

中學適用

今日數學 4B

教師手冊



梁貫成

黎文傑

黎鎮邦

中學適用

今日數學 4B

教師手冊

梁貫成

黎文傑

黎鎮邦



勤達出版有限公司

本書版權由勤達出版有限公司所有。本書的任何部份，如未獲得本公司的同意，不得以影印、錄音或其他任何方式，作全部或局部的抄襲、轉載、翻譯或翻印。

勤達出版有限公司

香港北角屈臣道2號海景大廈B座 B607室

電話：2578 0023

1998年初版*

© 勤達出版有限公司 1998

金冠印刷有限公司承印

ISBN 962-19-8618-4

序言

《今日數學》4A、4B、5A及5B每冊課本均具「教師手冊」，贈給老師作參考之用。

「教師手冊」包含的內容都經過細心設計及挑選，然後加以編排，務求為老師提供一些準確而又組織完善的額外教學資料。除5B冊外，「教師手冊」的內容有以下的特色：

- (1) 教學綱要： 每年級的A冊均附全學年的「教學綱要」，列出教授每章各節的時間分配和教學目的等資料，幫助老師有效地備課。
- (2) 剪裁課程指引： 列出課本各章中，有哪些課題和習題是剪裁課程所不需要的。
- (3) 額外例題： 手冊中每章提供「額外例題」，讓老師在挑選例題向學生示範時更有彈性。
- (4) 選題指引： 在手冊所載每個習題的題解於開始時均附有「選題指引」，它顯示了習題中每條題目的類型和程度。
- (5) 習題題解： 對於各章內所有習題、補充練習、應用題及香港中學會考預習，均列出詳細題解。
- (6) 趣味數學題解： 對於課本中的「趣味數學」問題，手冊都在各章最末處載有題解。
- (7) 課堂練習 / 課堂探討答案： 手冊全書最末載有課本中各章課堂練習及課堂探討的答案。

除以上特色之外，手冊中又使用一些記號將剪裁課程所不需要的教材清楚地顯示出來，讓人容易分辨出屬於剪裁課程和不屬於剪裁課程的教材：



表示全章為剪裁課程所不需要的課題。



表示某「額外例題」所涉及的知識或技巧是剪裁課程所不需要的。

在「選題指引」中，屬於剪裁課程所不需要的題目其題號將用藍色顯示。

對於「教師手冊」5B，它只提供課本內所有「複習練習」的詳細題解（不包括香港中學會考題目的題解）。

我們深信「教師手冊」對各位老師會有很大的幫助；並且歡迎各位老師能不吝賜教，給與任何寶貴意見，以便再版時能改善。

梁貫成
黎文傑
黎鎮邦

除了「教師手冊」之外，於1999年9月前另有「教師用書」（學生版課本的標註本）免費供老師參考，其內容特色包括：

- | | |
|------------------|-----------------|
| • 表示「不屬於剪裁課程」的記號 | • 習題答案 |
| • 提供教學要點的「老師篇」 | • 課堂練習 / 課堂探討答案 |
| • 題目的分類 | • 趣味數學答案 |

目 錄

基於香港考試局的規定，本書不會提供有關習題中香港中學會考試題的題解。

序言	iii
剪裁課程指引 (第 7 – 11 章)	1
 第七章 續三角學	
額外例題	7
答案及題解：習題 (附選題指引)	11
習題 7A	11
習題 7B	12
習題 7C	16
習題 7D	21
習題 7E	24
習題 7F	26
習題 7G	27
習題 7H	30
補充練習 7	32
 第八章 續多項式	
額外例題	47
答案及題解：習題 (附選題指引)	51
習題 8A	51
習題 8B	53
習題 8C	56
習題 8D	58
習題 8E	62
習題 8F	65
習題 8G	68
補充練習 8	70
答案及題解：趣味數學	85

第九章 比、比例及變數法

額外例題	86
答案及題解：習題 (附選題指引)	89
習題 9A	89
習題 9B	93
習題 9C	96
習題 9D	100
習題 9E	103
習題 9F	106
習題 9G	109
補充練習 9	113
答案及題解：趣味數學	133

第十章 一些重要的三角公式

額外例題	134
答案及題解：習題 (附選題指引)	137
習題 10A	137
習題 10B	141
習題 10C	143
習題 10D	148
補充練習 10	150
答案及題解：趣味數學	165

第十一章 三角學的應用

額外例題	166
答案及題解：習題 (附選題指引)	169
習題 11A	169
習題 11B	174
習題 11C	183
補充練習 11	188

香港中學會考預習 (題解)

代數組	202
三角學組	211

剪裁課程指引

剪裁課程所不需要的課題及習題。



剪裁課程指引

— 第 7 章 續三角學 —

節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的課題及其細節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的題目
§7.1 旋轉角	⊗ 全節。	
§7.2 弧度法	□ 全節。	• 習題 7A (第 8 頁) 第 1 – 11 題 • 補充練習 7 (第 51 頁) 第 1 – 4 題
§7.3 任意角的三角比	□ x 的正弦、餘弦、正切函數，其中 $90^\circ < x \leq 360^\circ$ 。	
§7.4 不使用計算機求三角比	□ 求在 90° 至 360° 區間或以弧度表示的角的三角比。	• 習題 7B (第 18 頁) 第 1 – 18 題 • 習題 7C (第 20 頁) 第 1 – 16 題 • 補充練習 7 (第 52 頁) 第 5 – 16 題
§7.5 利用三角恆等式化簡三角式	□ 全節。	• 習題 7D (第 25 頁) 第 1 – 19 題 • 補充練習 7 (第 53 頁) 第 17 – 22 題
§7.6 根據已知三角比的值求所對應的角	★ 求在 90° 至 360° 區間或以弧度表示的角。	• 習題 7E (第 29 頁) 第 1 – 22 題 • 補充練習 7 (第 53 頁) 第 23 – 28 題
§7.7 三角函數的圖像	□ x 的正弦、餘弦、正切函數的圖像，其中 $90^\circ < x \leq 360^\circ$ 。	

註：標有 ⊗ 的課題是在香港課程發展議會所編訂的《課程剪裁指引》中列明為不屬於剪裁課程，而標有 □ 的課題是在香港中學會考課程中列為不屬於剪裁課程。標有 ★ 的課題則為本出版社詮釋為不屬於剪裁課程。

節	剪裁課程所 <u>不需要的</u> 課題及其細節	剪裁課程所 <u>不需要的</u> 題目
§7.8 使用計算機求三角比及根據已知三角比的值求所對應的角	☐ 求在 90° 至 360° 區間或以弧度表示的角的三角比。 ☒ 求在 90° 至 360° 區間或以弧度表示的角。	• 習題 7F (第 39 頁) 第 1 – 20 題 • 補充練習 7 (第 54 頁) 第 29 – 32 題
§7.9 三角方程	☐ 除 $asin\theta = b$, $acos\theta = b$ 和 $atan\theta = b$ 類別以外的簡易方程。 三角方程在 90° 至 360° 區間或以弧度表示的解。	• 習題 7G (第 42 頁) 第 1 – 13 題 • 補充練習 7 (第 54 頁) 第 33 – 37 題
§7.10 三角方程的圖解法	☒ 除 $asin\theta = b$, $acos\theta = b$ 和 $atan\theta = b$ 類別以外的方程。 三角方程在 90° 至 360° 區間或以弧度表示的解。	• 習題 7H (第 48 頁) 第 1 – 7 題 • 補充練習 7 (第 55 頁) 第 38 – 40 題
		• 補充練習 7 (第 56 頁) ——綜合題 第 41 – 50 題
		• 補充練習 7 (第 58 頁) ——香港中學會考試題 第 51 – 72 題

— 第 8 章 續多項式 —

節	剪裁課程所 <u>不需要的</u> 課題及其細節	剪裁課程所 <u>不需要的</u> 題目
§8.3 有關多項式的定理	☐ 利用餘式定理 (包括因式定理), 對含有未知係數的多項式進行因式分解。	• 習題 8C (第 74 頁) 第 5 – 7, 12, 13, 15 – 18 題 • 習題 8D (第 79 頁) 第 6 – 9, 12, 16 – 20 題 • 補充練習 8 (第 95 頁) 第 14 – 16, 19 – 21 題
§8.4C 多項式的 H.C.F. 和 L.C.M.	☐ 全小節。	• 習題 8E (第 86 頁) 第 7 – 12, 19 – 24 題 • 補充練習 8 (第 96 頁) 第 25, 26 題

節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的課題及其細節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的題目
§8.5 較難的代數分式	☐ 代數分式的加法、減法、乘法和除法。	• 習題 8F (第 90 頁) 第 4 – 15, 17 – 32 題 • 補充練習 8 (第 97 頁) 第 27 – 32 題
§8.6 分式方程	☐ 涉及代數分式加法、減法、乘法和除法的分式方程。	• 習題 8G (第 93 頁) 第 1 – 11 題 • 補充練習 8 (第 97 頁) 第 33 – 36 題
		• 補充練習 8 (第 98 頁) ——綜合題 第 39, 40, 43 – 52, 54 題
		• 補充練習 8 (第 100 頁) ——香港中學會考試題 第 55, 56, 59, 61 – 67, 69, 70 題

– 第 9 章 比、比例及變數法 –

節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的課題及其細節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的題目
§9.2A k 方法		• 補充練習 9 (第 139 頁) 第 6 題
§9.2B 比例的性質	☐ 連續比例的代數運算 (等比的性質)。	• 習題 9B (第 114 頁) 第 3 – 14 題 • 補充練習 9 (第 139 頁) 第 7 – 12 題
§9.4 反變		• 補充練習 9 (第 141 頁) 第 24 題
§9.6 部份變		• 補充練習 9 (第 142 頁) 第 33, 35 題
		• 補充練習 9 (第 143 頁) ——綜合題 第 36, 38, 43, 44, 47, 50, 51, 53, 55 題
		• 補充練習 9 (第 145 頁) ——香港中學會考試題 第 57, 60, 65 題

- 第10章 一些重要的三角公式 -

節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的課題及其細節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的題目
§10.1 弧長及扇形面積的公式	☐ 利用以弧度為單位的公式的計算。	• 習題 10A (第 155 頁) 第 1 – 18 題 • 補充練習 10 (第 176 頁) 第 1 – 6 題
§10.2A 三角形面積的公式	☒ 涉及鈍角或以弧度表示的角的計算。	• 習題 10B (第 162 頁) 第 2 – 4, 14 – 17 題 • 補充練習 10 (第 178 頁) 第 7, 10, 11 題
§10.2B 正弦公式	☐ 涉及鈍角或以弧度表示的角的計算。 ☒ 兩義情況 (已知兩邊及一非夾角)。	• 習題 10C (第 169 頁) 第 2, 5 – 8, 10, 12 – 18, 22 題 • 補充練習 10 (第 178 頁) 第 13 – 17, 19, 20 題
§10.2C 餘弦公式	☐ 涉及鈍角或以弧度表示的角的計算。	• 習題 10D (第 174 頁) 第 2, 4, 8, 10, 12, 13, 15, 16 題 • 補充練習 10 (第 179 頁) 第 22 – 25 題
		• 補充練習 10 (第 180 頁) ——綜合題 第 26, 28 – 33, 35 – 39 題
		• 補充練習 10 (第 183 頁) ——<u>香港中學會考試題</u> 第 40, 42, 45 – 47, 49 – 53 題

— 第11章 三角學的應用 —

節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的課題及其細節	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的題目
§11.2 平面圖形問題	□ 涉及鈍角或以弧度表示的角的計算。	• 習題 11A (第 193 頁) 第 2, 4, 5, 12–14, 16 題 • 補充練習 11 (第 216 頁) 第 3–5 題
§11.3 立體圖形問題	□ 全節。	• 習題 11B (第 206 頁) 第 1–17 題 • 習題 11C (第 214 頁) 第 1–9 題 • 補充練習 11 (第 218 頁) 第 6–13 題
		• 補充練習 11 (第 220 頁) ——綜合題 第 15, 17–19 題
		• 補充練習 11 (第 223 頁) ——<u>香港中學會考試題</u> 第 21–30, 32 題

— 香港中學會考預習 —

	剪裁課程所 <u>不</u> 需要的題目
代數組 (第 229 頁)	第 4–6, 9, 11, 12, 14, 22, 24–28, 35–39 題
三角學組 (第 234 頁)	第 1–10, 12–21, 24–26, 29, 30, 32, 35–37 題

第7章 續三角學

額外 例題

	例題
§7.2 弧度法	1
§7.4 不使用計算機求三角比	2, 3
§7.5 利用三角恆等式化簡三角式	4, 5
§7.8 使用計算機求三角比及根據已知三角比的值求所對應的角	6
§7.9 三角方程	7
§7.10 三角方程的圖解法	8

例 1 (§7.2)

- (a) 試以弧度表示 -138° 。
 (b) 求 (a) 中答案所對應的正角。
 (答案須準確至二位小數。)

解

- (a) 由於 $180^\circ = \pi$ ，即 $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ ，所以

$$\begin{aligned}
 -138^\circ &= -138 \times \frac{\pi}{180} \\
 &= -2.41 \text{ (準確至二位小數)} \\
 &\quad \boxed{-2.4086}
 \end{aligned}$$

- (b) 設 θ 是所對應的正角，

$$\text{則 } \theta - (-2.4086) = 2\pi$$

$$\begin{aligned}
 \text{即 } \theta &= 2\pi + (-2.4086) \\
 &= 3.87 \text{ (準確至二位小數)}
 \end{aligned}$$

$\therefore$ 所求的角是 3.87。

例 2 (§7.4)

不得使用計算機，計算下列各題的值。

- (a) $\tan^2 420^\circ + \cos 120^\circ \sin 210^\circ$
 (b) $\left[\cos \frac{5\pi}{4} + \tan \frac{11\pi}{4} + \sin \left(-\frac{7\pi}{2} \right) \right]^2$

解

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad &\tan^2 420^\circ + \cos 120^\circ \sin 210^\circ \\
 &= (\tan 60^\circ)^2 + (-\cos 60^\circ)(-\sin 30^\circ) \\
 &= (\sqrt{3})^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) \\
 &= 3 + \frac{1}{4} \\
 &= \underline{\underline{\frac{13}{4}}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad & \left[\cos \frac{5\pi}{4} + \tan \frac{11\pi}{4} + \sin \left(-\frac{7\pi}{2} \right) \right]^2 \\
 &= \left[-\cos \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{2} \right]^2 \\
 &= \left[-\frac{\sqrt{2}}{2} - 1 + 1 \right]^2 \\
 &= \underline{\underline{\frac{1}{2}}}
 \end{aligned}$$



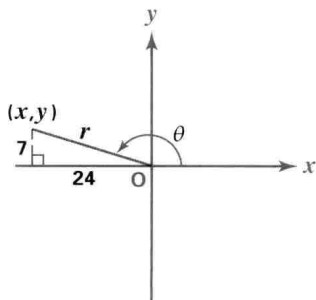
例 3 (§7.4)

已知 $\tan \theta = -\frac{7}{24}$ ，求 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$ 的值。

解

[由於 $\tan \theta$ 的值是負數，所以 θ 必屬於象限 II 或象限 IV。在象限 II 中， $\sin \theta > 0$ 及 $\cos \theta < 0$ ；在象限 IV 中， $\sin \theta < 0$ 及 $\cos \theta > 0$ 。]

設 (x, y) 是 θ 角終邊上的一點。

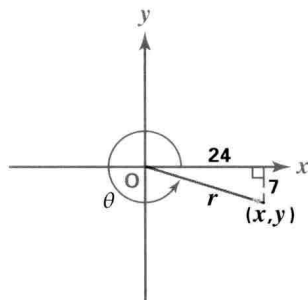


在象限 II 中， $x = -24$ ， $y = 7$ 及

$$r = \sqrt{(-24)^2 + 7^2} = 25$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \underline{\underline{\frac{7}{25}}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \underline{\underline{-\frac{24}{25}}}$$



在象限 IV 中， $x = 24$ ， $y = -7$ 及

$$r = \sqrt{24^2 + (-7)^2} = 25$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = \underline{\underline{-\frac{7}{25}}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = \underline{\underline{\frac{24}{25}}}$$



例 4 (§7.5)

化簡

$$\text{(a)} \quad \frac{\sin(180^\circ + \theta) \sin(-\theta)}{\sin(270^\circ + \theta) \cos(180^\circ - \theta)};$$

$$\text{(b)} \quad \frac{\tan \theta \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{\sin(2\pi - \theta)}.$$

解

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & \frac{\sin(180^\circ + \theta) \sin(-\theta)}{\sin(270^\circ + \theta) \cos(180^\circ - \theta)} \\
 &= \frac{(-\sin \theta)(-\sin \theta)}{\sin[360^\circ - (90^\circ - \theta)](-\cos \theta)} \\
 &= \frac{\sin^2 \theta}{-\sin(90^\circ - \theta)(-\cos \theta)} \\
 &= \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \\
 &= \underline{\underline{\tan^2 \theta}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad & \frac{\tan \theta \cos \left(\frac{3\pi}{2} + \theta \right)}{\sin (2\pi - \theta)} \\
 &= \frac{\tan \theta \cos \left[2\pi - \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \right]}{-\sin \theta} \\
 &= \frac{\tan \theta \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right)}{-\sin \theta} \\
 &= \frac{\tan \theta \sin \theta}{-\sin \theta} \\
 &= \underline{\underline{-\tan \theta}}
 \end{aligned}$$



例 5 (§7.5)

證明下列各恆等式。

$$\text{(a)} \quad \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\text{(b)} \quad \tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$$

解

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad \text{左方} &= \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \\
 &= \frac{\sin \theta}{1 - \cos \theta} \cdot \frac{1 + \cos \theta}{1 + \cos \theta} \\
 &= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{1 - \cos^2 \theta} \\
 &= \frac{\sin \theta (1 + \cos \theta)}{\sin^2 \theta} \\
 &= \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}
 \end{aligned}$$

$$\text{右方} = \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\therefore \underline{\underline{\text{左方} = \text{右方}}}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad \text{右方} &= \tan^2 \theta \sin^2 \theta \\
 &= \tan^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) \\
 &= \tan^2 \theta - \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \cdot \cos^2 \theta \\
 &= \tan^2 \theta - \sin^2 \theta
 \end{aligned}$$

$$\text{左方} = \tan^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$\therefore \underline{\underline{\text{左方} = \text{右方}}}$$



例 6 (§7.8)

若 $\cos \theta = -0.6$ ，在下列情況中，求 θ 。

$$\text{(a)} \quad 0^\circ < \theta < 180^\circ$$

$$\text{(b)} \quad \pi < \theta < 2\pi$$

(答案須準確至二位小數。)

解

(a) [由於 $\cos \theta < 0$ ，所以 θ 必屬於象限 II 或象限 III。但對於 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ， θ 屬於象限 II。]

在象限 II 中，

$$\theta = \underline{\underline{126.87^\circ}} \quad (\text{準確至二位小數})$$

(b) [由於 $\pi < \theta < 2\pi$ ，所以 θ 必屬於象限 III。]

求象限 III 中 θ 的值時，我們須先找出一個銳角 α 使

$$\cos (\pi + \alpha) = \cos \theta = -0.6$$

$$\text{但 } \cos (\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\therefore \cos \alpha = 0.6$$

$$\alpha = 0.9273$$

在象限 III 中，

$$\theta = \pi + 0.9273$$

$$= \underline{\underline{4.07}} \quad (\text{準確至二位小數})$$



例 7 (§7.9)

解下列各方程。

$$\text{(a)} \quad 2\sin^2 \frac{\theta}{2} = 3 \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right), \text{ 其中 } 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ.$$

$$\text{(b)} \quad \sqrt{2} \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) = 1, \text{ 其中 } 0 \leq \theta \leq 2\pi.$$

解

$$(a) \quad 2\sin^2 \frac{\theta}{2} = 3(1 - \cos \frac{\theta}{2})$$

$$2(1 - \cos^2 \frac{\theta}{2}) = 3 - 3\cos \frac{\theta}{2}$$

$$2\cos^2 \frac{\theta}{2} - 3\cos \frac{\theta}{2} + 1 = 0$$

$$(2\cos \frac{\theta}{2} - 1)(\cos \frac{\theta}{2} - 1) = 0$$

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{或} \quad 1$$

$$\therefore 0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$$

$$\therefore 0^\circ \leq \frac{\theta}{2} \leq 90^\circ$$

$$\frac{\theta}{2} = 60^\circ, 0^\circ$$

$$\theta = 0^\circ, 120^\circ$$

$$(b) \quad \sqrt{2}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\theta - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} \quad \text{或} \quad \frac{\pi}{4}$$

$$\theta = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3} \quad \text{或} \quad \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$$

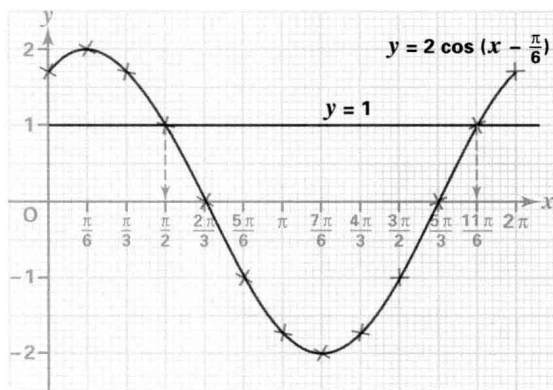
$$\theta = \frac{\pi}{12} \quad \text{或} \quad \frac{7\pi}{12}$$

(ii) 當方程 $2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = k$ 無解時 k 值的範圍。

解

(a)

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
y	1.7	2	1.7	1	0	-1	-1.7	-2	-1.7	-1	0	1	1.7



(b) [為要解方程 $2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$ ，我們在圖中畫上 $y = 1$ 。]

因此， $x = \frac{\pi}{2}$ 或 $x = \frac{11\pi}{6}$ 。

(c) (i) 從圖像可得，

$$2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \text{ 的極大值} = \underline{\underline{2}}$$

$$2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \text{ 的極小值} = \underline{\underline{-2}}$$

(ii) 從圖像可得，當 $k > 2$ 或 $k < -2$ 時，

$$\underline{\underline{2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = k \text{ 無解。}}}$$



例 8

(§7.10)

(a) 畫出 $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 在 $0 \leq x \leq 2\pi$ 間的圖像。

(b) 利用 (a) 所得的圖像，解方程

$$2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0, \text{ 其中 } 0 \leq x \leq 2\pi.$$

(c) 利用以上的圖像求

(i) $2\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的極大值和極小值；