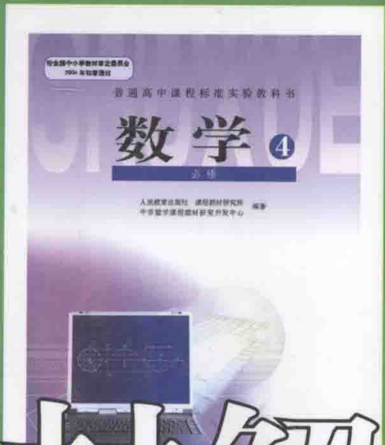
普通高中课程标准实验教科书同步教学资源

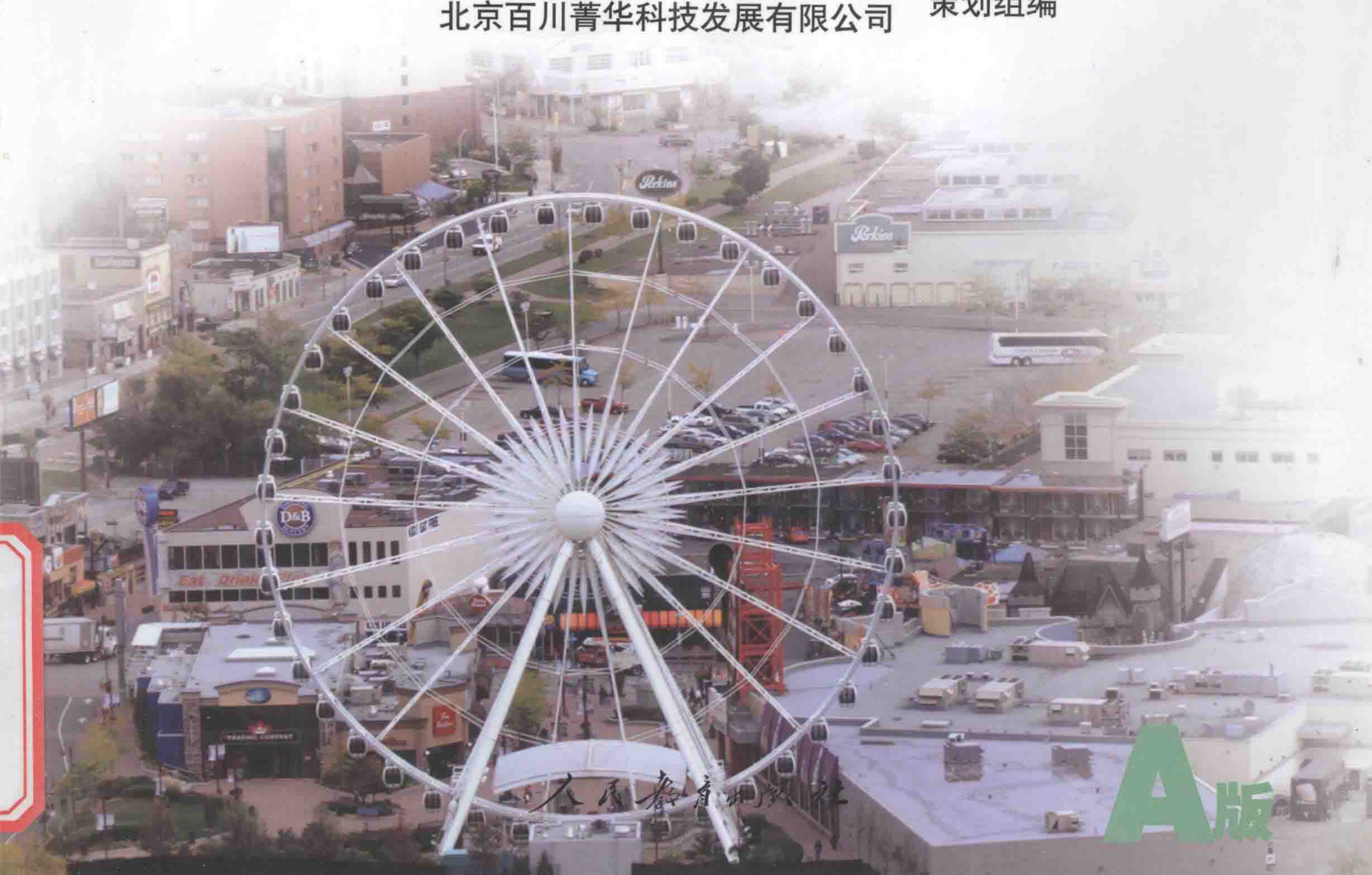


教材解读

数学 4

必修

人民教育出版社教学资源编辑室
北京百川菁华科技发展有限公司 策划组编



人民教育出版社

A版

普通高中课程标准实验教科书同步教学资源

教材解读

数学 ④

必修

人民教育出版社教学资源编辑室
北京百川菁华科技发展有限公司 策划组编

人民教育出版社

A版

本书封四贴有含人民教育出版社注册商标 的标识，无此标识者视为盗版图书。

图书在版编目（CIP）数据

教材解读 ：A版. 数学. 4 ：必修 / 人民教育出版社教学资源编辑室，北京百川菁华科技发展有限公司组编. —北京 ：人民教育出版社，2012.7
ISBN 978-7-107-24704-0

Ⅰ. ①教… Ⅱ. ①人… ②北… Ⅲ. ①中学数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第158961号

人民教育出版社出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
北京新华印刷有限公司印装　全国新华书店经销
2012年7月第1版　2012年7月第1次印刷
开本：890毫米×1 240毫米　1/16　印张：11
字数：440千字　印数：00 001~43 000册
定价：24.60元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版科联系调换。
（联系地址：北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼　邮编：100081）

《教材解读》编委会

丛书策划　李建红　左海芳　李菁华

丛书主编　魏运华　陈　晨　郑长利　李建红

丛书编委　（以姓氏笔画为序）

牛曼漪　左海芳　刘　华　刘宗立　张玉骞

张　军　陈志辉　李建红　陈　晨　覃文珍

本册主编　李凤强

本册编写　李凤强　类成方

责任编辑　颜其鹏　郭慧清

审　　稿　陈　晨　郑长利　李建红

审　　定　魏运华

前言

为了帮助广大师生更好地理解和把握教材，落实各学科课程标准要求，实现三维目标，人民教育出版社发挥教材研究编写的优势，组织教材编写专家、一线教研员和优秀教师，精心策划和编写了这套配合人教版教科书使用的同步系列丛书——《教材解读》。本丛书涵盖从小学到高中所有学科和学段。

本系列丛书综合了对教材的整体解读、单元解读和课节解读，并形成以下主要特色：

1. 高屋建瓴。以“新、透、细、精”为编写原则，高屋建瓴地对教材知识点进行深入解读，系统总结教与学的规律方法，全方位拓展知识空间，融知识性、科学性、趣味性、针对性和实用性于一体，形成了基础与能力并重，综合与创新结合的科学体系。

2. 点面结合。本书科学阐释了课节内容在整个单元或整套教材中的地位及《课程标准》对其相关内容的具体要求，精细梳理各知识点的知识关键，深入挖掘教材中的重点、难点、易错易混点及其突破方法，关注教材所述内容的背景材料，形成对学生思维过程的策略引导，全面提升综合素养。

3. 活学活用。本书在拓展应用中，注重典型例题和综合练习的对应性，突出题目的鲜活和示范特点，用最精练的题目、最科学的题型组合培养学生最具实效的解决问题的能力。

“不积跬步，无以至千里；不积小流，无以成江海。”本丛书化面为点、点面结合，通过精准的解读、巧妙的点拨，致力于打造知识梳理、方法指导、针对练习“三位一体”的多功效参考书。希望她能成为老师备课、讲课、教研、教改的好助手，成为学生自主学习、有效复习的好老师，成为家长辅导孩子的好帮手。

由于编写时间紧迫和水平有限，本丛书一定还存在不足，特诚挚地希望广大读者提出批评和建议，以便再版修订时参考。在本套丛书的编写过程中，引用了部分相关资料，有的已与原作者取得联系，但有些无法联系上，希望原作者在看到此书后，与我们联系，以便支付相应的稿酬。在此，特向各位作者表示诚挚的感谢。

编者

2012 年 6 月

目录

CONTENTS

第一章　三角函数

第二章　平面向量

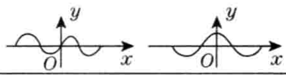
第三章 三角恒等变换

第一章 三角函数

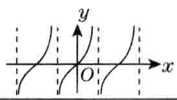
思维导图

常用逻辑用语

- **任意角和弧度制**
  - 任意角
    - 角的概念与分类　正角、零角、负角　P2
    - 象限角　P2
    - 终边相同的角　$\beta=\alpha+k\cdot 360^\circ, k\in\mathbf{Z}$　P3
  - 弧度制
    - 弧度的概念、圆心角与弧长关系：$|\alpha|=\frac{l}{r}$　P3
    - 角度与弧度的互化：$\alpha\ \mathrm{rad}=\left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)^\circ$，$n^\circ=n\cdot\frac{\pi}{180}\mathrm{rad}$　P4
    - 弧长与面积公式：$l=|\alpha|R$　$S=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}|\alpha|R^2$　P4
- **任意角的三角函数**
  - 任意角三角函数的概念：$\sin\alpha=\frac{y}{r}$，$\cos\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}$　P8
  - 三角函数的定义域，符号以及诱导公式一　P9
- **同角三角函数的基本关系**
  - 平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$　P13
  - 商数关系：$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$　P13
- **三角函数的诱导公式**
  - 公式二~公式四　函数名不变，符号看象限　P17
  - 公式五~公式六　函数名改变，符号看象限　P18
- **正弦函数、余弦函数的图象与性质**
  - 正弦函数、余弦函数的图象　P23



  - 正弦函数、余弦函数的性质：定义域$\mathbf{R}$；值域$[-1,1]$；$T=2\pi$；奇偶性；单调性　P25
- **正切函数的性质与图象**
  - 正切函数的图象：　P31



  - 正切函数的性质：定义域$\left\{x\middle|x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}\right\}$；值域$\mathbf{R}$；$T=\pi$；奇函数；在$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$，$k\in\mathbf{Z}$上单调递增　P30
- **函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象**
  - 三角函数图象的变换：平移（与φ有关），伸缩（与A、ω有关）　P35
  - 函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的性质　P37
- **三角函数模型的简单应用**
  - 三角函数模型的应用：由解析式作图象　P41
  - 三角函数模型的实际应用的步骤：审题、建模、求解、定论　P42

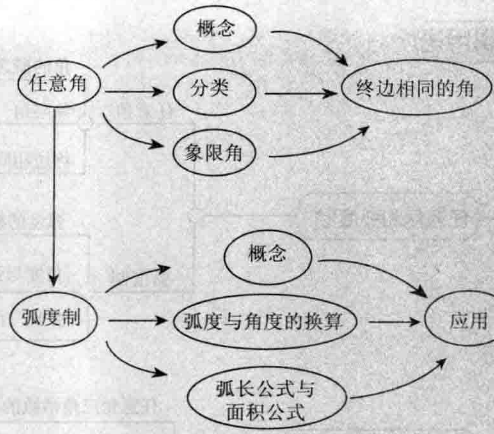
1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角
1.1.2 弧度制

学习目标

1. 理解角的概念的推广.
2. 知道任意角的概念和弧度制，会对角进行分类并能进行弧度与角度的互化.(**重点**)
3. 理解“终边相同的角”的含义，掌握与 α 终边相同的角的表示方法.(**难点**)

知识结构



知识解读

知识点一 任意角的概念

1. (1)角的概念：角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所成的图形.

(2)角的表示：如图 1-1-1-1.

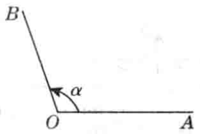


图 1-1-1-1

射线 OA 为始边，射线 OB 为终边，O 点为角的顶点，图中角 α 可记为“角 α”或“$\angle\alpha$”或简记为“α”.

2. 角的分类

按旋转方向：
- 正角：一条射线按逆时针方向旋转形成的角
- 零角：射线没有作任何旋转形成的角
- 负角：一条射线按顺时针方向旋转形成的角

温馨提示

(1)角的概念的推广重在“旋转”，理解“旋转”二字应明确以下三个方面：

①要明确旋转的方向；②要明确旋转的大小；③要明确射线未作任何旋转时的位置.

(2)角的范围不再限于$[0°,360°]$.

教材 P_2“思考”答案

(1)将手表分针顺时针旋转 5 个刻度也就是转动了 $-30°$.

(2)若手表快了 1.25 小时，则要校准需将手表分针逆时针转动一周零 15 个刻度，即分针逆时针旋转 $450°$.

【例 1】 (1)$\angle AOB$ 为 $30°$，如图 1-1-1-2 所示，将其终边 OB 逆时针方向旋转 2 周后的角度是多少？

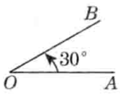


图 1-1-1-2

(2)时钟走了 3 小时 20 分，则分针旋转所形成的角的度数为多少？时针旋转所形成的角的度数为多少？

分析：(1)逆时针转动两周即增加了 $720°$，再加上原来的度数，后来的度数可求.

(2)时钟一周是 $360°$，解本题的关键是分析时钟走了 3 小时 20 分时，分针和时针各转了多少周.

解：(1)终边按逆时针方向旋转 2 周，转过的角度为 $360°\times2=720°$，再加上原来的角度 $30°$，所以旋转后的角是 $750°$.

(2)时针、分针都是顺时针方向旋转，故所形成的角度数为负值. 3 小时 20 分，分针转了 $3\frac{1}{3}$ 周，故旋转所形成的角度数为 $-360°\times\frac{10}{3}=-1\ 200°$；时针转了 $\frac{5}{18}$ 周，故旋转所形成的角度数为 $-360°\times\frac{5}{18}=-100°$.

规律总结

一周为 $360°$，时钟中时针每小时转 $\frac{1}{12}$ 周，即顺时针转动 $30°$，亦即 $-30°$，分针每分钟转 $\frac{1}{60}$ 周，即顺时针转动 $6°$，即 $-6°$. 顺时针转动形成负角，逆时针转动形成正角.

知识点二 象限角与终边相同的角

1. 象限角

(1)象限角的概念：当角的顶点与坐标原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合时，角的终边在第几象限，我们就说这个

角是第几象限角.

如果角的终边在坐标轴上，那么这个角不属于任何一个象限.

(2)象限角的集合

象限角	角的集合表示
第一象限角	$\{x\mid k\cdot360°<x<90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
第二象限角	$\{x\mid 90°+k\cdot360°<x<180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
第三象限角	$\{x\mid 180°+k\cdot360°<x<270°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
第四象限角	$\{x\mid 270°+k\cdot360°<x<360°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

2. 终边相同的角

所有与角α终边相同的角，连同角α在内，可构成一个集合$S=\{\beta\mid\beta=\alpha+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，即任一与角$\alpha$终边相同的角，都可以表示成角$\alpha$与整数个周角的和.

角的终边在坐标轴上的角的集合

角的终边在坐标轴上的角	角的集合表示
终边落在x轴的非负半轴上的角	$\{x\mid x=k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
终边落在x轴的非正半轴上的角	$\{x\mid x=180°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
终边落在x轴上的角	$\{x\mid x=k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$
终边落在y轴的非负半轴上的角	$\{x\mid x=90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
终边落在y轴的非正半轴上的角	$\{x\mid x=-90°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$
终边落在y轴上的角	$\{x\mid x=90°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$
终边落在坐标轴上的角	$\{x\mid x=k\cdot90°,k\in\mathbf{Z}\}$

误区警示

(1)相等的角终边一定相同；终边相同的角不一定相等，终边相同的角有无数个，它们相差360°的整数倍.

(2)$k\in\mathbf{Z}$这一条件不能少.

教材P_3“探究”答案

不唯一，终边相同的角相差360°的整数倍.

【例2】(1)与$-30°$的终边相同的角的集合可表示为____.

(2)与780°终边相同的最大负角为________；在0°～360°范围内，与之终边相同的角为________.

(3)780°是第________象限角.

解析：(1)由终边相同的角的集合表示方法，可知与$-30°$终边相同的角可表示为

$\{\beta\mid\beta=-30°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)将780°化成终边相同角的形式可解.

由$780°=60°+2\times360°$，知

与780°终边相同的角可表示为

$\{\alpha\mid\alpha=60°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，

故与其终边相同的最大负角为$-300°$，在0°～360°内与780°终边相同的角为60°.

(3)由(2)易知780°为第一象限角.

答案：(1)$\{\beta\mid\beta=-30°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$

(2)$-300°$　60°

(3)一

温馨提示

(1)象限角与角的终边在坐标轴上的角的表达形式不唯一.

(2)与某些角终边相同的角的表达形式也不唯一，如$780°=60°+2\times360°=-300°+3\times360°$.

知识点三 弧度的概念

1. 弧度制

(1)1弧度的角：长度等于半径长的弧所对的圆心角.

(2)弧度制：

①定义：以弧度为单位来度量角的单位制.

②记法：用符号rad表示，读作弧度.

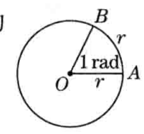


图 1-1-1-3

如图1-1-1-3，$\overset{\frown}{AB}$的长等于半径r，$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角$\angle AOB$就是1 rad的角.

2. 圆心角与弧长的关系

若半径为r的圆的圆心角α所对弧的长为l，则角α的弧度数的绝对值$|\alpha|=\dfrac{l}{r}$.

温馨提示

(1)角度制是以“度”为单位度量角的制度，弧度制是以“弧度”为单位度量角的制度. 表示角时不能角度、弧度混用.

(2)角度的单位“°”不可省略，而弧度的单位“rad”可省略，如sin 2是指2弧度的角的正弦值.

(3)无论是以“弧度”还是以“度”为单位，角的大小都是一个与半径大小无关的值.

【例3】(1)下列命题中，正确的是　　(　　)

A. 1弧度是1度的圆心角所对的弧

B. 1弧度是长度为半径长的弧

C. 1弧度是1度的弧与1度的角之和

D. 1弧度是长度等于半径长的弧所对的圆心角，它是角的一种度量单位

(2)一钟表的分针长5 cm，经过40分钟后，分针外端点转过的弧长是________cm.

解析：(1)利用弧度的定义及角度的定义判断.

本题考查弧度制下角的度量单位：1弧度的概念.

根据1弧度的定义：

我们把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做1弧度的角.

对照各选项，可知D正确，故选D.

(2)利用弧长与半径及圆心角关系求解.

设经过40分钟，分针转过的角为α，弧长为l，

则$|\alpha|=2\pi\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{3}\pi$，

所以$l=r|\alpha|=5\times\dfrac{4}{3}\pi=\dfrac{20}{3}\pi$(cm).

答案：(1)D　(2)$\dfrac{20}{3}\pi$

温馨提示

(1)弧度制与角度制是两种不同的度量角的制度.

(2)以弧度为单位表示角时，无特殊要求，不要把π写成小数.

知识点四 角度制与弧度制的互化

角度化弧度	弧度化角度
$360°=2\pi$ rad	2π rad$=360°$
$180°=\pi$ rad	π rad$=180°$
$1°=\frac{\pi}{180}$ rad$\approx 0.017\,45$ rad	1 rad$=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx 57.30°$

角度制与弧度制的换算公式

弧度制、角度制都是角的度量制，它们之间可以进行换算．设一个角的弧度数为 α，角度为 $n°$，则 α rad$=\left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)°$，$n°=n\cdot\frac{\pi}{180}$ rad.

归纳总结

一些特殊角的弧度数

度	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°	120°	135°	150°
弧度	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$
度	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°	390°
弧度	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π	$\frac{13\pi}{6}$

教材 P_6“探究”答案

$\overset{\frown}{AB}$的长	OB 旋转的方向	$\angle AOB$ 的弧度数	$\angle AOB$ 的度数
πr	逆时针方向	π	180°
$2\pi r$	逆时针方向	2π	360°
r	逆时针方向	1	57.3°
$2r$	顺时针方向	-2	$-114.6°$
πr	顺时针方向	$-\pi$	$-180°$
0	未旋转	0	0°
πr	逆时针方向	π	180°
$2\pi r$	逆时针方向	2π	360°

【例 4】 (1)填空：①$18°=$________rad；

②$67°30'=$________rad；

③$-\frac{9\pi}{4}$ rad$=$________；

④2 rad$=$________(保留小数点后一位).

(2)已知两角和为 1 弧度，且两角差为 1°，则这两个角的弧度数分别是____________.

解析：(1)利用角度与弧度的互化公式 α rad$=\left(\frac{180\alpha}{\pi}\right)°$，$n°=n\cdot\frac{\pi}{180}$ rad换算即可.

①$18°=18\times\frac{\pi}{180}$ rad$=\frac{\pi}{10}$ rad.

②$67°30'=67.5\times\frac{\pi}{180}$ rad$=\frac{3\pi}{8}$ rad.

③$-\frac{9\pi}{4}$ rad$=-\frac{9}{4}\times 180°=-405°$.

④2 rad$=2\times\frac{180°}{\pi}\approx 114.6°$.

(2)设出两个角，联立方程可求解．要注意将 1°转化为弧度．设两个角的弧度数分别为 α,β，

则$\begin{cases}\alpha+\beta=1,\\ \alpha-\beta=\frac{\pi}{180}.\end{cases}$ 解得 $\alpha=\frac{1}{2}+\frac{\pi}{360}$，$\beta=\frac{1}{2}-\frac{\pi}{360}$.

答案：(1)①$\frac{\pi}{10}$ ②$\frac{3\pi}{8}$ ③$-405°$ ④$114.6°$

(2)$\frac{1}{2}+\frac{\pi}{360}$，$\frac{1}{2}-\frac{\pi}{360}$

方法提炼

弧度制与角度制的互化技巧

弧度制与角度制的互化是一种比例关系的变形，具体变化时，要牢记公式$\frac{\pi}{180}=\frac{弧度}{角度}$，只要将已知数值填入相应位置，解出未知的数值，再添上相应的单位即可.

知识点五 弧长与扇形面积公式

设扇形的半径为 R，弧长为 l，α 为其圆心角，则

度量单位 / 类别	α 为角度数	α 为弧度数
扇形的弧长	$l=\frac{\alpha\pi R}{180}$	$l=\lvert\alpha\rvert R$
扇形的面积	$S=\frac{\alpha\pi R^2}{360}$	$S=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}\lvert\alpha\rvert R^2$

温馨提示

(1)弧度制下的弧长公式及扇形面积公式明显比角度制下的公式简单，但要注意它的前提是 α 为弧度.

(2)在运用公式时，还应熟练地掌握这两个公式的变形运用：

①$l=\lvert\alpha\rvert\cdot R$，$\lvert\alpha\rvert=\frac{l}{R}$，$R=\frac{l}{\lvert\alpha\rvert}$；

②$\lvert\alpha\rvert=\frac{2S}{R^2}$.

(3)比值$\frac{l}{R}$只反映弧所对圆心角的大小，不反映圆心角的方向，应注意$\lvert\alpha\rvert=\frac{l}{R}$中的绝对值符号，否则会漏解.

(4)扇形面积公式可以类比三角形的面积公式来记忆，$S_{扇}=\frac{1}{2}lR$，l 相当于三角形的底边，R 对应为该底边上的高.

【例 5】 已知一扇形的周长为 40 cm，当它的半径和圆心角取什么值时，才能使扇形的面积最大？最大面积是多少？

分析：设出圆心角 θ，半径 r，利用弧长 l 与面积 S 及 r 之间关系求解．要注意运用二次函数中最值的求解方法.

解：设扇形的圆心角为 θ，半径为 r，弧长为 l，面积为 S，则 $l+2r=40$，所以 $l=40-2r$.

所以 $S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}(40-2r)r=20r-r^2=-(r-10)^2+100$.

所以当半径 $r=10$ cm 时，扇形的面积最大，最大面积为

$100\ cm^2$，这时 $\theta=\frac{l}{r}=\frac{40-2\times10}{10}=2$ (rad).

> 解后反思
>
> 有关扇形的弧长 l，圆心角 α，面积 S 的题目，一般是知二求一的题目，解此类题目的关键在于灵活运用 $l=|\alpha|\cdot R$，$S=\frac{1}{2}lR=\frac{1}{2}|\alpha|R^2$ 两组公式，采用消元思想或二次函数思想加以解决.

典例精析

类型一 任意角概念的理解

【例1】 下列说法正确的是 ( )

A. 终边相同的角一定相等

B. $\{\alpha|\alpha$ 是锐角$\}\subsetneqq\{\beta|0°\leqslant\beta<90°\}$

C. 第一象限角都是锐角

D. 小于 90°的角都是锐角

解析：根据各种角的定义、范围逐项判断可解.

选项	正误	原因
A	×	终边相同的角不一定相等，它们相差 360°的整数倍
B	√	α 是锐角，即 $0°<\alpha<90°$，故 $\{\alpha\|0°<\alpha<90°\}\subsetneqq\{\beta\|0°\leqslant\beta<90°\}$
C	×	第一象限角指终边在第一象限的角，如 390°角的终边在第一象限，而 390°>90°，不是锐角
D	×	一切负角和零角都小于 90°，但它们不是锐角

答案：B

方法提炼：(1)解题关键：解决此类问题的关键在于正确理解0°～90°的角、象限角、锐角、小于 90°的角等概念.

(2)解题技巧：本题也可采用排除法.这时需掌握一定的技巧.判断说法为真，常需要证明；而判断说法为假，只需举一反例即可.

变式·拓展1 下列结论：

①第二象限角一定大于第一象限角；

②锐角都是第一象限角；

③第一象限角一定不是负角；

④第二象限角是钝角；

⑤小于 180°的角是钝角、直角或锐角.

其中正确的结论为________(把正确结论的序号都写上).

类型二 象限角的判定

【例2】 如图 1-1-1-4，点 A 在半径为 1 且圆心在原点的圆上，且 $\angle AOx=45°$，点 P 从点 A 处出发，依逆时针方向匀速地沿单位圆旋转.已知点 P 在 1 秒钟内转过的角度为 $\theta(0°<\theta<180°)$，经过 2 秒第一次到达第三象限，经过 14 秒钟后又回到出发点 A，求 θ，并判断其终边所在的象限.

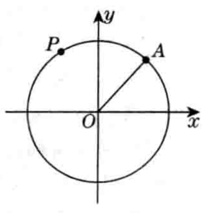


图 1-1-1-4

分析：先把实际语言转化为数学语言.即 14 秒后点 P 在角 $14\theta+45°$ 的终边上，由此可得到等量关系，再注意 θ 角的范围便可确定 θ 的值.

解：由题意，有 $14\theta+45°=k\cdot360°+45°(k\in\mathbf{Z})$，

所以 $\theta=\frac{k\cdot180°}{7}(k\in\mathbf{Z})$.

又 $180°<2\theta+45°<270°$，即 $67.5°<\theta<112.5°$.

所以 $67.5°<\frac{k\cdot180°}{7}<112.5°$，且 $k\in\mathbf{Z}$.所以 $k=3$ 或 $k=4$.

所以所求的 θ 值为 $\theta=\frac{540°}{7}$ 或 $\theta=\frac{720°}{7}$.

易知 $0°<\frac{540°}{7}<90°$，$90°<\frac{720°}{7}<180°$，

所以 θ 在第一象限或第二象限.

解后反思：(1)终边相同的角必定满足两角相差 $k\cdot360°$，$k\in\mathbf{Z}$.

(2)在利用不等式确定角所在象限时，由于考虑不全面易漏掉某些情况，如是否包含等号，又如本题 $k=3$ 或 $k=4$ 等.

变式·拓展2 已知 α 是第二象限角，试确定 2α，$\frac{\alpha}{3}$ 的终边所在的位置.

类型三 区域角的表示

【例3】 写出如图 1-1-1-5 所示阴影部分角的集合.

分析：写出 0°到 360°范围内终边落在阴影部分的角，然后根据终边相同的角的表示方法写出满足条件的角.阴影边界若是实线，则取等号；若是虚线，则不取等号.

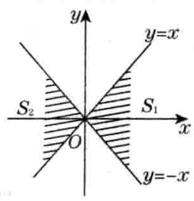


图 1-1-1-5

解：由题意，$S_1=\{\alpha|-45°+k\cdot360°\leqslant\alpha\leqslant45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，

$S_2=\{\alpha|135°+k\cdot360°\leqslant\alpha\leqslant225°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$，

$S=S_1\cup S_2=\{\alpha|-45°+2k\cdot180°\leqslant\alpha\leqslant45°+2k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}\cup\{\alpha|-45°+(2k+1)180°\leqslant\alpha\leqslant45°+(2k+1)180°,k\in\mathbf{Z}\}=\{\alpha|-45°+n\cdot180°\leqslant\alpha\leqslant45°+n\cdot180°,n\in\mathbf{Z}\}$.

方法提炼：先由直线的斜率确定倾斜角，按逆时针方向得到区间的起始及终止边界，按由小到大写出最简区间，再加上 $k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$，最后还必须熟练地进行集合的合并.

变式·拓展3 用弧度表示顶点在原点，始边重合于 x 轴的非负半轴，终边落在阴影部分内的角的集合，如图 1-1-1-6 所示(不包括边界).

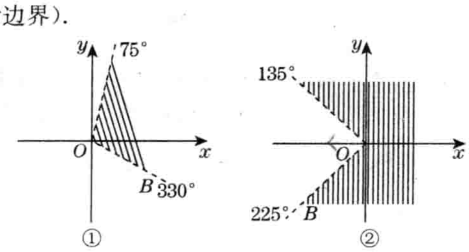


图 1-1-1-6

【例4】 已知集合 $A=\{\alpha|30°+k\cdot180°<\alpha<120°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$，集合 $B=\{\beta|-45°+k\cdot360°<\beta<135°+k\cdot360°$，

$k\in\mathbf{Z}\}$. (1)求 $A\cap B$;(2)若全集为 U,求 $A\cap(\complement_U B)$.

分析:在直角坐标平面内,分别找出集合 A,B 的终边所在的区域,结合图形求解.

解:(1)如图 1-1-1-7 所示.

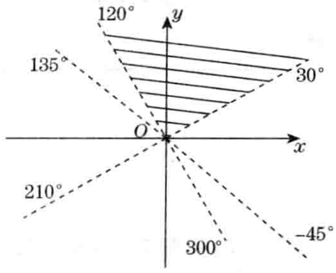


图 1-1-1-7

$A\cap B$ 中的角的终边落在 30°和 120°角的终边之间,$A\cap B=\{\alpha|30°+k\cdot360°<\alpha<120°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

(2)由(1)可知,$\complement_U B=\{\gamma|135°+k\cdot360°\leqslant\gamma\leqslant315°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,故 $A\cap(\complement_U B)=\{\alpha|210°+k\cdot360°<\alpha<300°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$.

规律总结:利用数形结合思想,在平面直角坐标系中找出集合 A 和集合 B 所表示的区域,找出终边在这两个区域的公共部分的角的集合就是 $A\cap B$. 在解决数学问题时,常根据问题的背景和可能,使数的问题借助图形去观察,而图形的问题借助数去思考,这就是数形结合思想.

变式·拓展 4　已知集合 $A=\{\alpha|30°+k\cdot180°<\alpha<90°+k\cdot180°,k\in\mathbf{Z}\}$,集合 $B=\{\beta|-45°+k\cdot360°<\beta<45°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}\}$,求 $A\cap B$.

类型四　角度制与弧度制的运算

【例 5】 (1)把 $-1\,480°$ 写成 $\alpha+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$ 的形式,其中 $0\leqslant\alpha<2\pi$;

(2)若 $\beta\in[-4\pi,0]$,且 β 与(1)中 α 的终边相同,求 β.

分析:(1)考查角度与弧度的互化. 利用互化关系将 $-1\,480°$ 化为弧度即可;(2)由 β 的范围及 $\beta=\alpha+2k\pi$ 即可求出 β.

解:(1) $-1\,480°=-\dfrac{74\pi}{9}=$

$-8\pi-\dfrac{2\pi}{9}=-10\pi+\dfrac{16\pi}{9}$.

因为 $0\leqslant\dfrac{16\pi}{9}<2\pi$,

所以 $-1\,480°=\dfrac{16\pi}{9}+2\times(-5)\pi$.

(2)因为 β 与 α 的终边相同,

所以 $\beta=\alpha+2k\pi=\dfrac{16\pi}{9}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

又因为 $\beta\in[-4\pi,0]$,

所以 $\beta_1=\dfrac{16\pi}{9}-2\pi=-\dfrac{2\pi}{9}$, $\beta_2=\dfrac{16\pi}{9}-4\pi=-\dfrac{20\pi}{9}$.

解后反思:快速准确地实现角度和弧度的互化在今后的学习中是必要的,而实现这两者之间互化的桥梁就是 $180°=\pi$ rad.

变式·拓展 5　在[0°,1 080°]范围内指出与 $\dfrac{2\pi}{5}$ 终边相同的角.

类型五　扇形面积、弧长公式的应用

【例 6】 如图 1-1-1-8,扇形 AOB 的面积是 4 cm^2,它的周长是10 cm,求扇形的圆心角 α 的弧度数及弦 AB 的长.

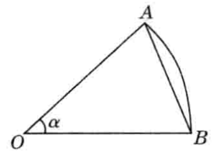


图 1-1-1-8

分析:本题主要考查扇形的面积公式、弧长及弦长等概念,由 $S=\dfrac{1}{2}lR$ 和 $|\alpha|=\dfrac{l}{R}$ 可求解.

解:设 $\overset{\frown}{AB}$ 长为 l cm,扇形半径为 R cm,则由题意,得

$\begin{cases}l+2R=10,\\ \dfrac{1}{2}l\cdot R=4.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}R=1,\\ l=8\end{cases}$ (不合题意,舍去)或 $\begin{cases}R=4,\\ l=2.\end{cases}$

所以 $\alpha=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$(rad).

所以弦 $AB=2\times4\times\sin\dfrac{1}{4}=8\sin\dfrac{1}{4}$(cm).

规律总结:弧度制下扇形的弧长公式、面积公式均比角度制公式简便,解决这些问题通常采用弧度制. 一般地,几何图形中研究角的范围是 $[0,2\pi)$.

变式·拓展 6　如图 1-1-1-9,一长为 $\sqrt{3}$ dm,宽为 1 dm 的长方形木块在桌面上作无滑动翻滚,翻滚到接近一周时,被一小木块挡住,使木块底面与桌面所成角为 $\dfrac{\pi}{6}$,试求点 A 走过的路程及走过的弧所在扇形的总面积.

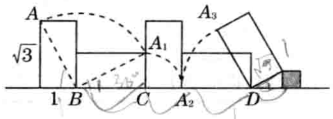


图 1-1-1-9

类型六　对称性问题

【例 7】 已知角 α 的终边与 $-120°$ 角的终边关于 y 轴对称,求 α.

分析:借助图形,先找出符合题意的一个角,然后根据终边相同的角的表达式写出全部角 α 即可.

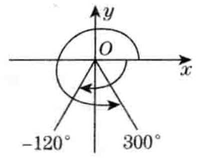


图 1-1-1-10

解:如图 1-1-1-10 所示,300°角与 $-120°$ 角的终边关于 y 轴对称.

所以角 α 的终边与 300°角的终边重合.

所以 $\alpha=300°+k\cdot360°,k\in\mathbf{Z}$.

规律总结:(1)若 θ 角的终边与 α 角的终边关于 x 轴对称,则 $\theta+\alpha=k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$;

(2)若 θ 角的终边与 α 角的终边关于 y 轴对称,则 $\theta+\alpha=180°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$;

(3)若 θ 角的终边与 α 角的终边关于原点对称,则 $\theta-\alpha=180°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$;

(4)若 θ 角的终边与 α 角的终边关于直线 $y=x$ 对称,则 $\theta+\alpha=90°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$;

(5)若 θ 角的终边与 α 角的终边互相垂直,则 $|\theta-\alpha|=90°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$;

(6)若 θ 角的终边与 α 角的终边关于直线 $y=-x$ 对称,则 $\theta+\alpha=-90°+k\cdot360°(k\in\mathbf{Z})$.

变式·拓展 7　已知角 α 的终边与角 $-690°$ 的终边关于 y 轴对称,求角 α.

全能训练

知识点	题序		
	易	中	难
任意角	1,2		7,9,10
弧度制	3,5		
扇形面积与弧长		4,6	
任意角的弧度制集合		8,11	12

基础达标

1. 下列命题中，正确的是 ( )

A. 第一象限角一定不是负角

B. 小于 90°的角一定是锐角

C. 钝角一定是第二象限角

D. 终边和始边都相同的角一定相等

2. 与 405°角终边相同的角是 ( )

A. $-45^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$ B. $-405^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$

C. $45^\circ+k\cdot360^\circ,k\in\mathbf{Z}$ D. $45^\circ+k\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}$

3. 5 弧度的角的终边所在的象限为 ( )

A. 第一象限 B. 第二象限

C. 第三象限 D. 第四象限

4. 已知一扇形的弧所对的圆心角为 54°，半径 $r=20$ cm，则扇形周长为 ( )

A. 6π cm B. 60 cm

C. $(40+6\pi)$cm D. 1 080 cm

5. $22^\circ30'$化为弧度的结果为________.

6. 若扇形 OAB 的面积是 1 cm^2，它的弧所对的圆心角是 2 rad，则它的弧长是________ cm.

7. 已知 $\alpha=-800^\circ$.

(1)把 α 改写成$\beta+2k\pi(k\in\mathbf{Z},0\leqslant\beta<2\pi)$的形式，并指出 α 是第几象限角；

(2)求角 γ，使角 γ 与角 α 的终边相同，且 $\gamma\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$.

8. 试求出终边在图 1-1-1-11 所示阴影区域内的角的集合.

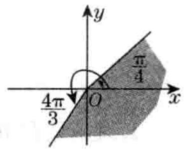


图 1-1-1-11

能力提升

9. 若角 α 与β 的终边互为反向延长线，则有 (D)

A. $\alpha=\beta+180^\circ$

B. $\alpha=\beta-180^\circ$

C. $\alpha=-\beta$

D. $\alpha=\beta+(2k+1)\cdot180^\circ,k\in\mathbf{Z}$

10. 已知 $\alpha=-\frac{15\pi}{4}$，β的终边与 α 的终边关于 x 轴对称，则 $\beta=$________.

11. 单位圆上的两个动点 M,N 同时从 $P(1,0)$点出发，沿圆周运动，M 点按$\frac{\pi}{6}$弧度/秒逆时针方向旋转，N 点按$\frac{\pi}{3}$弧度/秒顺时针方向旋转，试求它们出发后第三次相遇时的位置和各自走过的弧度.

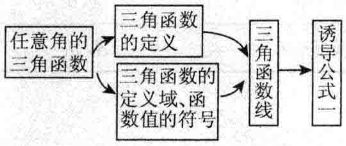
1.2 任意角的三角函数

1.2.1 任意角的三角函数

学习目标

1. 理解任意角的正弦、余弦、正切的意义.(**重点**)
2. 借助单位圆理解三角函数在各个象限内的符号.(**重难点**)
3. 会使用三角函数线表示三角函数值,理解三角函数线的画法及其所表示的含义,掌握三角函数值的规律.(**难点**)
4. 掌握三角函数诱导公式一(**难点**)

知识结构



知识解读

知识点一 任意角的三角函数的定义

1. 单位圆的概念

在直角坐标系中,以原点 O 为圆心,以单位长度为半径的圆叫单位圆.

2. 任意角的三角函数的定义

如图 1-2-1-1,设 α 是一个任意角,它的终边与单位圆交于点 $P(x,y)$,那么:

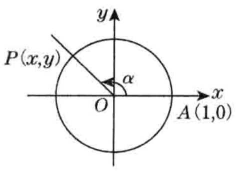
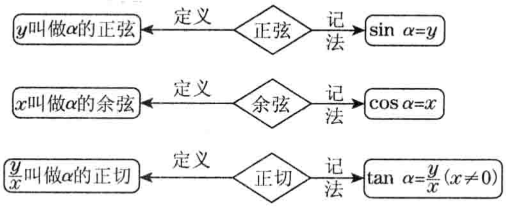


图 1-2-1-1



拓展延伸

(1)任意角三角函数的定义

一般地,设角 α 的终边上任意一点的坐标为 (x,y),它与原点的距离为 $r=\sqrt{x^2+y^2}$,则 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$,$\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$,$\tan\alpha=\dfrac{y}{x}(x\neq0)$.

(2)在任意角的三角函数的定义中,应该明确,α 是一个任意角,其范围是使函数有意义的实数集.

(3)三角函数值是比值,是一个实数,这个实数的大小和 $P(x,y)$ 所在终边上的位置无关,而由角 α 的终边位置决定.

(4)要明确 $\sin\alpha$ 是一个整体,不是 sin 与 α 的乘积,它是"正弦函数"的一个记号,就如 $f(x)$ 表示自变量为 x 的函数一样,离开自变量的"sin""cos""tan"等是没有意义的.

教材 P_{11}"思考"答案

设锐角 α 的顶点与原点重合,始边与 x 轴非负半轴重合,则终边在第一象限内,如图 1-2-1-2.

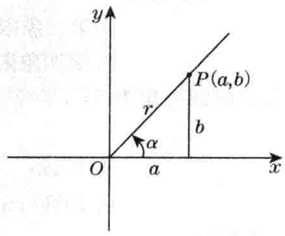


图 1-2-1-2

则 $\sin\alpha=\dfrac{b}{r}$,$\cos\alpha=\dfrac{a}{r}$,$\tan\alpha=\dfrac{b}{a}$.

【例 1】 已知角 α 的顶点在原点,始边与 x 轴的非负半轴重合,角 α 的终边经过点 $P(4,-3)$. 试求 $\sin\alpha$,$\cos\alpha$,$\tan\alpha$.

分析:根据任意角的三角函数定义,先求出 r,再利用定义求解.

解:如图 1-2-1-3,由 $x=4$,$y=-3$,得

$r=|OP|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

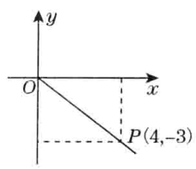


图 1-2-1-3

故 $\sin\alpha=\dfrac{-3}{5}=-\dfrac{3}{5}$,$\cos\alpha=\dfrac{4}{5}$,$\tan\alpha=\dfrac{-3}{4}=-\dfrac{3}{4}$.

规律总结

若已知角 α 的终边上一点的坐标,求三角函数值时,首先要看顶点是否在原点,始边是否与 x 轴非负半轴重合,若是,则先求出 r,再根据定义求值;若不是,则需要重新建立坐标系或变形后求解.

知识点二 三角函数的定义域和函数值的符号

1. 正弦函数、余弦函数、正切函数的定义域如下：

三角函数	定义域
$\sin\alpha$	$\mathbf{R}$
$\cos\alpha$	$\mathbf{R}$
$\tan\alpha$	$\left\{\alpha \middle| \alpha\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$

2. 根据三角函数的定义以及单位圆上点的位置(在哪个象限)，可得正弦函数、余弦函数、正切函数的值在各个象限内的符号如图 1-2-1-4 所示.

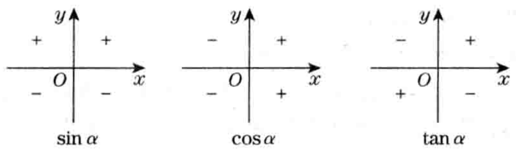


图 1-2-1-4

从原点到角的终边上任意一点的距离 r 是正值，根据三角函数的定义，知

(1)正弦函数值的符号取决于纵坐标 y 的符号；

(2)余弦函数值的符号取决于横坐标 x 的符号；

(3)正切函数值的符号是由 x,y 的符号共同决定的，即 x,y 同号为正，异号为负.

方法提炼

为了便于记忆，我们把三角函数值在各象限内的符号规律概括为下面的口诀：“一全正、二正弦、三正切、四余弦”，意为：第一象限各三角函数值均为正；第二象限只有正弦值为正，其余均为负；第三象限只有正切值为正，其余均为负；第四象限只有余弦值为正，其余均为负.

【例 2】 (1)若 $\sin\theta\cos\theta>0$，则 θ 在 (B)

A. 第一、第二象限 B. 第一、第三象限

C. 第一、第四象限 D. 第二、第四象限

(2)确定下列各三角函数值的符号：

①$\cos 260^\circ$； ②$\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$； ③$\tan\frac{10\pi}{3}$.

(1)解析：由于 $\sin\theta$ 与 $\cos\theta$ 同符号，根据三角函数值在各象限的符号可解.

因为 $\sin\theta\cos\theta>0$，所以 $\sin\theta,\cos\theta$ 同号.

当 $\sin\theta>0,\cos\theta>0$ 时，θ 在第一象限；

当 $\sin\theta<0,\cos\theta<0$ 时，θ 在第三象限. 故选 B 项.

答案：B

(2)分析：先判断各角的终边所在的象限，再根据各象限三角函数值的符号判断.

解：①因为 260° 是第三象限角，所以 $\cos 260^\circ<0$；

②因为 $-\frac{\pi}{3}$ 是第四象限角，所以 $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)<0$；

③因为 $\frac{10\pi}{3}$ 是第三象限角，所以 $\tan\frac{10\pi}{3}>0$.

解后反思

此类题目一般有两种题型：(1)已知三角函数符号判断角所在象限；(2)已知角所在象限判断三角函数符号. 不论哪一类，都会用到“一全正、二正弦、三正切、四余弦”，因而记住口诀，问题便会迎刃而解.

知识点三 诱导公式一

公式一：$\sin(\alpha+k\cdot 2\pi)=\sin\alpha$，$\cos(\alpha+k\cdot 2\pi)=\cos\alpha$，$\tan(\alpha+k\cdot 2\pi)=\tan\alpha$，其中 $k\in\mathbf{Z}$.

规律总结

(1)诱导公式一：说明终边相同的角的三角函数值相等.

(2)任意给定一个角，它的三角函数值是唯一确定的；若给定一个三角函数值，则有无数个角与之对应.

(3)利用诱导公式一，可以把求任意角的三角函数值转化为求 $0\sim2\pi$ 内角的三角函数值.

【例 3】 求 -660° 角的正弦、余弦、正切值.

分析：利用诱导公式一把角化成 $0^\circ\sim360^\circ$ 范围内的角后求解.

解：由于 $-660^\circ=-720^\circ+60^\circ=-2\times360^\circ+60^\circ$，所以 $\sin(-660^\circ)=\sin(-2\times360^\circ+60^\circ)=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\cos(-660^\circ)=\cos(-2\times360^\circ+60^\circ)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$；$\tan(-660^\circ)=\tan(-2\times360^\circ+60^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$.

温馨提示

诱导公式一也可写成：

$\sin(\alpha+k\cdot 360^\circ)=\sin\alpha$，$\cos(\alpha+k\cdot 360^\circ)=\cos\alpha$，$\tan(\alpha+k\cdot 360^\circ)=\tan\alpha$，其中 $k\in\mathbf{Z}$.

知识点四 三角函数线

1. 有向线段

带有方向的线段叫做有向线段.

2. 三角函数线的定义

如图 1-2-1-5，设任意角 α 的顶点在原点(单位圆的圆心)O，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆相交于点 $P(x,y)$，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 M；过点 $A(1,0)$ 作单位圆的切线，设它与角 α 的终边(当 α 位于第一、四象限时)或其反向延长线(当 α 位于第二、三象限时)相交于点 T(由于过切点的半径垂直于圆的切线，所以 AT 平行于 y 轴).

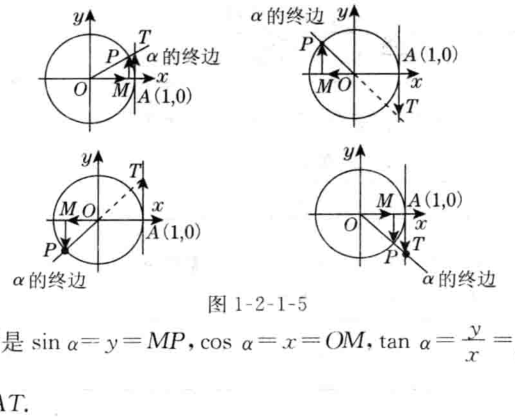


图 1-2-1-5

于是 $\sin\alpha=y=MP$，$\cos\alpha=x=OM$，$\tan\alpha=\frac{y}{x}=\frac{MP}{OM}=\frac{AT}{OA}=AT$.

我们规定与坐标轴同向时，方向为正向，与坐标轴反向时，方向为负向，则有向线段 MP，OM，AT 分别叫做角 α 的正弦线、余弦线、正切线.

温馨提示

(1)三角函数线的意义是表示三角函数的值，其长度等于三角函数值的绝对值，方向表示三角函数值的正负.

(2)因为三角函数线是与单位圆有关的有向线段，所以作角的三角函数线时，一定要先作出单位圆.

(3)有向线段的书写：有向线段的起点字母写在前面，终点字母写在后面.

【例 4】 (1)利用三角函数线比较 $\sin 1\ 155°$与$\sin(-1\ 654°)$的大小；

(2)求证：当 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$时，$\sin\alpha+\cos\alpha>1$.

分析：(1)利用诱导公式一将角化到 0°～360°范围内之后，再作三角函数线可比较；(2)在单位圆中利用三角形中边的关系可证.

(1)解：$\sin 1\ 155°=\sin(75°+3\times360°)=\sin 75°$,

$\sin(-1\ 654°)=\sin(146°-5\times360°)=\sin 146°$.

在单位圆中，分别作出 $\sin 75°$和 $\sin 146°$的正弦线 M_2P_2，M_1P_1(如图 1-2-1-6).

因为 $M_1P_1<M_2P_2$，所以 $\sin 1\ 155°>\sin(-1\ 654°)$.

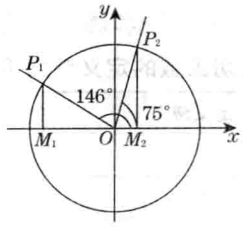


图 1-2-1-6

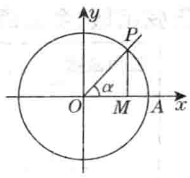


图 1-2-1-7

(2)证明：如图 1-2-1-7 所示，

因为 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，所以 $\sin\alpha=|MP|$，$\cos\alpha=|OM|$，$|OP|=1$.

又在$\triangle OPM$中，有$|MP|+|OM|>|OP|=1$.

所以 $\sin\alpha+\cos\alpha>1$.

解后反思

三角函数线的应用非常广泛，如在解三角方程、三角不等式，比较大小及证明三角不等式中均有应用，因而掌握三角函数线的运用方法，可为以后解题带来方便.

典例精析

类型一 三角函数定义及函数值符号的理解

【例 1】 有下列说法：

①终边相同的角的同名三角函数的值相等；

②终边不同的角的同名三角函数的值不等；

③若 $\sin 2\alpha>0$，则 α 是第一象限角；

④若 α 是第二象限角，且 $P(x,y)$是其终边上一点，则 $\cos\alpha=\frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

其中正确说法的个数是 ( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解析：此类三角函数的多选题，需要逐个作出正确的判断. 充分利用三角函数的定义求解是关键.

序号	分析过程	结论
①	由任意角的三角函数定义可判断	正确
②	举反例，如 $\sin\frac{\pi}{3}$和 $\sin\frac{2\pi}{3}$，应用三角函数线和单位圆可分析出两个函数值相等	不正确
③	由 $2k\pi<2\alpha<\pi+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$ 可推出 $k\pi<\alpha<\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，当 $k=2n(n\in\mathbf{Z})$时，α 是第一象限角；当 $k=2n+1\ (n\in\mathbf{Z})$时，α 是第三象限角	不正确
④	由条件知 $\cos\alpha=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$	不正确

答案：A

温馨提示：(1)解决此类问题的关键是准确理解任意角的三角函数的定义.

(2)注意问题：①对于不同象限的角，求其三角函数值时，要分象限进行讨论.

②终边在坐标轴上的角不属于任何象限.

变式·拓展 1 下列说法中，正确的是 ( )

A. 同名三角函数值相等的角的终边相同

B. 同名三角函数值不相等的角的终边必不相同

C. 若 $\sin\alpha\cdot\cos\alpha<0$，则 $\sin\alpha>0$，$\cos\alpha<0$

D. 终边上的一点 $P(x,y)$距离原点越远，则该角的正弦值越大

类型二 求三角函数的定义域

【例 2】 求下列函数的定义域：

(1)$y=\sin x+\tan x$；　(2)$y=\frac{\sin x+\cos x}{\tan x}$.

分析：在本例(1)中，找出使 $\tan x$ 成立的 x 的范围即可，在(2)中，除了找出使 $\tan x$ 成立的 x 的取值范围，还应考虑分母不为 0 这个条件.

解：(1)要使函数有意义，必须使 $\sin x$ 与 $\tan x$ 有意义，

所以有$\begin{cases}x\in\mathbf{R},\\ x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in\mathbf{Z}).\end{cases}$

所以函数 $y=\sin x+\tan x$ 的定义域为

$\left\{x\,\middle|\,x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}\right\}$.

(2)要使函数有意义，必须使 $\tan x$ 有意义，且 $\tan x\neq0$，

所以有$\begin{cases}x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},\\ x\neq k\pi\end{cases}(k\in\mathbf{Z})$.

所以函数 $y=\frac{\sin x+\cos x}{\tan x}$的定义域为$\left\{x\,\middle|\,x\neq\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$.

温馨提示：(1)解题时要注意函数本身的隐含条件.

(2)求三角函数的定义域，应熟悉各三角函数在各象限内的符号，并要注意各三角函数的定义域，一般用弧度制表示.

变式·拓展 2 求 $y=\lg(\sin 2x)+\sqrt{9-x^2}$的定义域.