查理斯密大代数学

A TREATISE ON

ALGEBRA

BY

Charles Smith, M. A.

連江陳文
南海何崇禮 合譯

上卷

查理斯密

大代數學

科學會編譯部刊行

總發行所　上海（四馬路巡捕房東首）科學會編譯部總發行所

發行者　科學會編譯部

印刷所　秀英舍第一工場

印刷者　藤本兼吉

譯述者　陳文　何崇禮　合譯

定價大洋壹圓

（大代數學上卷奥付）

中華民國元年八月十五日七版發行

目　錄

査理斯密

大代數學

第壹編

定義 (Definitions)

(1). **代數學** (Algebra) 仍如數學。(Arithmetic) 亦論數之學科也。數學之數。以定值之數字 (如 1, 2, 3, 4, 等)表之。代數之數。以任意之文字 (如 a, b, c, d, 等)表之。故代數學無論何數。皆可以文字爲代表。惟在壹演式中。壹文字祗代表壹數。學者不可不知。

代數學所用之文字。原爲任何數之代表。故無論此數爲如何之數。其結果恆同。

〔增補〕如 6 加 6. 其結果祗爲 12. 若 a 加 a。則無論 a 爲如何之數。其結果恆爲 a 之貳倍。

〔增補〕代數學表數之文字。大抵用小羅馬文字。(即 abcdefgh ······yz) 然亦有用大羅馬字。(即 ABCD······YZ) 及小希臘文字(即 $\alpha\beta\gamma\varepsilon$······)者。

(2). **數** (Numbers) 代數學所論之數。無論整數,

分數皆可。凡名數量。如物價,長,面積,及時間等。均各以所含同類單位之倍數計算。

如有 $4, \frac{a}{3}, 5\frac{1}{4}$,等諸長。其單位必爲壹尺,壹步,壹里或他定長,若長爲 4。此長必爲 4 尺,4 步,4 里,或他定長之 4 倍。他項類推。如是。代數學中所計之量。原祇論量之單位數。故在代數學中。其代表量之記號。無論爲數字,爲文字。恆代表其單位數。故書中所謂數。(Number)言語中每謂之量。(Quantity)

〔增補〕〔注意〕此後於必要之章次。恆加以( )括號。如第 3 章爲必要之章次。故其式爲(3)

(3). 加號 +(讀爲〔不拉式〕,(Plus)或讀爲加)。置於壹數之左。示此數加入左邊之數內。

如 $6+3$ 加號在 3 之左。故示 3 以加入左邊之 6 內。約言之。即加 3 于 6。又 $6+3+2$, 即以 3 加于 6。其結果爲 $6+3$。再以 2 加于 $6+3$。約言之。即加 2 于其結果。依同樣之理。如 $a+b$, 即以 b 所代表之數。加入 a 所代表之數內。約言之。即以 b 加于 a。又 $a+b+c$, 即以 b 加入 a。其結果爲

$a+b$。再以 c 加入 $a+b$。約言之,即加 c 於其結果。

(4). **減號** $-$(讀爲〔買那式〕(Minus)或讀爲減)置於壹數之左。示由左邊之數內減去此數。

如$6-3$。減號在3之左。即由6內減去3,又$6-3-2$,即由6內減去3。其所得之結果爲$6-3$。再由$6-3$內減去2。依同樣之理。如 $a-b$,即由 a 內減去 b。又 $a-b-c$,即由 a 內減去 b。其所得之結果爲 $a-b$。再由 $a-b$ 內減去 c。其次序與加法同。又加號,減號,並用。其作用亦同。如 $a+b-c$,即加 b 於 a。其所得之結果爲 $a+b$。再~~加~~減 c 於 $a+b$。

〔法則〕如是。凡加減之運算。始於左而次及於右。

〔增補〕如 $9+3+2=12+2=14$ 爲由左而右者。

又 $9+3+2=9+5=14$。爲由右而左者。

加法由右而左。其所得之結果雖無差。然久之成爲習慣。用於減法則大謬。

如 $9-3-2=6-2=4$。爲由左而右者。

又 $9-3-2=9-1=8$。爲由右而左者。

如是則大謬誤。據此式之理由。乃由9內減去3。其結果爲6。

再由6內減去2。其結果爲4。若由右而左。其結果爲8。故誤。

又 $9+3-2=12-2=10$。爲由左而右者。

$9+3-2=9+1=10$。爲由右而左者。仍與正答10符。然

$9-3+2=6+2=8$。爲由左而右者。

$9-3+2=9-5=4$。爲由右而左者。不與正答8符。

〔注意〕(5)(6)兩章與(3)(4)兩章同理。

(5). 乘號 ×(讀爲〔因都〕(Into)或讀爲乘)置於兩數之間。示以右數乘左數。如 $a\times b$,即以 b 乘 a。又 $a\times b\times c$, 即以 b 乘 a。其結果爲 $a\times b$。再以 c 乘 $a\times b$。

惟文字與文字相乘。或數字與文字相乘。恒將文字與文字(或數字)連接而乘號從省。如 $a\times b$,可書爲 ab。$a\times b\times c$ 可書爲 abc, $3\times x$ 可書爲 $3x$, 然數字與數字間之乘號。則決不能省。省之必生大變動。如 $3\times 6=18$。若省其乘號。以36爲 3×6 之代表。則成數學中所表之參拾陸。如是,即生大變動。有時以(點)代 × 號。而將此點置於左右兩數中。或兩文字之底線上。以與在數字上方之小數點區別。如 $a\times b\times c$ 與 a, b, c, 及 $a\,b\,c$ 三式相同。即 a 被 b 乘。其結果爲 $a\times b$。又以 c 乘之。

〔餘論〕數字與數字之加號。有時從省。

如 $60+3$ 可書爲 63。$6+\frac{3}{10}$ 可書爲 $6\frac{3}{10}$。然 $8+3$ 决不能書爲 83。

(6). 除號　$\div$(讀爲〔稗〕(Divided by)或讀爲除)置於兩數字之間。示前數被後數除。而前數謂之被除數。(或名爲實數)後數謂之除數。(或名爲法數)如 $a\div b$. 即 a 被 b 除。又 $a\div b\div c$, 即 a 被 b 除。其結果爲 $a\div b$, 而 $a\div b$ 又被 c 除。

〔增補〕加減貳號並用。其作用相同。乘除貳號并用。其作用亦相同。如 $a\div b\times c$. 即 a 被 b 除。其結果爲 $a\div b$。又以 c 乘 $a\div b$。

又 $a\times b\div c$. 即以 b 乘 a。其結果爲 $a\times b$. 而 $a\times b$ 又被 c 除。

〔法則〕如是乘除運算之法。亦始於左而次及於右。與加減之運算同。加減之運算。與乘除之運算同樣。故加減乘除之運算。恒始於左而次及於右。

〔增補〕如 $a-b\times c+e\div d$. 其運算別有說明。見第16章。

(7). 積　(Product)二或二以上諸數相乘。其結果稱爲諸數之連乘積。(Continued Product) 或單稱爲積。而相乘之諸數。稱爲積之因子。(Factor)

諸因子可任分爲貳項。其壹項因子之積。恒爲他項因子積之係數。(Co-factar)如 $3abx$。有 3, a, b,

x 四因子。分此四因子爲貳項。若 3 與 abx, 則 3 爲 abx 之係數。abx 亦爲 3 之係數。又若 $3ab$ 與 x, 則 $3ab$ 爲 x 之係數。x 亦爲 $3ab$ 之係數。其他類推。

〔注意〕係數多用數字係數。

(8). **方乘** (Power) 凡積由同壹因數疊乘而生者。其積謂之此因數之方乘。如 a 與 a 相乘之積爲 aa。稱爲 a 之貳方乘。又 aaa 稱爲 a 之參方乘。以下類推。有時稱 a 爲 a 之壹方乘。而 aa 稱爲 a 之平方。(Square) aaa 稱爲 a 之立方。(Cube)

(9). **指數** (index) $aa, aaa, aaaa$ 等諸方乘。可代以簡便記法。如用 a^2 代 aa。用 a^3 代 aaa。用 a^4 代 $aaaa$。而 $aaaaa$ ....。設如以 a 乘 n 回之方乘。則記以 a^n(n 爲整數) 小數字 2, 3, 4, 及小文字 n。恆記於 a 之右肩。以示因子 a 之次數。故 a^3b^2 用以代 $aaabb$。此乃通用之法式。

小數字及小文字。乃指出因子次數之記號。故謂之指數。如 a^n 蓋謂此因子 a 倍至 n 次。或 a 至 n 乘方。n 即指數。然 a 之壹乘方。不必書 a^1 單

書 a。

(10). **方根** (Root) 某數之平方。等於 a。此數即爲 a 之平方根。

〔增補〕如 4 之平方(即 4^2)等於 16。則 4 即 16 之平方根，

平方根(Square Root)之記號。恆以 $\sqrt[2]{\ }$ 示之。然 $\sqrt[2]{\ }$ 常略爲 $\sqrt{\ }$。故 $\sqrt{a}$ 爲 a 之平方根。$\sqrt{16}$ 爲 16 之平方根。而 $\sqrt{16}=4$。因 $4^2=16$。

某數之立方等於 a。某數即 a 之立方根。

〔增補〕如 3 之立方(3^3)等於 27。3 即 27 之立方根。

立方根(Cobe Root)之記號。恆以 $\sqrt[3]{\ }$ 示之。故 $\sqrt[3]{a}$ 即 a 之立方根。$\sqrt[3]{27}=3$。即 27 之立方根。又四乘根之記號爲 $\sqrt[4]{\ }$。五乘根之記號爲 $\sqrt[5]{\ }$。n 乘根之記號爲 $\sqrt[n]{\ }$。故 $\sqrt[4]{a}$ 爲 a 之四乘根。$\sqrt[5]{a}$ 爲 a 之五乘根。$\sqrt[n]{a}$ 爲 a 之 n 乘根。但 n 以整數爲限。根號 $\sqrt{\ }$ 原由臘丁文 Radix (即根字) 之首字母 r 變化而成。故此號稱爲根號。(Radical Sign)

(11). **不盡根** (surd) 不能求盡之根。謂之不盡根。或謂之無理量。(Irrational sign) 如 $\sqrt{16}$ 等於 4。而 $\sqrt{7}$ 及 $\sqrt[3]{4}$ 無盡。故謂之不盡根。不盡根無庸求其略近數。如求 7 之平方根。依數學求平方根之法。雖能求其稍精密之略近數。2·6457……。然在代數學內。則無庸求其略近數。何則因

以$\sqrt{7}$自乘。即成爲7。故也。

(12). 代數式 (Algebraical expression) 諸代數記號(即文字,數字,符號)集合之式。稱爲代數式。(或單謂之式)

〔增補〕如:$7a+b^2-cd$ 及 $\sqrt{a+2}$ 乃代數式,

又如 $+\times6-\div a+-b$ 無意義集合者。非代數式。

項 〔Terms〕代數式中各部以 $+$ 或 $-$ 之號連接者。謂之項,如 $2a-3bx+5cy^2$ 代數式,即爲有 $2a,-3bx,+5cy^2$ 參項之式。

〔增補〕以 $\times$ 或 $\div$ 連接之各部不得謂之項。如 $5+6-7$, 乃以 $5,+6,-7$, 爲三項。若 $5\times6\div7$, 決不能以 $5,\times6,\div7$ 爲三項。乃以全部分爲壹項。

如 $2a-3bx+5cy^2$, 即 $2\times a-3\times b\times x+5\times c\times y\times y$, 其在十及一之間者乃爲項。而在 $\times$ 之間者則非項。

(13). 同類項 (like terms) 於兩項中惟數字係數相異者謂之同類項。如 $a, 3a$, 爲同類項。$5a^3b^2c, 3a^3b^2c$, 亦爲同類項。

〔增補〕又 $5a^2b^3c$, $3a^3b^2c$, 非同類項。乃異類項。何則。$5a^2b^3c$ 式乃 a 因子貳個。b 因子參個。c 因子壹個。$3a^3b^2c$ 式,乃 a 因子參個。b 因子二個。c 因子壹個。a 及 b 因子之倍數不同,故相異。又 $5a^2b$, $5ax$, 亦爲異類項,以因子不同故也。

(14). **單項式** (monomial ~~expresson~~ expression) 祇有壹項之代數式。謂之單項式。如 $3ab$, $7\div 6\times 8$, 爲單項式。

多項式 (multinomial expression) 貳項以上之代數式。謂之多項式。如 $a+b$, $a-bc$, 爲貳項式。(Binomial expression) $a+b+c$, ax^2+bx-c 爲參項式。(trinomial expression)

(15). **相等號** $=$,(讀爲〔伊苛勒〕(Equal) 或讀爲等於) 置於兩代數式之間。示兩式相等。

〔增補〕如 $a=b$, 示 a 等於 b。$a+b=c$, 示 $a+b$ 等於 c。

大號 $>$, 置於兩代數式之間。示左式較右式大。如 $a>b$, 示 a 較 b 大。 **小號** $<$, 置於兩代數式間。示左式較右式小。如 $a<b$, 示 a 較 b 小。 **不等號** $\neq$, 置於兩代數式間。示左式與右式不相等。如 $a\neq b$, 示 a 與 b 不相等。即 a 較 b 大, 或 a 較 b 小, 有時用 $a\gtrless b$ 記之。

不大號 $\ngtr$, 置於兩代數式之間。示左式較右式不大。如 $a\ngtr b$, 示 a 較 b 不大。即 a 較 b 小, 或 a 等於 b。有時用 $a\leqq b$ 示之。

不小號 $\nless$, 置於兩代數式之間。示左式較右式不小。如 $a\nless b$, 示 a 較 b 不小。即 a 較 b 大, 或 a 等於 b, 有時用 $a\geqq b$ 表之。

因號 $\because$，置於代數式之前。即因字之略號。

故號 $\therefore$，置於代數式之前。即故字之略號。

(16). 括弧 (Brackets)取壹代數式爲壹數。則以括弧括之。如 $(a+b)c$，卽以 a 加於 b，其結果爲 $a+b$。再以 c 乘 $a+b$。因以 $a+b$(即以 a 加於 b 所得之數)爲壹數。故用括弧括之。又 $(a-b)(c+d)$，即由 a 減去 b。其所得之結果爲壹數。即 $a-b$。又以 d 加入 c，以其所得之結果爲壹數。即 $c+d$，然後以 $c+d$ 乘 $a-b$。又 $(a+b)^2(c+b)^2$，即以 c 加 d 之平方乘 a 加 b 之平方。

括弧有種々之形。如 ( ) { } [ ] 〔 〕等。

括線 (Vinculum)有時用括線——代括弧。

如用 $a-\overline{b-c}$ 代 $a-(b-c)$ 又用 $\sqrt{a+b}$ 代 $\sqrt{}(a+b)$，

若壹代數式中祇有根號無括線及括弧。則其根號單屬其後之第壹數。如 $\sqrt{}2a$，其意義乃指 2 之平方根。且以 a 乘 $\sqrt{2}$。決非 $\sqrt{2a}$ 或 $\sqrt{}(2a)$，但 $\sqrt{2a}$ 或 $\sqrt{}(2a)$，則指 $2a$ 之平方根。又 $\sqrt{}a+x$，其意義乃指 a 之平方根。且以 x 加於 $\sqrt{a}$。決非 $\sqrt{a+x}$ 或 $\sqrt{}(a+x)$，但 $\sqrt{a+x}$ 或 $\sqrt{}(a+x)$，則指以 x 加於 a。而