螺栓的螺纹受撞击时不应发生过大的永久变形使螺栓失效，等等。因此，构件必须具有足够的抵抗破坏的能力，称为**强度**。

2) 刚度问题 有些构件虽然不发生破坏也不发生显著的永久变形，但是由于变形超过允许的限度，也会导致机器设备不能正常工作。例如：摇臂钻床工作时，若立柱和摇臂变形过大，将会影响工件的加工精度；转轴变形过大会引起轴承不均匀磨损等。因此，对于这类构件必须具有足够的抵抗变形的能力，称为**刚度**。

3) 稳定性问题 细长受压构件例如内燃机中的挺杆、千斤顶中的螺杆、厂房结构中的立柱等，当压力较小时，构件能保持原有的直线平衡形式。若压力增大至某一数值时，会突然变弯，使结构不能正常工作，这种现象称为**丧失稳定**。因此，对于这类细长受压构件，必须具有始终保持原有平衡形式的能力，称为**稳定性**。

在设计构件时，不仅要求具有足够的承载能力，还必须考虑节约材料、减轻自重、方便使用、降低成本等要求，以保证构件既安全适用又经济合理。材料力学通过研究构件在外力作用下的变形和破坏规律，为构件的合理设计提供基本理论和计算方法，并为学习后续课程如机械设计、结构力学、弹性力学、复合材料力学等专业课程提供必要的理论基础。

构件的承载能力与所使用材料的力学性质有关，而这些力学性质必须通过实验来测定。此外，某些较复杂的问题也须借助于实验来解决。因此，实验研究和理论分析都是完成材料力学的任务必不可少的手段，学习材料力学要注意避免重理论轻实验的倾向。

除了直接测定实验结果外，有些材料力学问题还可以通过数值计算的方法加以研究和解决。近年来随着有限元等多种数值计算方法的发展，采用数值模拟方法往往能收到事半功倍的效果，在学习材料力学的过程中，初步了解和尝试一些数值计算方法会对以后的深入研究和提高大有裨益。

材料力学与机械、土木、水利、化工、材料、航空航天等许多工程技术都有密切联系,是这些工程技术重要的理论基础。学习材料力学必须注意关注其工程背景和应用条件,从模型简化合理、公式简明易用、计算精度要求等各方面满足工程需要,符合工程实际。

1.2 变形固体的基本假设

在理论力学中,由于物体的微小变形对其平衡和运动状态影响很小,为了使研究得到简化,略去了物体的变形,而将其抽象为刚体。材料力学研究构件的强度、刚度和稳定性问题,变形成为主要因素,因此必须把构件当作可变形固体。变形固体的材料和性质是多种多样的,为了简化计算,通常略去一些次要因素,将它们抽象为理想化的力学模型。变形固体的模型主要是四个基本假设。

1) 均匀性假设 均匀性假设认为物体是由同一均匀材料组成,其各部分的力学性质相同,且不随坐标位置而变。这样就可以从构件中取出任一微小部分进行分析和试验,其结果适用于整个物体。

2) 连续性假设 连续性假设认为组成变形固体的物质毫无间隙地充满了它的整个几何空间,而且变形后仍保持这种连续性。这样物体的一切物理量都可用坐标的连续函数来表示,便于进行微分和积分计算。

3) 各向同性假设 各向同性假设认为物体在各个方向具有相同的物理性质,这样的物体力学性质不随方向而变。具备这种性质的材料称为各向同性材料。

实际上,从微观角度观察,工程材料内部都有不同程度的空隙和非均匀性,组成金属的单个晶粒,其力学性质也具有明显的方向性,但由于这些空隙和晶粒的尺寸远远小于构件的宏观尺寸,且排列是随机无序的,所以从统计学的观点,在宏观上可以认为构件材料的性质是均匀、连续和各向同性的。实践证明,在工程计算要求的精度范围内,上述假设可以得到满意的结果。此外,对于某些具有方向性的材料,如木材、玻璃钢等,应用上述假设,有时也能得到较满意的近似解。

4) 小变形假设 构件在外力作用下将产生变形。对于大多数工程材料,当外力不超过一定限度时,去除外力也即卸载后,构件将恢复原有的形状和尺寸,材料这种性质称为弹性,随着外力卸载而消失的变形称为弹性变形。当外力过大时,去除外力后,变形只能部分消失而残留下一部分永久变形,材料的这种性质称为塑性,残留的变形称为塑性变形。

为保证构件正常工作,工程上一般不允许构件发生塑性变形。对于大多数工程材料,如金属、木材和混凝土等,其弹性变形与构件原始尺寸相比非常微小,因此在力学分析中,认为构件的变形与构件尺寸相比属高阶小量,可以忽略因变形而引起的尺寸变化而足够精确,这样的简化称为小变形假设。有了小变形假设,在研究平衡问题和计算面积时,仍按构件的原始尺寸进行计算,可以大大降低分析的难度和减少计算工作量。

1.3 内力和应力

1.3.1 内力与截面法

作用于构件上的载荷和支反力统称为外力。构件不受外力时,固体内部各部分之间存在着相互作用的力,使构件维持一定的形状。当构件受到外力作用而变形时,其内部各部分之间的

相互作用力发生了改变。这种因外力作用而引起构件内各部分之间相互作用力的改变量,称为**附加内力**,简称为**内力**。构件的变形与内力一般随外力的增加而增大,当内力达到某一限度时,构件就会破坏,即内力与构件的强度和变形都是密切相关的。

为了显示内力并确定其大小,可采用下述方法。

图1-1(a)所示构件在外力作用下处于平衡状态。欲求 $m-m$ 截面上的内力,可假想将构件沿 $m-m$ 截面切开,分为I、II两部分,如图1-1(b)、(c)所示。任取其中一部分,例如I为研究对象,此时II给I的内力,根据连续性假设,沿 $m-m$ 截面连续分布。这种分布力的合力(可以是力或力偶)即为该截面的内力;根据部分I的静力学平衡条件就可以确定 $m-m$ 截面上的内力值;同样,如以II为研究对象,也可以求出I作用给II的内力;根据作用与反作用定律,作用在I、II两部分的内力大小相等,方向相反,即内力总是成对出现,且等值反向。为了统一内力与变形之间的关系,材料力学对内力的正负号另外规定了一套新的符号规则,称为**外法线规则**,后续各章将详细讨论。

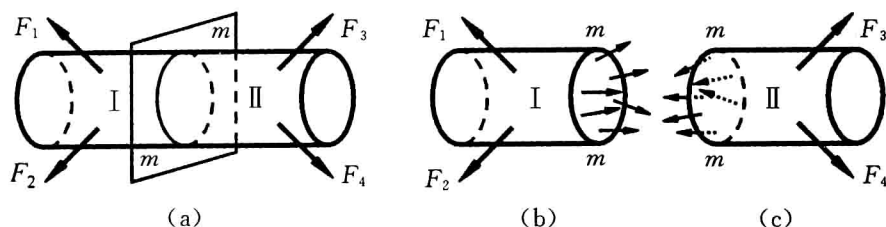


图 1-1

上述这种显示和确定内力的方法称为**截面法**。它是材料力学中研究内力的基本方法,原理上与理论力学中的分离体平衡方法一致,其步骤可归纳为:一截为二,任取其一;平衡求解,注意正负。

1.3.2 应力

截面法只能确定构件截面上分布内力的合力,但不能确定内力在截面上的分布情况。为了分析构件的强度,还必须引入内力分布集度即**应力**的概念。

1) 正应力与切应力 用 $n-n$ 截面从受力构件中取分离体如图1-2(a)所示,在 $n-n$ 截面上任一点 k 处,取一微元面积 dA , dA 上内力的可以认为均匀分布,设其合力为微元力 dF ,则 k 点的**全应力**

$$p = \frac{dF}{dA} \quad (1-1)$$

全应力 p 是个矢量,其方向与 dF 的方向一致,如图1-2(b)所示。通常把 dF 分解为垂直于截面(平行于截面法线)的微元力 dF_N 和平行于截面(垂直于截面法线)的微元力 dF_s ,则定义该点的正应力和切应力分别为

$$\sigma = \frac{dF_N}{dA}, \quad \tau = \frac{dF_s}{dA} \quad (1-2)$$

显然正应力和切应力也可以看作是全应力 p 沿截面法线和切线的分解,即

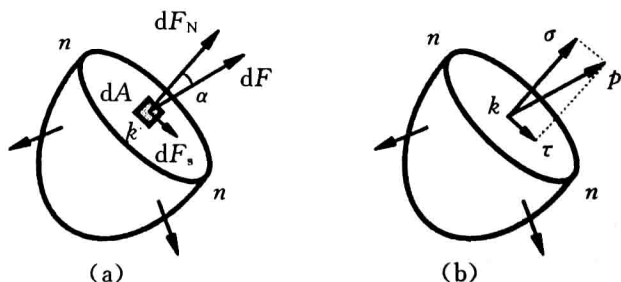


图 1-2

$$\sigma = p \cos \alpha, \quad \tau = p \sin \alpha \quad (1-3)$$

其中 α 为截面法线与 dF 的夹角。应力的单位是 Pa(帕), 常用单位为 MPa, $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$ 。

2) 单向应力与纯剪切应力 由上述定义可知, 构件上一点的正应力和切应力不仅与该点所处的位置有关, 同时还与该点所处的截面方位有关。为了全面描述一点的受力情况, 通常围绕该点截取一个无限小的微元正六面体, 称为单元体, 用单元体六个面的应力表示该点的受力情况。由于单元体的任意两个平行截面相距无限小, 根据作用反作用定律, 两个平行截面的应力一定是大小相等方向相反的。

单元体受力最基本的形式有两种: 一种是只在一对相互平行的截面上承受正应力, 如图 1-3(a) 所示, 称为单向受力或单向应力; 另一种是只在两对平行截面上承受切应力, 如图 1-3(b) 所示, 称为纯剪切应力。单元体的一般受力, 都是这两种受力形式的组合。

3) 切应力互等定理 对处于纯剪切状态的单元体(图 1-4(a)), 左、右两面的切应力应等值反向, 用 τ 表示, 上、下两面的切应力也应等值反向, 用 τ' 表示。由单元体的受力对 z 轴的合力矩为零, 有

$$\tau dy dz \cdot dx - \tau' dx dz \cdot dy = 0, \quad \tau = \tau' \quad (1-4)$$

即在单元体互相垂直的截面上, 垂直于截面交线的切应力必成对存在、大小相等、方向则均指向或都背离此截面交线。这个结论称为切应力互等定理。可以证明, 对于图 1-4(b) 所示的单元体, 此定理仍然适用, 因此具有普遍意义。

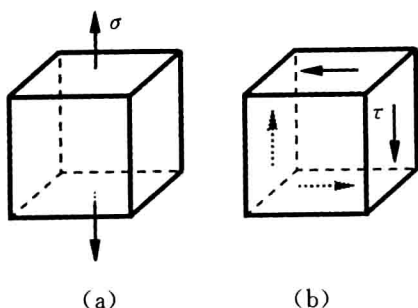


图 1-3

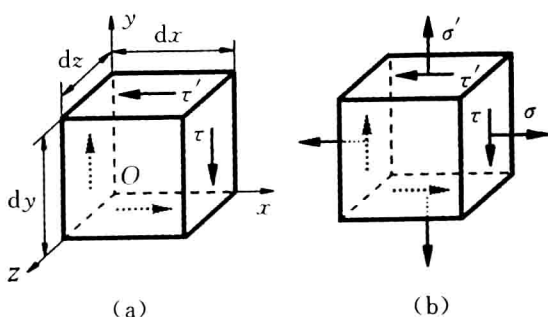


图 1-4

1.4 位移、变形与应变

1.4.1 位移的概念

在外力作用下, 构件各部分空间位置的变化量统称为位移。例如图 1-5 所示的杆, 在载荷 F 作用下, A 点移至 A' , 则称 AA' 为该点的线位移; 同时, A 点所在杆端平面(或线段)旋转了一个角度 θ_A , 称为该面(或线段)的角位移。构件各点的位移, 一般由两部分组成: 一部分是构件作刚体平动或转动所产生的位移, 称为刚体位移; 另一部分是构件内各点之间作相对运动所产生的位移, 称为变形位移。材料力学主要讨论由变形引起的位移。

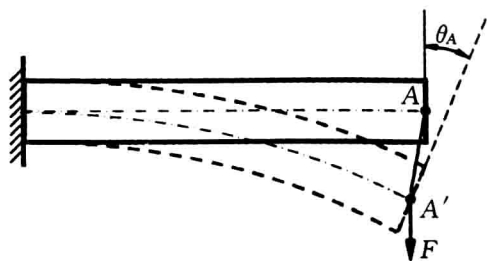


图 1-5

1.4.2 变形与应变

构件的变形包括几何形状和尺寸的改变。为了研究构件的变形,设想将其分割成无数多个单元体,整个构件的变形可看成是这些单元体变形累积的结果。图 1-6(a) 是从构件中取出的一个单元体,其变形可用棱边长度的改变和棱边所夹直角的改变来描述。设棱边 AB 的原长为无限小的 dx ,设变形后在 x 方向长度的改变量为微元的 du (图 1-6(b)),则 AB 在 x 方向的线应变(也称正应变)为

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (1-5)$$

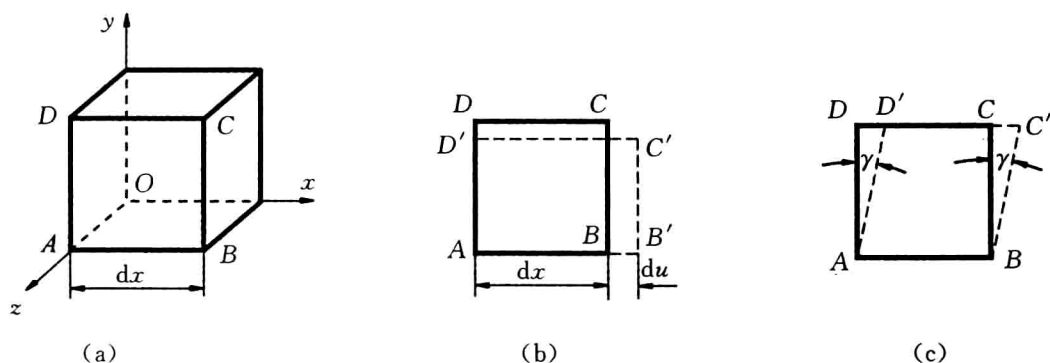


图 1-6

用类似的方法,还可确定 A 点沿另外两个方向的线应变 ϵ_y 、 ϵ_z 。

单元体变形时,除了棱边的长度改变外,棱边所夹直角也将发生改变。图 1-6(c) 所示直角的改变量 γ 称为 A 点在 xy 平面内的切应变(或称角应变)。线应变 ϵ 和切应变 γ 都是量纲为 1 的量, γ 的单位是 rad(弧度)。

1.4.3 应力与应变的关系·胡克定律

对于常用的工程材料,大量试验结果表明:若应力不超过一定的限度,对于只承受单向正应力或只承受纯剪切应力的单元体,正应力 σ 与线应变 ϵ 及切应力 τ 与切应变 γ 之间存在着简单的正比关系,即

$$\sigma = E\epsilon, \quad \tau = G\gamma \quad (1-6)$$

式中比例常数 E 、 G 分别称为材料的拉压弹性模量(简称弹性模量)和切变模量(又称为剪切弹性模量),式(1-6)分别称为拉压胡克定律和剪切胡克定律。弹性模量和切变模量均属材料的力学性能,其值由试验确定。

1.5 杆件变形的基本形式

实际构件的几何形状多种多样,材料力学主要研究杆类构件。杆的几何特征是纵向(长度方向)尺寸远大于横向(垂直于长度方向)尺寸,工程中的轴、梁、柱均属于杆。轴线为直线的杆称为直杆,轴线为曲线的杆称为曲杆,等截面的直杆简称等直杆,横截面形状不同大小不等的杆称为变截面杆。材料力学的计算公式一般是在等直杆基础上建立起来的,但对曲率很小的曲杆和横截面缓慢变化的变截面杆也可推广应用。

杆件的变形与外力有关,最基本的变形形式有下列四种:拉伸及压缩、弯曲、扭转、剪切,分别如图 1-7 (a)~(e) 所示。

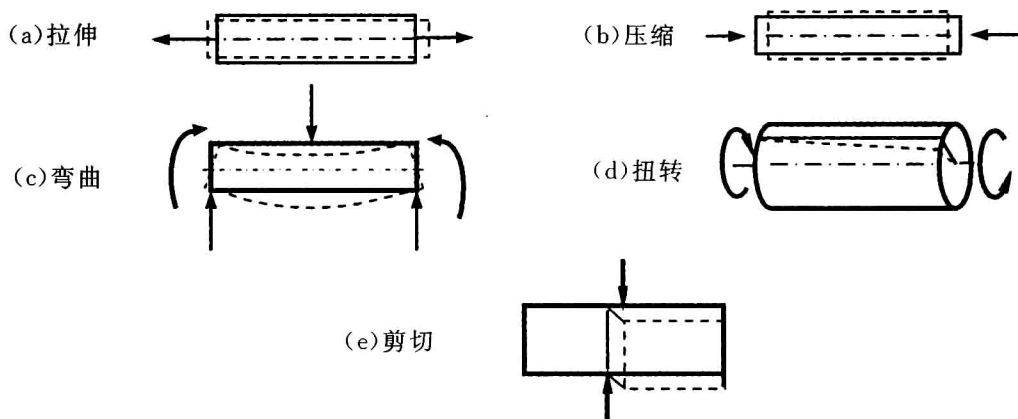


图 1-7

杆件其它复杂的变形都可看成是上述几种基本变形的组合。在以后的各章中,先分别讨论杆件在某一基本变形下的问题,然后再综合研究组合变形问题。

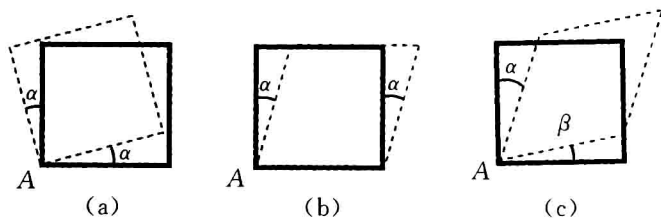
思考题

1-1 试说明下列各组物理量之间的区别和联系、常用单位和量纲。

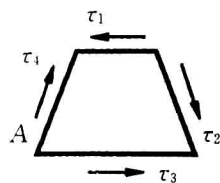
- (A) 内力与应力; (B) 正应力、切应力与全应力;
(C) 变形与位移; (D) 变形与应变; (E) 应力与压强。

1-2 在小变形条件下刚体静力学中关于平衡的理论如力和力偶的可传递性原理、力的分解和合成原理能否用于材料力学?试举例说明。

1-3 图示 A 点处各单元体中,虚线表示变形后的形状。试指出各单元体切应变的大小。



思考题 1-3



思考题 1-4

1-4 在处于平衡状态的受力构件中,过 A 点取一等腰梯形的微元体,四个面上的切应力如图所示,其切应力是否满足切应力互等定理?并说明理由。

第 2 章 轴向拉伸与压缩

本章提要

本章主要介绍直杆在轴向拉压下强度和刚度问题的理论和计算方法。作为最简单也是重要的基本变形之一,本章建立的强度和刚度问题的概念和分析方法对于后续几章的基本变形分析具有示范和指导意义,因而非常重要。对内力符号规则的约定、应力的计算和强度条件的建立、胡克定律描述的变形规律、材料力学性质的论述、超静定问题的概念和求解,都是材料力学最基本也是最重要的概念和方法。

2.1 概 述

在机械设备和工程结构中,常见许多承受拉伸或压缩的杆件,例如图 2-1(a) 所示悬吊结构中的支架杆、图 2-1(b) 所示内燃机的连杆、图 2-1(c) 所示千斤顶的螺杆等。

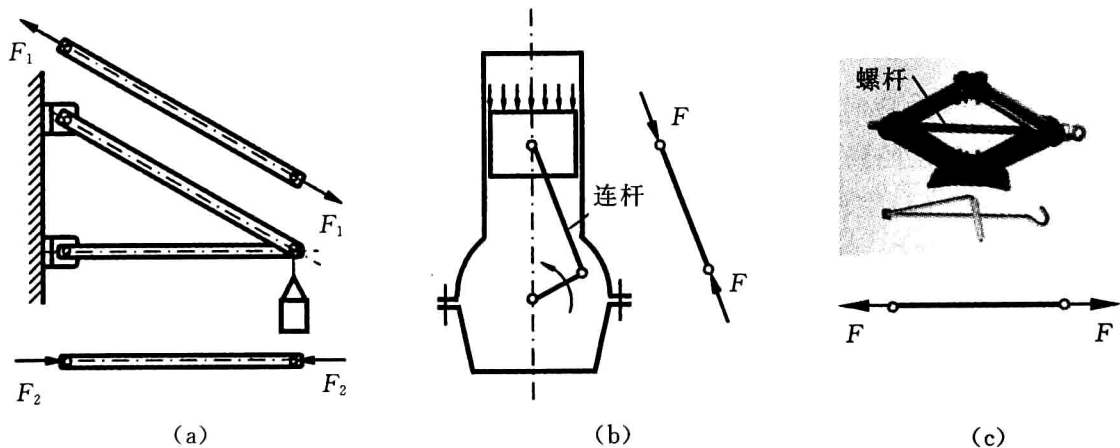


图 2-1

这些承受拉伸或压缩的杆件形状和加载方式各不相同,若将杆件的受力情况进行简化,均可画成图 2-2 所示的计算简图。这类杆件外力作用线与杆轴线重合;杆件沿杆轴线方向伸长或缩短。这种变形形式称为轴向拉伸或轴向压缩,简称轴向拉压。

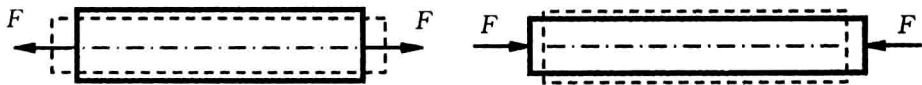


图 2-2

2.2 轴向拉压的内力、应力与强度条件

2.2.1 轴力

为了对承受拉伸或压缩的杆件进行强度计算,首先必须研究杆件横截面上的内力。

以图 2-3(a) 所示的拉伸杆件为例。用截面法将杆件在任一横截面 $m-m$ 处截分为两段,如图 2-3(b) 所示。保留左半段分离体,该截面上分布内力的合力必为一个与杆轴线重合的轴向力 F_N , F_N 称为轴力。由平衡条件可知 F_N 方向向右且有 $F_N = F$ 。如果保留右半段分离体,则必然得到一个与 F_N 大小相等方向相反的轴力 F'_N 。如果按照坐标轴方向判断 F_N 与 F'_N 的正负号,则一个为正另一个必然为负,这对判断变形十分不利,所以在材料力学中对内力另外建立一套以外法线为判据的符号规则。对轴力的符号规则是:当轴力 F_N 的方向与截面外法线一致时轴力为正,杆件受拉;反之轴力为负,杆件受压。按照轴力符号规则, F_N 与 F'_N 大小相等、方向相反、符号相同,可不再区分,统一写成 F_N 。

图 2-3(b) 所示 $m-m$ 截面上的轴力均为正号。

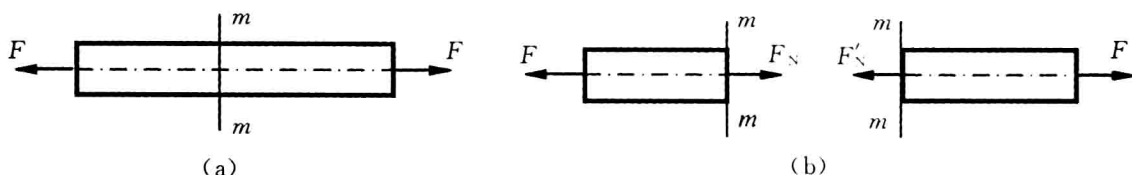


图 2-3

例 2-1 杆件受轴向力作用如图 2-4(a) 所示。已知 $F_1 = 10 \text{ kN}$, $F_2 = 20 \text{ kN}$, $F_3 = 20 \text{ kN}$, 试求直杆各段的内力。

解: 在 AB、BC、CD 三段内各截面的内力均为常数,在三段内依次用任意截面 1-1、2-2 和 3-3 把杆截分为两部分,研究左半段的平衡,分别用 F_{N1} 、 F_{N2} 、 F_{N3} 表示各截面轴力,且都假设为正,如图 2-5(b)、(c)、(d) 所示。由平衡条件得出各段轴力为

$$F_{N1} = -F_1 = -10 \text{ kN}$$

$$F_{N2} = F_2 - F_1 = 20 - 10 = 10 \text{ kN}$$

$$F_{N3} = F_2 + F_3 - F_1 = 20 + 20 - 10 = 30 \text{ kN}$$

其中 F_{N1} 为负表示压力, F_{N2} 和 F_{N3} 为正表示拉力。

工程上常以图线来表示杆件内力沿杆长的变化,以横坐标 x 表示横截面位置,纵坐标表示该截面的内力,这种图线称为内力图。在拉压问题中以纵坐标 F_N 表示轴力,称为轴力图。直杆 AD 的轴力图如图 2-4(e) 所示。

讨论: ① 如果取右半段的分离体作为研究对象,在计算 3-3 截面的轴力时会得到怎样的分离体,轴力的大小和符号如何; ② 如果 x 正好等于 1 m、3 m,则截面 B、C 的轴力如何确定?

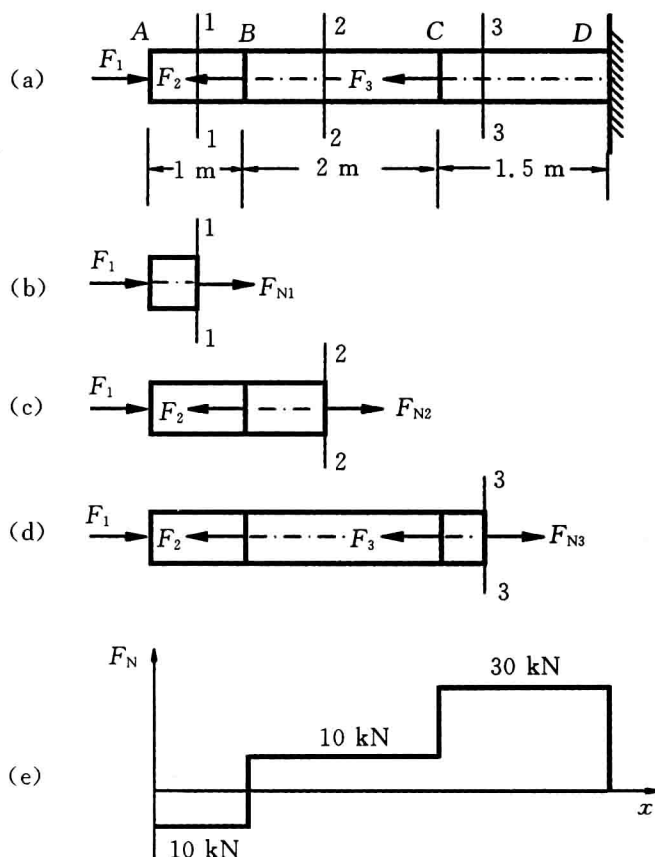


图 2-4

2.2.2 横截面上的正应力

只求出横截面上的轴力 F_N 要解决轴向拉压的强度问题是不够的,因为杆件的横截面面积显然对承载能力有决定性的影响,这就需要计算横截面的应力。轴力的方向垂直于横截面且通过轴线,而截面上各点处的应力的合力即为该截面上的内力。由正应力的定义 $\sigma = dF_N/dA$ 可得 $\sigma dA = dF_N$, dF_N 的合力即积分就是横截面的轴力 F_N ,但计算 σdA 的积分(求和)必须知道正应力在横截面的分布函数,为此可以通过观察杆件拉压变形规律探求横截面上应力的分布规律。

图 2-5(a) 所示一等截面直杆,其截面为任意形状。为了观察试验中的变形,在距杆端稍远处侧面上画垂直于轴线的横向线(如图 2-5(a) 中的 ab 和 cd) 和平行于轴线的纵向线(如图 2-5(a) 中的 ac 和 bd)。在杆端施加轴向力 F 使直杆发生拉伸变形,可以看到:① 横向线 ab 和 cd 仍为直线,且仍然垂直于轴线,只是分别平行地移至 $a'b'$ 和 $c'd'$;② 纵向线 ac 和 bd 仍为直线,且仍然平行于轴线,只是分别平行地移至 $a'c'$ 和 $b'd'$;③ 横向线和纵向线变形前后始终保持垂直,横截面上不存在切应变。

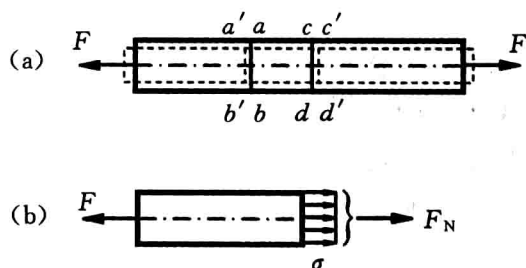


图 2-5