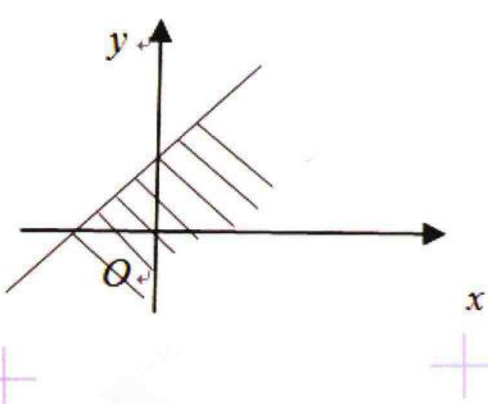
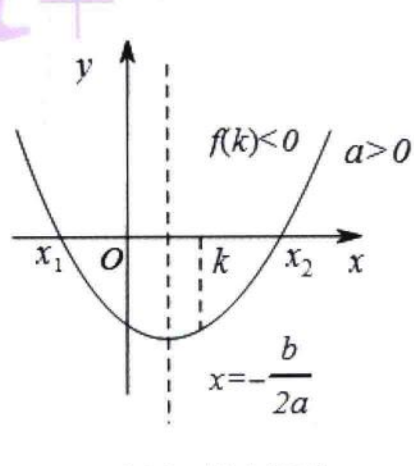
智康1对1

高考解决方案系列丛书

数学
高分必备

智康 1 对 1 高考研究中心　编著





中国环境出版社

高考解决方案系列丛书

数学高分必备

智康1对1高考研究中心　编著

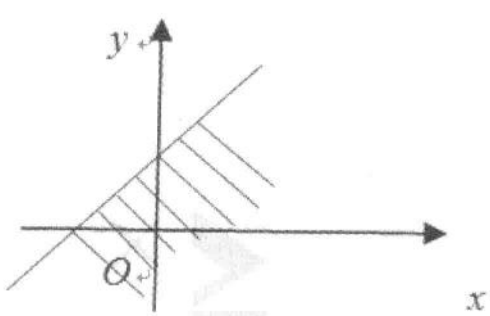
智康1对1图书策划委员会

主　　编：唐　勇

执行主编：杨　芳

编　　著：智康1对1高考研究中心

晓蕊



中国环境出版社·北京

图书在版编目（CIP）数据

数学高分必备 / 智康 1 对 1 高考研究中心编著 . -- 北京 : 中国环境出版社 , 2013.9
（高考解决方案系列丛书）
ISBN 978-7-5111-1517-1

Ⅰ . ①数… Ⅱ . ①智… Ⅲ . ①中学数学课－高中－升学参考资料 Ⅳ . ① G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 151336 号

出 版 人 王新程
责任编辑 丁莞歆
责任校对 唐丽虹
装帧设计 宋 瑞

出版发行 中国环境出版社
（100062 北京市东城区广渠门内大街 16 号）
网 址：http://www.cesp.com.cn
电子邮箱：bjgl@cesp.com.cn
联系电话：010-67112765（编辑管理部）
010-67175507（科技标准图书出版中心）
发行热线：010-67125803，010-67113405（传真）
印 刷 北京中科印刷有限公司
经 销 各地新华书店
版 次 2013 年 10 月第一版
印 次 2013 年 10 月第一次印刷
开 本 787×1092 1/16
印 张 5.75
字 数 105 千字
定 价 22.00 元

序言

随着高考一天天的临近，面对每天的作业与试卷，考生的压力越来越大——课本上要记的知识点这么多，看起来每一条都是重点；要做的复习题那么多，似乎所做题型都可能在高考试卷上出现。更令人郁闷的是，背了这么多知识点，做了无数的题，为什么成绩还是原地踏步？原因是什么？——课本上的知识点多且杂，没有系统的总结，以致考生无法正确应用于考题中。那么，有没有一套书籍可以解决上述问题，《高考解决方案系列丛书》应运而生。

《高考解决方案系列丛书》凝聚着智康老师们五年的心血，旨在为考生提供高中阶段完整的知识网络。本书遵循考纲，深入研究近几年的高考考题趋势，梳理基础知识。在高中阶段用好这本书，可以帮助考生重拾遗漏，夯实基础。《高考解决方案系列丛书》覆盖语文、英语、数学、物理、化学五大学科，相信在本套丛书的陪伴下，广大考生必将轻松自如赢得高考。

在高考数学试卷中基础题型占了2/3比重，可见打好基础是高考取得高分的关键点，考生想要打好基础必须对数学中的概念

及性质有深入的了解。

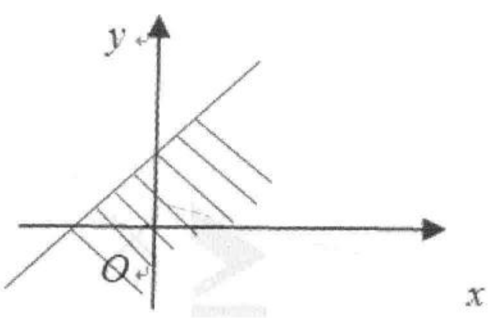
为了能让考生对高中数学的考点知识点有更全面系统的复习，智康高考研究中心编写了《数学高分必备》，针对高考所有考点进行全面讲解，希望考生在高三复习中，不要仅限于做大量习题，而是将知识点与练习结合，真正理解数学中的概念、定理及性质，融会贯通，举一反三，这样才会有事半功倍的效果。

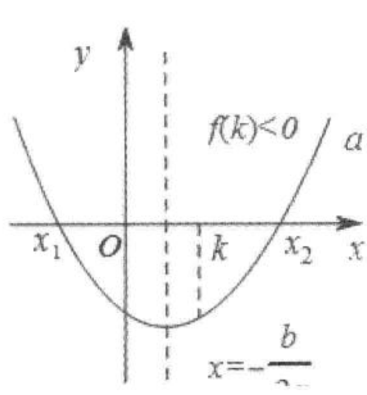
鉴于时间仓促，书中难免有不少纰漏，敬请读者批评指正。

智康1对1高考研究中心

2013年9月

目录





第一章　集合

考纲要求

内容	明细内容	要求层次		
		了解	理解	掌握
集合	1. 集合的含义	√		
	2. 集合的表示		√	
	3. 集合间的关系		√	
	4. 集合的基本运算		√	

知识要点

一、集合的基本概念

1. 集合的定义：把一些能够确定的不同对象看成一个整体，就说这个整体是由这些对象的全体构成的集合（或集）. 集合中每一个对象叫做这个集合的元素 .

⑴集合常用大写的拉丁字母表示，如集合 A、集合 B 等 .

⑵集合的元素常用小写的拉丁字母表示，如 a、b、c 等 .

2. 集合的性质

⑴确定性：对于任意一个元素，要么它属于某个指定集合，要么它不属于该集合，二者必居其一 .

⑵互异性：同一集合中的元素是互不相同的，相同的元素只能出现一次 .

⑶无序性：集合中不同的元素之间没有地位差异，集合不同与元素的排列顺序无关 .

小贴士：

集合中元素的互异性在解题中应用得非常广泛. 解题时如果遇到求解字母的值时，一定要将所求字母的值代回集合检验，应用集合中元素的互异性判断字母的值是否符合题意 .

二、集合的表示

1. 列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在 { } 内．

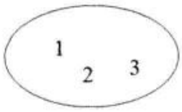
例如：{1,2,3,4,5}，{1,2,3,4,5⋯}.

2. 描述法：把集合中的元素的公共属性描述出来，写在 { } 内．

例如：大于 3 的所有整数表示为：$\{x\in\mathbf{Z}\mid x>3\}$．

方程 $x^2-2x-5=0$ 有实数根，表示为：$\{\ x\in\mathbf{R}\mid x^2-2x-5=0\ \}$.

3. 图示法：venn 图法．

例如：

表示集合 {1 , 2 , 3}．

4. 常用数集及其记法

(1)非负整数集（或自然数集），记作 **N**.

(2)正整数集，记作 **N*** 或 $\mathbf{N}_+$.

(3)整数集，记作 **Z**.

(4)有理数集，记作 **Q**.

(5)实数集，记作 **R**.

(6)复数集，记作 **C**.

小贴士：

用列举法表示集合时，元素与元素之间必须用“，”隔开；当集合中含有的元素较多时，一般用描述法表示，如果用列举法表示，可用省略号，但必须把元素间的规律表示清楚．

三、集合的基本关系

1. 子集：如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 中的元素，则称 A 是 B 的子集（或 B 包含 A），记作 $A\subseteq B$（或 $B\supseteq A$），读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”．

2. 真子集：如果集合 $A\subseteq B$，并且存在 $x\in B$ 且 $x\notin A$，则称集合 A 是集合 B 的真子集，记作：$A\subsetneqq B$.

3. 集合相等：构成两个集合的元素完全一样. 若 $A \subseteq B$ 且 $B \supseteq A$，则称 A 等于 B，记作 $A = B$.

4. 空集：不含任何元素的集合叫做空集.

5. 空集的性质

(1)空集 $\varnothing$ 是任何一个集合的子集.

(2) $\varnothing$ 与 $\{0\}$ 是不同的，$\varnothing$ 中没有任何元素，$\{0\}$ 则表示含有一个元素 0 的集合，它们的关系是两个集合之间的关系（$\varnothing \subsetneqq \{0\}$）.

(3) $\varnothing$ 与 $\{\varnothing\}$ 是不同的，$\varnothing$ 中没有任何元素，$\{\varnothing\}$ 则表示含有一个元素 $\varnothing$ 的集合，它们的关系是 $\varnothing \in \{\varnothing\}$ 或 $\varnothing \subseteq \{\varnothing\}$ 或 $\varnothing \subsetneqq \{\varnothing\}$.

(4)显然，$0 \notin \varnothing$，$0 \notin \{\varnothing\}$.

6. 集合中的计数问题：设集合 A 中元素个数为 n，则：

(1)子集的个数为 2^n；

(2)真子集的个数为 $2^n - 1$；

(3)非空真子集的个数为 $2^n - 2$.

四、集合与集合间的运算

1. 全集：如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素，那么就称这个集合为全集，通常用 U 表示.

2. 补集：对于一个集合 A，由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集，简称为集合 A 的补集，记作 $\complement_U A$（图 1）.

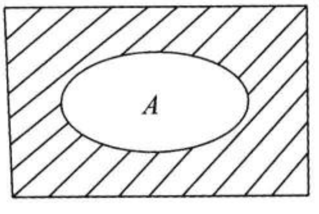


图 1

3. 交集：一般地，由属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做集合 A 与 B 的交集. 交集 $A \cap B = \{x \mid x \in A$ 且 $x \in B\}$（图 2）.

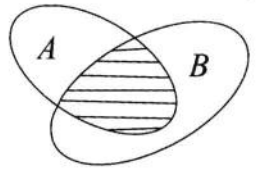


图 2

4. 并集：一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，称为集合 与 B 的并集. 并集 $A \cup B = \{x \mid x \in A$ 或 $x \in B\}$（图 3）.

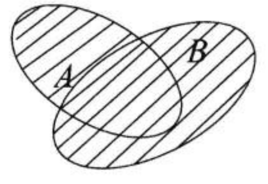


图 3

5. 集合的简单性质

(1) $A \subseteq A$；$\varnothing \subseteq A$.

(2)若 $A \subseteq B$，$B \subseteq C$，则 $A \subseteq C$；若 $A \subsetneqq B$，$B \subsetneqq C$，

则 $A \subsetneqq C$.

(3) $A\cap B=B\cap A$； $A\cup B=B\cup A$.

(4) $A\cap B\subseteq A$； $A\cap B\subseteq B$.

(5) $A\cap\varnothing=\varnothing$； $A\cup\varnothing=A$.

(6) $A\subseteq A\cup B$； $B\subseteq A\cup B$.

(7) $A\cap(\complement_U A)=\varnothing$； $A\cup(\complement_U A)=U$； $\complement_U(\complement_U A)=A$.

小贴士：

求集合的并、交、补集是集合间的基本运算，运算结果仍然是集合．区分交集与并集的关键是“且”与“或”，在处理有关交集与并集的问题时，常常从这两个字眼出发去揭示、挖掘题设条件，结合 Venn 图或数轴进而用集合语言表达，可增强数形结合的思想方法．

五、容斥原理

$$card(A\cup B)=card(A)+card(B)-card(A\cap B)$$

$$card(A\cup B\cup C)=card(A)+crad(B)+crad(C)-card(A\cap B)-card(B\cap C)-card(C\cap A)+card(A\cap B\cap C)$$

第二章　简易逻辑

考纲要求

内容	明细内容	要求层次		
		了解	理解	掌握
常用逻辑用语	1. 命题的形式及四种命题	√		
	2. 四种命题的相互关系		√	
	3. 充要条件			√
	4. 简单的逻辑联词		√	
	5. 全称量词与存在量词		√	

知识要点

一、命题的概念和四种命题

1. 命题的概念：我们把用语言、符号或式子表达的可以判断真假的陈述句称为命题．其中判断为真的语句称为真命题，判断为假的语句称为假命题．

小贴士：

并不是任何语句都是命题，疑问句、祈使句、感叹句都不是命题．判断一个语句是不是命题的两要素：①命题是陈述句；②可以判断真假．

2. 命题的四种形式

(1)对于“若 p，则 q”形式的命题，p 称为命题的条件，q 称为命题的结论．

命题“如果 p，则 q”是由条件 p 和结论 q 组成的，对 p、q 进行“换位”和“换质（否定）”后，可以构成四种不同形式的命题（表 1）：

表 1　四种命题的表示

原命题	若 p 则 q
逆命题	若 $\neg q$ 则 $\neg p$
否命题	若 $\neg p$ 则 $\neg q$
逆否命题	若 $\neg q$ 则 $\neg p$

⑵四种命题的关系如图 4 所示：

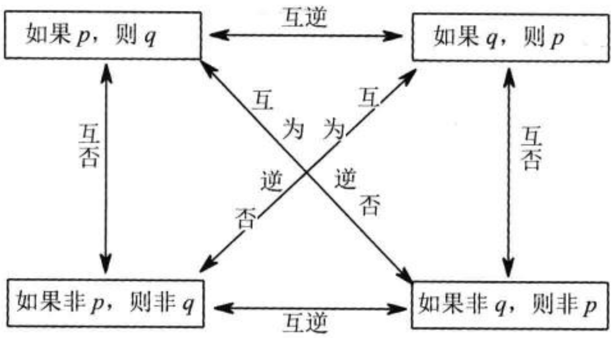


图 4　四种命题的关系

3. 命题"如果 p，则 q"的四种形式间的关系

⑴互为逆否命题的两个命题等价（同真或同假），因此证明原命题，也可以证它的逆否命题 .

⑵互逆或互否的两个命题与原命题不等价 .

小贴士：

注意命题的否定与否命题之间的区别：前者是命题的反面，且与命题的真假恰好相反；后者是对条件与结论同时进行否定，它的真假与原命题的真假没有绝对的联系 .

二、简单的逻辑联结词

1. 且：用逻辑联结词“且”把命题 p 和 q 联结起来，就得到一个新命题，记作 $p \wedge q$，读作“ p 且 q ”.

(1)逻辑联结词“且”与日常语言中的“并且”、“及”、“和”相当.

(2)可以用“且”定义集合的交集：$A \cap B=\{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}$.

2. 或：用逻辑联结词“或”把命题 p 或 q 联结起来，就得到一个新命题，记作 $p \vee q$，读作“ p 或 q ”.

(1)逻辑联结词“或”的意义和日常语言中的“或者”相当.

(2)可以用“或”定义集合的并集：$A \cup B=\{x \mid (x \in A) \vee (x \in B)\}$.

3. 非：对命题 p 加以否定，得到一个新的命题，记作 $\neg p$，读作“非 p ”或“ p 的否定”.

(1)逻辑联结词“非”（也称为“否定”）的意义是由日常语言中的“不是”、“全盘否定”、“问题的反面”等抽像而来.

(2)可以用“非”来定义集合 A 在全集 U 中的补集：

$$\complement_{\mathrm{U}} A=\{x \in \mathrm{U} \mid \neg(x \in A)\}=\{x \in \mathrm{U} \mid x \notin A\}$$

4. 不含逻辑联结词的命题称为简单命题，含有逻辑联结词的命题称为复合命题（表2）.

表2　复合命题的真值表

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg p$
真	真	真	真	假
真	假	假	真	假
假	真	假	真	真
假	假	假	假	真

小贴士：

逻辑联结词中的“或”相当于集合中的“并集”，它们与日常用语中的“或”的含义不同，日常用语中的“或”是两个中任选一个，不能都选. 而逻辑联结词中的“或”可以是两个都选，也可以是两个中选一个 . 逻辑联结词中的“且”相当于集合中的“交集”，即两个必须都选 .

三、充要条件

1.四种条件

(1)充分条件：若 $p \Rightarrow q$，则 p 是 q 成立的充分条件．

(2)必要条件：若 $q \Rightarrow p$，则 p 是 q 成立的必要条件．

(3)充分且必要条件：如果 $p \Leftrightarrow q$，则 p 是 q 的充要条件．

(4)既不充分也不必要条件：如果 $p \nRightarrow q$ 且 $p \nRightarrow q$，则 p 是 q 成立的既不充分也不必要条件．

2.利用集合思想判别四种条件

设 $A=\{x|x=$满足条件 $p\}$，$B=\{x|x=$满足条件 $q\}$

(1)设若 A 是 B 的子集且 B 不是 A 的子集，则称 p 是 q 的充分不必要条件．

(2)设若 A 不是 B 的子集且 B 是 A 的子集，则称 p 是 q 的必要不充分条件．

(3)设若 A 不是 B 的子集且 B 不是 A 的子集，则称 p 是 q 的既不充分也不必要条件．

(4)设若 A 是 B 的子集且 B 是 A 的子集，则称 p 是 q 的充分且必要条件．

四、全称量词与存在量词

1.概念

(1)全称命题：含有全称量词 $\forall$ 的命题称为全称命题，如“对 M 中任意一个 x，有 $p(x)$ 成立”，符号简记为：$\forall x \in M, p(x)$，读作：对任意 x 属于 M 有 $p(x)$ 成立．

(2)特称命题：含有存在量词 $\exists$ 的命题称为特称命题，如“M 中存在一个 x，有 $p(x)$ 成立”，符号简记为：$\exists x \in M, p(x)$，读作：存在一个 x 属于 M，使 $p(x)$ 成立．

2.全称与特称命题的否定

(1)存在性命题 p：$\exists x \in A$，$p(x)$；它的否定是 $\neg p$：$\forall x \in A$，$\neg p(x)$．

命题的否定：将存在量词变为全称量词，再否定它的性质．

(2)全称命题 q：$\forall x \in A$，$q(x)$；它的否定是 $\neg q$：$\exists x \in A$，$\neg q(x)$．

命题的否定：将全称量词变为存在量词，再否定它的性质．

3.对命题中关键词的否定（表 3）

表 3 关键词及否定

词语	等于	大于	小于	是	都是	至少一个	至多一个	任意	p 或 q	p 且 q
否定	不等于	小于或等于	大于或等于	不是	不都是	一个没有	至少两个	存在	$\neg p$ 且 $\neg q$	$\neg p$ 或 $\neg q$

第三章　函数

考纲要求

内容		明细内容	要求层次		
			了解	理解	掌握
函数概念与基本初等函数	函数	1. 函数概念	√		
		2. 函数单调性与最值			√
		3. 奇偶性		√	
	指数函数	1. 有理指数幂的含义		√	
		2. 幂运算			√
		3. 指数函数的概念、图像及性质		√	
	对数函数	1. 对数概念及其运算性质		√	
		2. 对数函数概念、图像及性质		√	
	幂函数	1. 幂函数概念	√		
		2. 简单幂函数的图像与性质		√	
	函数应用及函数模型	1. 函数零点	√		
		2. 函数模型的应用		√	

知识要点

一、函数

1. 函数的概念：设集合 A 是一个非空数集，对 A 中的任意数 x，按照确定的法则 f 都有唯一确定的数 y 与它对应，则这种对应关系叫做集合 A 上的一个函数．记作：$y=f(x)$，$x \in A$. 其中，x 叫做自变量，其取值范围（数集 A）叫做这个函数的定义域．如果自变量取值 a，则由法则 f 确定的值 y 称为函数在 a 处的函数值，记作 $y=f(a)$. 所有函数值构成的集合 $\{y|y=f(x),\ x \in A\}$ 叫做这个函数的值域．
2. 函数的三要素：定义域、值域、对应法则．研究函数的问题一定要注意定义域优先的原则．
3. 求函数定义域注意事项

(1)分式的分母不应为零．

(2)零的零次幂没有意义．

(3)开偶次方根的开方数大于或者等于零．

(4)对数式的真数大于零．

(5) $f(x)=\tan x$ 的定义域为 $\{x \mid x \neq k\pi+\frac{\pi}{2}\}$.

(6)复合函数求定义域要保证复合过程有意义，最后求它们的交集．

4. 求函数的值域的常见方法

(1)利用函数单调性．

(2)配方法（将函数转化为二次函数）．

(3)换元法．

(4)利用均值不等式法．

(5)数形结合．

(6)分离变量法．

(7)判别式法（将函数转化为二次方程）．

(8)利用函数有界（ a^x , $\sin x$ ， $\cos x$ ）．

(9)导数法．

5. 分段函数：若一个函数的定义域分成了若干个子区间，而每个子区间的解析式不同，这种函数又称分段函数．

6. 复合函数：若 $y=f(u)$，$u=f(x)$，$x\in(a,b)$，$u\in(m,n)$，那么 $y=f[g(x)]$ 称为复合函数，u 称为中间变量，它的取值范围是 $g(x)$ 的值域．

复合函数定义域求法

(1)若 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$，则复合函数 $f[g(x)]$ 的定义域由不等式 $a\leqslant g(x)\leqslant b$ 解出．

(2)若 $f[g(x)]$ 的定义域为 $[a,b]$，求 $f(x)$ 的定义域，相当于 $x\in[a,b]$ 时，求 $g(x)$ 的值域．

小贴士：

$f[g(x)]$、$g[f(x)]$ 二者对应的自变量范围与对应关系均相同，应注意区分．例如：$f(x)=\frac{1}{x}$，$g(x)=x+1$，则，$f[g(x)]=\frac{1}{(x+1)}(x\neq-1)$，$g[f(x)]=\frac{1}{x}+1(x\neq0)$.