Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

专题点击

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

适用区域广泛

初中代数（下）

·初二、初三年级用·

主　编　郭奕津

东北师范大学出版社

13

Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

适用区域广泛

专题点击

初中代数（下）

·初二、初三年级用·

主　编　郭奕津

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

专题点击. 初中数学（下）/郭奕津主编. —长春：东北师范大学出版社，2003. 5
ISBN 7-5602-3308-2

Ⅰ. 专… Ⅱ. 郭… Ⅲ. 代数课—初中—教学参考资料… Ⅳ. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 026572 号

ZHUANTI DIANJI

□策划创意：一编室
□责任编辑：刘兆辉 □责任校对：张志荣
□封面设计：李冰彬 □责任印制：张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 邮政编码：130024
电话：0431—5695744 5688470 传真：0431—5695734
网址：www.nnup.com 电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版
长春新华印刷厂印装
长春市吉林大路 35 号（130031）
2003 年 5 月第 1 版 2003 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸：148mm × 210 mm 印张：10 字数：326 千
印数：00 001 — 10 000 册

定价：12.00 元

本书作者

ZHUANTI DIANJI CHOZHONG DAISHU

主编 郭奕津

编写 晁振英 唐永校 宋继权 巩中坚
王忠东 钱伟玉 于漫红 张淑锋
刘桂英 田亦爱 卢秀军 王继纬

CHUBANZHE DE HUA

出版者的话

《专题点击》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场异彩纷呈，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难以取舍。但无论各版别的教材如何更新，变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，培养创新精神，增添科技内涵，活跃思维，开发学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识板块、考查要点串连在一起的。不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“专题”之切入点。

《专题点击》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段所学语文、英语、数学、物理、化学等五个学科，各科以可资选取的知识板块作为专题，进行精讲，精解，精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学理念为图书的精髓，以专题为轴心，抓住学科重点、知识要点，以点带面，使学生对所学知识能融会贯通。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题题型特点分类，数学、物理、化学各科则以知识板块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同板块，紧抓重点难点，参照国家

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

课程标准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以收“润物细无声”之功效。

三、体例新颖，注重能力培养

《专题点击》丛书体例的设计，充分遵循了学生学习的思维规律，环环相扣，逻辑性强。基础知识的讲解，注重精练，循序渐进，以至升华；典型例题，以实例引航，达到举一反三，触类旁通；把知识点融入习题，鼓励实战演练，做到学以致用。本丛书一以贯之、自始至终遵循的是对学生能力的培养。

四、适用区域广泛

《专题点击》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得本套书在使用上适用于全国的不同区域，可活学活用，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，希望我们的努力使学生有更多的收获。成功并不属于某一个人，它需要我们共同创造，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社
第一编辑室

ZHUANTI DIANJI

目录

专题点击

ZHUANTI DIANJI

专题点击

第一章 一元二次方程

如图 1 - 1,有一张长 40 cm,宽 25 cm 的硬纸片,裁去角上四个小正方形之后,折成如图 1 - 2 那样的无盖的纸盒.若纸盒的底面积是 450 cm^2,那么纸盒的高是多少?

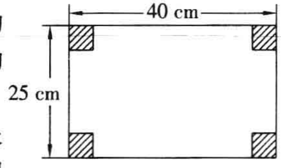

图 1 - 1

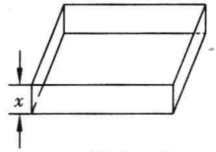

图 1 - 2

在问题中,若设纸盒的高为 x cm,那么也就是长方形硬纸片中裁去的四个小正方形的边长为 x. 从图 1 - 1,1 - 2 可以看出:纸盒底面的长应为 $(40-2x)$ cm,底面的宽应为$(25-2x)$cm,若底面积是 450 cm^2,可以得到下面的方程:

$$(40-2x)(25-2x)=450,$$

这个方程可以整理为

$$2x^2-65x+275=0.$$

这个方程中含有一个未知数 x, 含有未知数的有 $2x^2$ 和$-65x$ 两项, 其中最高次项 $2x^2$ 一项的系数是 2,像这样的方程我们称它为一元二次方程.

第一节 一元二次方程

1 知识点击 循序渐进

像上面提到的 $2x^2-65x+275=0$,以及 $3(x-5)=2x^2$,$y^2-5y=0$ 这样的方程都是关于未知数的整式方程,它们都只含一个未知数,并且未知数的最高次数是 2,我们把这样的方程叫做一元二次方程.

一般地，任何一个关于 x 的一元二次方程经过整理都可以化成它的一般形式 $ax^2+bx+c=0$，其中 a,b,c 是常数，且 $a\neq0$.（想一想：为什么 $a\neq0$）

我们把式子 $ax^2+bx+c=0$ 中的 ax^2 称作二次项，把 a 称作二次项的系数，把 bx 称作一次项，把 b 称作一次项的系数，把 c 称作常数项.

使一个一元二次方程左、右两边的值相等的未知数的值是一元二次方程的解.

2 实例引航 举一反三

例 1 把下列方程化成一元二次方程的一般形式，并写出它的二次项系数、一次项系数及常数项.

(1) $9x^2=5-4x$；　　(2) $(2-x)(3x+4)=3$；

(3) $4x^2=5$；　　(4) $3y^2+1=2\sqrt{3}y$.

解：(1)原方程化成一般形式为　$9x^2+4x-5=0$.

这个方程的二次项系数是 9，一次项系数是 4，常数项是 -5.

(2)原方程化成一般形式为　$3x^2-2x-5=0$.

这个方程的二次项系数是 3，一次项系数是 -2，常数项是 -5.

(3)原方程化成一般形式为　$4x^2-5=0$.

这个方程的二次项系数是 4，一次项系数是 0，常数项是 -5.

(4)原方程化成一般形式为　$3y^2-2\sqrt{3}y+1=0$.

这个方程的二次项系数是 3，一次项系数是 $-2\sqrt{3}$，常数项是 1.

说明：把一个一元二次方程化成一般形式时，习惯上应使二次项系数为正.如(2)小题，去括号整理后得 $-3x^2+2x+5=0$，这时可以在方程两边都乘以 -1，整理后得 $3x^2-2x-5=0$.

例 2 关于 x 的方程①$(m-1)x^2+(2m-3)x-m-2=0$，②$(a^2-3)x^2-(a+3)x-5=0$ 是不是一元二次方程？

分析 由于这两个方程是关于 x 的方程，那么这两个方程中的未知数就是 x，其中的 m,a 都是系数中的一部分，我们也把 m,a 称为参数.这两个方程是不是一元二次方程，关键是看二次项的系数是不是为 0.

解：(1)当 $m-1\neq0$，即 $m\neq1$ 时，方程①为一元二次方程；

当 $m=1$ 时，方程①为 $-x-3=0$，这是一个一元一次方程.

(2)当 $a^2-3\neq0$，即 $a\neq\pm\sqrt{3}$ 时，方程②为一元二次方程；

当 $a=\pm\sqrt{3}$ 时，方程②为一元一次方程.

例 3 判断下列各方程后面括号里的数是不是前面方程的解.

(1) $x^2-8=2x$，($x=4$，$x=2$，$x=-2$)；

(2) $3y^2+1=2\sqrt{3}y$, $\left(y=2, y=\frac{\sqrt{3}}{3}, y=-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

分析 根据“方程的解”的定义“使方程左、右两边相等的未知数的值是方程的解”来判断. 要验证一个数是不是方程的解，只需把这个数分别代入方程的左、右两边，看所得的值是不是相等就可以了.

解: (1) 把 $x=4$ 代入方程，左边 $=4^2-8=16-8=8$，右边 $=2\times4=8$，

$\because$ 左边 = 右边，$\therefore$ $x=4$ 是原方程的解.

把 $x=2$ 代入方程，左边 $=2^2-8=4-8=-4$，右边 $=2\times2=4$，

$\because$ 左边 $\neq$ 右边，$\therefore$ $x=2$ 不是原方程的解.

把 $x=-2$ 代入方程，左边 $=(-2)^2-8=4-8=-4$，右边 $=2\times(-2)=-4$，

$\because$ 左边 = 右边，$\therefore$ $x=-2$ 是原方程的解.

(2) 把 $y=2$ 代入方程，左边 $=3\times2^2+1=3\times4+1=13$，右边 $=2\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$，

$\because$ 左边 $\neq$ 右边，$\therefore$ $y=2$ 不是原方程的解.

把 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 代入方程，左边 $=3\times\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+1=3\times\frac{1}{3}+1=2$，

右边 $=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2$，

$\because$ 左边 = 右边，$\therefore$ $y=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 是原方程的解.

把 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 代入方程，左边 $=3\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+1=3\times\frac{1}{3}+1=2$，

右边 $=2\sqrt{3}\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=-2$，

$\because$ 左边 $\neq$ 右边，$\therefore$ $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 不是原方程的解.

3 实战演练 学以致用

A 级

1. 判断下列方程是不是一元二次方程.

(1) $\frac{2}{x^2+1}=5$；　　(2) $x^2-3x=0$；

(3) $\sqrt{x}+x=6$；　　(4) $\frac{1}{x}+2x=x-2$；

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

(5) $x(x-1)=2x^2-3$；　　(6) $2x(x-3)=2x^2+1$；

(7) $x^2-3\sqrt{3}x+4=0$；　　(8) $-5x^2+16x+3=0$.

2. 把下列一元二次方程化成一般形式，并指出它的二次项系数、一次项系数和常数项.

(1) $6-3x^2+x=0$；　　(2) $x(x-3)=5$；

(3) $3(x-4)=2x^2$；　　(4) $(x-2)(x+4)=3$.

3. 选择题.

(1)下列方程中，不是一元二次方程的是(　　).

A. $\frac{1}{5}x^2-\frac{\sqrt{2}}{2}=x$　　B. $7x^2=0$

C. $0.3x^2+0.2x=0$　　D. $x(1-2x^2)=2x^2$

(2)下列方程中，不含一次项的是(　　).

A. $2x^2-14=5x$　　B. $9x=25x^2$

C. $x(x-6)=0$　　D. $(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})=0$

(3)把一元二次方程 $(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})+(2x-1)^2=0$ 化成一般形式，得(　　).

A. $5x^2-4x-4=0$　　B. $x^2-5=0$　　C. $5x^2-2x+1=0$　　D. $5x^2-4x+6=0$

(4)若关于 x 的方程 $(k-2)x^2+2(k+1)x+2k-1=0$ 的一次项系数为 -1，则(　　).

A. $k=-\frac{3}{2}$　　B. $k=-\frac{1}{2}$　　C. $k=0$　　D. $k=3$

(5)关于 x 的方程 $(p^2-1)x^2+4x+2=0$ 是一元二次方程，则(　　).

A. $p\neq 1$　　B. $p\neq -1$　　C. $p\neq 4$　　D. $p\neq \pm 1$

(6)若一元二次方程 $(m-2)x^2+2x+m^2-4=0$ 的常数项为 0，则 m 的值为(　　).

A. 2　　B. -2　　C. ± 2　　D. ± 4

B　级

1. 把下列一元二次方程化成一般形式，并指出二次项系数、一次项系数、常数项各是多少.

(1) $(x-2)^2-6x=0$；　　(2) $(x-4)^2=10x+4$；

(3) $(x-3)(x+3)-2x^2-1=0$；　　(4) $4y(y+5)=3(y+5)$.

2. 判断下列方程后面的未知数的值是不是方程的解.

(1) $x^2-3x+2=0$，$(x_1=1, x_2=2, x_3=3)$；

(2) $2y^2-5y+2=0$，$\left(y_1=\frac{1}{2}, y_2=1, y_3=2\right)$；

(3) $\frac{1}{2}(3x-1)^2-8=0$，$\left(x_1=-1, x_2=1, x_3=\frac{5}{3}\right)$；

(4) $(2x-3)^2=(x+1)^2$, $\left(x_1=\dfrac{2}{3}, x_2=0, x_3=1\right)$.

3. 选择题.

(1)下列方程是一元二次方程的是(　　).

A. $3x^2+2x-y+3=0$　　B. $\dfrac{4}{x^2}-\dfrac{2}{x}=5$

C. $(4x^2-1)^2=16$　　D. $\sqrt{5}x^2-9=\sqrt{3}x$

(2)一元二次方程的一般形式是(　　).

A. $x^2+bx+c=0$　　B. $ax^2+bx+c=0$

C. $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$　　D. $x^2+2x+1=0$

(3)一元二次方程$-2x^2+3x+4=0$,把二次项系数变为正数,且使方程的根不变的是(　　).

A. $2x^2+3x+4=0$　　B. $2x^2-3x-4=0$

C. $2x^2+3x-4=0$　　D. $2x^2-3x+4=0$

(4)方程$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})+(2x+1)^2=x-2$的常数项是(　　).

A. 5　　B. 3　　C. -3　　D. 0

4. 解答下列各题.

(1)k为何值时,关于x的方程$(k+3)(k-1)x^2+(k-1)x+5=0$ ①是一元二次方程;②是一元一次方程?

(2)当a为何值时,方程$ax^2+bx=5x^2-4$是关于x的一元二次方程?

(3)当m为何值时,方程$(m-3)x^{m^2-m-4}+mx+10=0$是关于x的一元二次方程?

(4)判断关于x的方程$x^2-mx(2x-m+1)=x$是不是一元二次方程,如果是,指出其二次项系数、一次项系数及常数项.

C　级

1. 如果$2x^2-3x-1$与$a(x-1)^2+b(x-1)+c$是同一个多项式的不同形式,求$\dfrac{a+b}{c}$.

2. 试证明不论m取何值,关于x的方程$(m^2-6m+10)x^2+4mx+5=0$都是一元二次方程.

3. 若$x^{2a+b}-2x^{a-b}+5=0$是关于x的一元二次方程,求a,b的值.

参考答案 KEY

A 级

1. (1)是 (2)是 (3)不是 (4)不是 (5)是 (6)不是 (7)是 (8)是

2. (1)$3x^2-x-6=0$,二次项系数为 3,一次项系数为-1,常数项为-6.

(2)$x^2-3x-5=0$,二次项系数为 1,一次项系数为-3,常数项为-5.

(3)$2x^2-3x+12=0$,二次项系数为 2,一次项系数为-3,常数项为 12.

(4)$x^2+2x-11=0$,二次项系数为 1,一次项系数为 2,常数项为-11.

3. (1)D (2)D (3)A (4)A (5)D (6)B

B 级

1. (1)$x^2-10x+4=0$,二次项系数、一次项系数、常数项分别是 $1,-10,4$.

(2)$x^2-18x+12=0$,二次项系数、一次项系数、常数项分别是 $1,-18,12$.

(3)$x^2+10=0$,二次项系数、一次项系数、常数项分别是 $1,0,10$.

(4)$4y^2+17y-15=0$,二次项系数、一次项系数、常数项分别是 $4,17,-15$.

2. (1)$x_1=1,x_2=2$ 是方程的解 (2)$y_1=\frac{1}{2},y_2=2$ 是方程的解

(3)$x_1=-1,x_3=\frac{5}{3}$是方程的解 (4)$x=\frac{2}{3}$是方程的解

3. (1)D (2)C (3)B (4)D

4. (1)①$k\neq-3$ 且 $k\neq1$ ②$k=-3$ (2)$a\neq5$ (3)$m=-2$

(4)原方程整理,得$(1-2m)x^2+(m^2-m-1)x=0$.当 $1-2m\neq0$,即 $m\neq\frac{1}{2}$时,原方程是一元二次方程,二次项系数是 $1-2m$,一次项系数是 m^2-m-1,常数项是 0.

C 级

1. $ax^2-(2a-b)x+a-b+c=2x^2-3x-1$,

$\therefore a=2,-2a+b=-3,a-b+c=-1$,解得 $a=2,b=1,c=-2$,$\therefore\frac{a+b}{c}=-\frac{3}{2}$.

2. $m^2-6m+10=(m^2-6m+9)+1=(m-3)^2+1>0$,

$\therefore$ 无论 m 取何值,$m^2-6m+10\neq0$,$\therefore$ 方程是一元二次方程.

3. 只要 x^{2a+b},$-2x^{a-b}$ 中有一项是二次项,无论另一项是○次、一次、二次,原方程都是一元二次方程,因此共有以下五种情况:

$$\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=2;\end{cases}\quad\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=1;\end{cases}\quad\begin{cases}2a+b=2,\\a-b=0;\end{cases}\quad\begin{cases}2a+b=0,\\a-b=2;\end{cases}\quad\begin{cases}2a+b=1,\\a-b=2.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}a_1=\dfrac{4}{3},\\ b_1=-\dfrac{2}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}a_2=1,\\ b_2=0;\end{cases}$ $\begin{cases}a_3=\dfrac{2}{3},\\ b_3=\dfrac{2}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}a_4=\dfrac{2}{3},\\ b_4=-\dfrac{4}{3};\end{cases}$ $\begin{cases}a_5=1,\\ b_5=-1.\end{cases}$

第二节 一元二次方程的解法

怎样求出一个一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的解,是本节要讨论的问题.

讨论一元二次方程的解基于如下思想:

$$m^2=n(n\geqslant0),\text{则 } m=\pm\sqrt{n};pq=0,\text{则 } p=0 \text{ 或 } q=0.$$

也就是说,如果能把一个一元二次方程转化成一个含未知数的代数式 m^2 等于一个非负数 n 的形式,那么可以由数的开平方法把原式转化为一次式的形式;或者把原方程转化为 p,q 两个一次多项式的积等于 0 的形式,由 p,q 分别为 0,得到两个一次多项式等于 0.

总之,解一元二次方程的基本思想是降低方程的次数,把二次方程转化为一次方程,从而求得其解.

对于不同的方程,可以有下面不同的解法.

一、直接开平方法

如一元二次方程$(x-3)^2=16$,根据数的开平方的意义可知 $x-3=\pm4$,也就是 $x-3=4$ 或 $x-3=-4$. 因此,$x_1=7,x_2=-1$ 是原方程的解.

像这样直接由开平方的方法解一元二次方程的方法叫做开平方法.

例 1 用开平方法解一元二次方程.

(1)$3x^2-27=0$; (2)$(2x-3)^2=7$;

(3)$\frac{1}{2}(x-2)^2=4$; (4)$2(\sqrt{2}x-3)^2=12$.

解:(1)原方程可化为 $x^2=9$,开平方,得 $x=\pm3$,

$\therefore$ $x_1=3,x_2=-3$ 是原方程的解.

(2)开平方,得 $2x-3=\pm\sqrt{7}$,$\therefore$ $2x-3=\sqrt{7}$ 或 $2x-3=-\sqrt{7}$,

$\therefore\ x_1=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}, x_2=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}$是原方程的解.

(3)原方程可化为$(x-2)^2=8$,开平方,得$x-2=\pm2\sqrt{2}$,

$\therefore\ x-2=2\sqrt{2}$或$x-2=-2\sqrt{2}$,

$\therefore\ x_1=2+2\sqrt{2}, x_2=2-2\sqrt{2}$是原方程的解.

(4)原方程可化为$(\sqrt{2}x-3)^2=6$,开平方,得$\sqrt{2}x-3=\pm\sqrt{6}$,

$\therefore\ \sqrt{2}x-3=\sqrt{6}$或$\sqrt{2}x-3=-\sqrt{6}$,

$\therefore\ x_1=\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}, x_2=\dfrac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$是原方程的解.

例 2 一个梯子AB长2.5 m,靠在墙AC上,如图1 - 3,这时梯子下端B与墙角C距离1.5 m. 梯子滑动后停在DE位置,测得BD长0.5 m,那么梯子顶端A下落多少米?

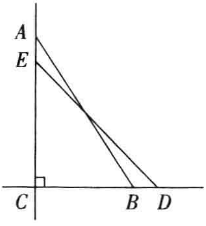

图1 - 3

分析 在图1 - 3中,$AB=2.5$ m,$BC=1.5$ m,$\triangle ABC$是直角三角形,根据勾股定理,可以求出AC的长.

若设梯子顶端A下落到E,$AE=x$ m,而$\triangle DEC$也是直角三角形,那么由勾股定理可以列出关于x的二次方程,从而求出AE的长.

解:在$Rt\triangle ABC$中,$AB=2.5, BC=1.5$,

$\because\ AC^2+BC^2=AB^2$,即$AC^2+1.5^2=2.5^2$,而$AC>0$,$\therefore\ AC=2$.

设$AE=x$,则$CE=2-x$,$CD=1.5+0.5=2$,

在$Rt\triangle CDE$中,$CE^2+DC^2=DE^2$,即$(2-x)^2+(1.5+0.5)^2=2.5^2$,

$\therefore\ (2-x)^2=2.25$,开平方,得$2-x=\pm1.5$,即$2-x=1.5$或$2-x=-1.5$,

$\therefore\ x_1=0.5, x_2=3.5$,但$AE<AC=2$,$\therefore\ x=3.5$不合题意,舍去.

$\therefore\ x=0.5$.

答:梯子顶端A下落0.5 m.

二、配方法

很多时候,一元二次方程并不是写成关于未知数的平方的形式,如$x^2-6x-7=0$,$4x^2-12x-5=0$,…像这样的方程我们可以通过配方的办法,把它们化成$(mx\pm n)^2=k$的形式.

把一个一元二次方程配方成$(mx\pm n)^2=k$的形式,就是配方法.

我们注意到$(a+b)^2$,$(a-b)^2$都是完全平方式,而$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$,所以要把一个一元二次方程配方,就要把一元二次方程中含二次项、一次项的部分转化为$a^2\pm2ab+b^2$的形式.如

$$x^2-6x+9=x^2-2\cdot x\cdot 3+3^2=(x-3)^2$$

$$a^2-2\ a\ b+b^2=(a-b)^2,$$

$$x^2+4x-3=x^2+2\cdot x\cdot 2+2^2-2^2-3=(x+2)^2-7$$

$$a^2+2\ a\ b+b^2\ =\ (a+b)^2.$$

从上面的例子可以看出,未知数x相当于完全平方公式中的a,要完成配方,就要确定公式中b的值,而b等于一次项系数的一半,那么b^2就是一次项系数一半的平方.

例 1 把下面的二次三项式配方成一个完全平方式与一个常数的和的形式.

(1)$x^2-10x+5$;　(2)$m^2-7m+10$;　(3)$2y^2+2y-1$;(4)$3x^2-2x+4$.

解:(1) $x^2-10x+5=x^2-2\cdot x\cdot 5+5^2-5^2+5=(x-5)^2-20$.

(2) $m^2-7m+10=m^2-2\cdot m\cdot\frac{7}{2}+\left(\frac{7}{2}\right)^2-\left(\frac{7}{2}\right)^2+10=\left(m-\frac{7}{2}\right)^2-2\frac{1}{4}$.

(3) $2y^2+2y-1=2(y^2+y)-1=2\left[y^2+y+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]-2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=2\left(y+\frac{1}{2}\right)^2-1\frac{1}{2}$.

(4) $3x^2-2x+4=3\left(x^2-\frac{2}{3}x\right)+4=3\left[x^2-\frac{2}{3}x+\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]-\frac{1}{3}+4=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+3\frac{2}{3}$.

说明:配方法是常用而有效的方法,但也是不容易掌握的方法,必须熟悉完全平方式的左、右两边的形式,把一个二次三项式的二次项、一次项与完全平方公式中的a,b比照,以确定所要配方的形式.

例 2 用配方法解下列一元二次方程.

(1)$x^2-6x+4=0$;　(2)$x^2+5x-6=0$;　(3)$2x^2-7x-4=0$;　(4)$3x^2-1=6x$.

解:(1)原方程可化为　$x^2-6x=-4$,

配方,得$x^2-6x+9=-4+9$,即　$(x-3)^2=5$,

开平方,得　$x-3=\pm\sqrt{5}$,

$\therefore$ $x_1=3+\sqrt{5}$,$x_2=3-\sqrt{5}$是原方程的解.

(2)原方程可化为　$x^2+5x=6$,

配方,得$x^2+5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=6+\left(\frac{5}{2}\right)^2$,即　$\left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{49}{4}$,

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com