

理解科学丛书·卢昌海科普著作

FROM
SINGULARITIES
TO WORMHOLES

从奇点到虫洞

广义相对论专题选讲

卢昌海◎著

奇点、黑洞、白洞、虫洞、时间旅行……

对这些科普和科幻作品中迷人概念的深度探索；

霍金、彭罗斯、威顿、丘成桐、索恩……

对这些著名科学家精彩工作的细致解读。

清华大学出版社





理解科学丛书

FROM
SINGULARITIES
TO WORMHOLES

从奇点到虫洞

广义相对论专题选讲

卢昌海◎著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书以能量条件为线索,介绍普通教材中较少涉及或较少深入介绍的若干广义相对论专题,包括奇点及奇点定理、正质量定理、宇宙监督假设与虫洞物理学等。本书的介绍既包含背景或历史的介绍,也不回避必要的数学细节,融语言的生动风趣与内容的严谨翔实于一体,可使读者获得对这些专题的较深入的了解。

本书的介绍可作为普通教材的补充,供大学生、研究生及其他具有一定基础的物理爱好者阅读。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

从奇点到虫洞:广义相对论专题选讲 / 卢昌海著. —北京:清华大学出版社, 2013
(理解科学丛书)

ISBN 978-7-302-32739-4

I. ①从… II. ①卢… III. ①广义相对论 IV. ①O412.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 130823 号

责任编辑:邹开颜 赵从棉

封面设计:蔡小波

责任校对:赵丽敏

责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社

网址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社总机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者:三河市金元印装有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:165mm×240mm 印 张:9.75 字 数:136 千字

版 次:2013 年 12 月第 1 版 印 次:2013 年 12 月第 1 次印刷

定 价:28.00 元



目 · 录

FROM
SINGULARITIES
TO WORMHOLES

第 1 章 能量条件

- 1.1 引言 // 001
- 1.2 能量条件 // 005

第 2 章 奇点与奇点定理

- 2.1 什么是奇点? // 011
- 2.2 雷查德利方程 // 017
- 2.3 测地线束与共轭点 // 019
- 2.4 时空的因果结构 // 023
- 2.5 霍金-彭罗斯奇点定理 // 025
- 2.6 讨论 // 028
- 2.7 附录: 雷查德利小传 // 031

第3章 正质量定理

- 3.1 渐近平直时空 // 036
- 3.2 广义相对论的动力学 // 042
- 3.3 ADM 能量动量 // 046
- 3.4 正质量定理 // 048
- 3.5 舍恩与丘成桐的证明概述 // 052
- 3.6 威顿的证明概述 // 056
- 3.7 讨论 // 059

第4章 宇宙监督假设

- 4.1 黑洞、裸奇点及宇宙监督假设 // 062
- 4.2 摧毁黑洞——不可能的任务? // 067
- 4.3 彭罗斯猜想与宇宙监督假设 // 071
- 4.4 壳层穿越奇点与壳层会聚奇点 // 073
- 4.5 走向严密表述 // 076
- 4.6 零质量标量场与裸奇点 // 080
- 4.7 讨论 // 084

第5章 虫洞物理学

- 5.1 萨根的小说 // 088
- 5.2 黑洞、白洞和虫洞 // 091
- 5.3 球对称可穿越虫洞 // 097
- 5.4 奇异物质——负能量的挑战 // 105
- 5.5 虫洞的“工程学” // 112
- 5.6 由虫洞到时间机器 // 121
- 5.7 讨论 // 125

名词索引 // 132

人名索引 // 136

参考文献 // 140

后记 // 144

第 1 章 能 量 条 件



1.1 引言

大家知道,广义相对论的场方程(即爱因斯坦场方程)^①

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu} \quad (1.1.1)$$

是一组有关时空度规的二阶非线性偏微分方程,求解这样的方程组是极其困难的。在 20 世纪 60 年代初以前,物理学家们对爱因斯坦场方程的很大一类研究都局限于在各种各样的简化条件——比如特定的对称性——下求解场方程。在这方面最著名的成果之一是德国物理学家施瓦西(Karl Schwarzschild, 1873—1916)于 1916 年得到的施瓦西解,其度规为

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2m}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2m}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2 \quad (1.1.2)$$

其中 m 为质量参数。另一个同样著名的成果则是俄国物理学家弗里德曼(Alexander Friedmann, 1888—1925)于 1922 年得到的弗里德曼解,其度规被

① 在本系列的多数章节中,我们都取 $c=G=1$ 的单位制,并且不考虑宇宙学项。

称为罗伯逊-沃尔克度规(Robertson-Walker metric),为^①

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right) \quad (1.1.3)$$

其中 R 为标度因子, k 取值为 0、-1 或 1, 分别对应于平直(flat)、负常曲率(constant negative curvature)及正常曲率(constant positive curvature)空间。这两个度规分别是广义相对论在天体物理学和宇宙学上应用最为广泛的度规。

但这两个解的发现也带来了一个共同的问题,那就是它们所对应的度规均具有奇异性。施瓦西度规是一个静态度规,它的奇异性(由上述表达式可以很容易地看到)出现在 $r=0$ 及 $r=2m$ 处。这其中 $r=2m$ 处的奇异性(一度被称为施瓦西奇点)后来被证明只是坐标选择导致的表观奇异性,可以通过坐标变换予以消除^②;而 $r=0$ 处的奇异性则是真正的物理奇点,时空曲率在趋近该点时趋于发散^③。这个奇点被称为曲率奇点。罗伯逊-沃尔克度规由于是动态度规,情形稍微复杂些。当 $k=1$ (即空间具有正曲率)时这一度规在 $r=1$ 处似乎具有奇异性,但这也是坐标选择导致的表观奇异性(读者们不妨自己寻找一个坐标变换来消去这一表观奇异性)。除去这一表观奇异性,从形式上看罗伯逊-沃尔克度规似乎没有其他显而易见的奇异性。但把这一度规代入到场方程中,研究它的动力学演化就会发现,对于我们观测到的膨胀宇宙

① 在弗里德曼之后,比利时天文学家勒梅特(Georges Lemaître, 1894—1966)、美国物理学家罗伯逊(Howard Robertson, 1903—1961)、英国数学家沃尔克(Arthur Walker, 1909—2001)均对这个解做过研究,因此这个解所对应的度规在文献中有若干不同的名称,最常见的是罗伯逊-沃尔克(RW)度规,也有称为弗里德曼-罗伯逊-沃尔克(FRW)度规或弗里德曼-勒梅特-罗伯逊-沃尔克(FLRW)度规的。

② 这一点最早是由勒梅特于1933年指出的。在那之前的1924年,英国天文学家爱丁顿(Arthur Eddington, 1882—1944)曾找到过一个在 $r=2m$ 处非奇异的坐标,但他并未意识到自己结果的重要性。消除了所有表观奇异性的施瓦西度规的最大解析延拓则是由美国数学家克鲁斯卡(Martin Kruskal, 1925—2006)和匈牙利数学家塞凯赖什(George Szekeres, 1911—2005)于1960年各自独立地给出的。

③ 确切地讲,是由曲率张量构造出的某些标量——比如克萊茨曼标量(Kretschmann scalar) $R^{\mu\nu\rho\sigma}R_{\mu\nu\rho\sigma}$ ——发散。这是与坐标选择无关的发散。

来说,只要宇宙当前的物质分布满足一个很宽泛的条件,罗伯逊-沃尔克度规中的标度因子 $R(t)$ 在过去某个有限时刻就必定等于零。在那个时刻(通常定义为 $t=0$)宇宙的空间线度为零,物质密度则发散,因此那也是一个真正的物理奇点,被称为宇宙学奇点,或大爆炸(The Big Bang)。

这些奇点的出现是物理学家们所不乐意见到的,因为物理世界中并不存在真正意义上的无穷大。对于一个物理理论来说,出现无穷大往往意味着它的失效。因此奇点的出现对广义相对论是一种危机。不过当时物理学家们所知道的爱因斯坦场方程的解的数量十分有限,而且那些解大都具有很高的对称性(因为只有那种情形下的场方程才容易求解),比如施瓦西解具有球对称性,弗里德曼解则是均匀及各向同性的。这就给物理学家们提出了一个问题:由这几个特殊解所展示的危机究竟有多大的普遍性?或者说奇点的出现会不会只是那几个特殊解所具有的特殊对称性导致的特殊效应?如果是的话,那情势就不算太严重,因为那些对称性在现实世界里是不可能绝对严格地实现的,从而危机也就不具有普遍性。20世纪60年代,物理学家们对这一问题有两种不同的看法:一种看法认为奇点的出现确实只是特殊对称性导致的特殊效应,如果考虑一般(即没有严格对称性)的情形,奇点将不会出现。持这种观点的代表人物是苏联物理学家栗弗席兹(Evgeny Lifshitz, 1915—1985)、卡拉特尼科夫(Isaak Markovich Khalatnikov, 1919—)和贝林斯基(Vladimir Belinski, 1941—)等。与之相反的另一看法则认为奇点在广义相对论中的出现是有普遍性的,从而并不是特殊对称性导致的特殊效应。持这种观点的代表人物是英国物理学家彭罗斯(Roger Penrose, 1931—)和霍金(Stephen Hawking, 1942—)等^①。

这两组物理学家在奇点问题上不仅观点迥异,而且在这一领域所采用的

① 对这两种观点的区分(以及将彭罗斯和霍金视为后一种观点的代表人物)散见于文献中。但彭罗斯和霍金是从一开始(即在得到理论证据之前)就认为奇点的出现具有普遍性,还是在彭罗斯证明了第一个奇点定理之后才这样认为?笔者猜测是前者,但在文献中未见到说明。

研究方法也很不相同。栗弗席兹等人由于相信奇点的出现跟具体的解——尤其是其中的对称性——有关,因此把主要精力放在了求解一般——即没有严格对称性——情形下的场方程,以便探讨并检验在那种情形下是否不存在奇点;而彭罗斯和霍金等人也许是由于不认为奇点的出现跟具体的解有关,因此并不着眼于求解场方程,而大量运用了微分几何手段,通过所谓的“全局方法”(global method),在不直接求解场方程的情况下对奇点及奇点产生的条件进行了系统分析。如果说栗弗席兹等人的方法是正面强攻,那么彭罗斯和霍金等人的方法则属于旁敲侧击。经过几年的努力,两种方法分出了高下。栗弗席兹等人的正面强攻收效不大——因为爱因斯坦场方程实在太复杂了。虽然栗弗席兹等人的胃口并不贪婪,他们只研究宇宙学奇点 $t=0$ 附近的解而非全局性解,同时也并不奢望精确求解而采用了近似手段,但在不具有对称性的情形下,他们的努力依然遭到了难以逾越的困难^①。另一方面,彭罗斯和霍金等人的“旁敲侧击”却获得了极大的成功,他们证明了一系列被称为奇点定理(singularity theorem)的著名结果,成为了经典广义相对论中登峰造极的成果之一。

不过彭罗斯和霍金等人的方法虽然不需要直接求解场方程,却也并非“不食人间烟火”,因为它与物质能量动量张量的性质依然有着密切关系。这一点从物理上讲是显而易见的,因为正是物质能量动量张量的分布决定了时空的结构。爱因斯坦曾经把他的场方程比喻为一座建筑,这座建筑的一半是用精美的大理石(fine marble)砌成的,另一半却是用劣质的木料(low-grade wood)建造的。用精美的大理石砌成的那一半是方程的左端: $R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$,

^① 栗弗席兹等人一度以为自己已对一般情况下奇点的不存在性作出了论述,并将结论写入了朗道(Lev Landau, 1908—1968)与栗弗席兹的名著《经典场论》(The Classical Theory of Fields)。20世纪60年代末,随着奇点定理的出现,他们意识到了自己的错误,并托到访苏联的美国物理学家索恩(Kip Thorne, 1940—)以最快的速度将更正错误的文章秘密带到了西方。不过,栗弗席兹等人虽未能达到他们希望达到的目标,但他们的工作为后人研究奇点附近的时空性质提供了重要参考,依然功不可没。

那是一个描述时空结构的优美的几何量,被称为爱因斯坦张量。而用劣质的木料建造的那一半则是方程的右端,也就是描述物质分布的能量动量张量: $8\pi T_{\mu\nu}$ 。为什么说这部分是用劣质木料建造的呢?因为自然界的物质分布种类繁多,物态方程千差万别,找不到一个普适的能量动量张量来描述所有已知的物质分布。不仅如此,在广义相对论所涉及的许多极端条件——比如某些星体内部的超高温、超高压、超高密度,宇宙演化的早期,以及引力坍缩的后期等条件——下还可能大量存在迄今未知的物质形态及分布。而且所有这些物质分布还可能在空间及时间上相互混合及转变。由于存在如此高度的复杂性,与爱因斯坦张量所具有的完全确定的数学结构相比,我们有关能量动量张量的知识无疑是极其贫乏的。

那么,在这种贫乏的知识下,如何才能研究诸如奇点的产生条件那样与物质的形态及分布密切相关,同时又具有很大普遍性的课题呢?彭罗斯和霍金等人采用了一种很高明的手法,那就是虽然谁也无法写下一个具有普适性的能量动量张量,但这一张量应当具备的某些基本条件(比如说能量密度必须大于等于零)在当时看来是具有很大的普适性的,因此他们假定物质的能量动量张量满足那些基本条件。另一方面,他们所使用的全局方法的威力之一就在于,只要利用那些基本条件,无须知道能量动量张量的具体形式,就可以得到许多非常有价值的结果。那些结果便是他们所证明的一系列奇点定理。而那些附加在能量动量张量上的条件则被统称为能量条件(energy condition)。如果说能量动量张量是用劣质木料建造的,那么能量条件的引进就好比是对那些劣质木料套上几道铁箍进行加固,使它比原先的松散形式来得结实耐用。

1.2 能量条件

在本节中,将对几种主要的能量条件作一个简单介绍。不过,在介绍能量条件之前,我们首先要对能量动量张量本身的形式作以简单分析。在广义相对论研究中,为了让度规张量的形式尽可能简化,人们常常引进所谓的正交标

架场(tetrad),对能量动量张量的分析也是如此。正交标架场(以下简称标架场)由一组正交归一的基矢量场 $(e_a)^\mu$ 组成,其中拉丁字母 $a, b, \dots$ 标识标架场的基矢量,希腊字母 $\mu, \nu, \dots$ 表示基矢量的时空指标^①。标架场的基矢量满足下列正交归一条件:

$$\eta^{ab}(e_a)^\mu(e_b)^\nu = g^{\mu\nu}, \quad g_{\mu\nu}(e_a)^\mu(e_b)^\nu = \eta_{ab} \quad (1.2.1)$$

很明显,标架场不是唯一的,对一个标架场作局域洛伦兹变换所得到的仍然是标架场。由于洛伦兹群具有旋量表示^②,因此标架场在讨论引力场与旋量场的相互作用时是非常重要的工具。对于我们所要讨论的能量条件来说,标架场的优点在于能量动量张量在标架场中的分量具有明确的测量意义。

霍金曾经把标架场下的能量动量张量分为四种类型,每种类型均可通过标架场中的洛伦兹变换约化为一个正则形式(canonical form)。这其中最重要的是第 I 类,其正则形式为

$$T^{ab} = \text{diag}(\rho, p_1, p_2, p_3) \quad (1.2.2)$$

其中 diag 表示对角矩阵, ρ 为标架场中的静止观测者(即世界线的切线沿基矢 e_0 方向的观测者)测量到的能量密度, $p_i (i=1, 2, 3)$ 则为沿三个正交空间方向的主压强。除极少数特殊情形外,这种类型的能量动量张量涵盖了几乎所有物理上有意义的物质分布,我们在本书中将只讨论这种类型。

熟悉线性代数的读者可能会提出这样一个问题:第 I 类能量动量张量的正则形式其实就是该张量的对角化,但能量动量张量是一个实对称张量,按照线性代数中熟知的定理,实对称张量必定可以通过正交变换对角化,既然如此,能量动量张量岂不都应该第 I 类的?为什么在霍金的分类中它只是四种类型之一呢?这其中的原因在于普通线性代数所讨论的内积空间具有正定

① 标架基矢 $(e_a)^\mu$ 是时空坐标的函数,因此叫做标架场。“tetrad”这个名称通常是指四维的标架场(tetra这个词头的含意是“四”)。标架场的另一个常见的名称是 vierbein,源于表示“四”的德语词头 vier。在其他维数下,标架场还有其他一些常用名称,比如 triad、pentad、funfbein、elfbein、vielbein 等。

② 切空间中的一般线性变换群 $GL(4, \mathbb{R})$ 则没有旋量表示。

度规(positive definite metric),而广义相对论中的时空度规不是正定的(请读者想一想,度规的非正定性是如何破坏线性代数中有关实对称张量对角化的定理的?)。

下面我们就对几种主要的能量条件进行简单介绍:

弱能量条件(weak energy condition): 对所有类时矢量 V_a , $T^{ab}V_aV_b \geq 0$ 。

利用 T^{ab} 的正则形式,我们可以证明: **弱能量条件等价于** $\rho \geq 0$ 及 $\rho + p_i \geq 0 (i=1,2,3)$ 。充分性的证明非常简单:取 $V_a = e_0$ (即静止观测者)可得 $\rho \geq 0$; 取 $V_a \rightarrow e_0 + e_i$ (注意 V_a 是趋于而非等于 $e_0 + e_i$, 因为后者是类光的)则可得 $\rho + p_i \geq 0$ 。接下来再证明必要性:假设 $\rho \geq 0$ 及 $\rho + p_i \geq 0$, 则

$$T^{ab}V_aV_b = \rho V_0^2 + \sum_i p_i V_i^2 \geq \rho(V_0^2 - \sum_i V_i^2) \geq 0 \quad (1.2.3)$$

其中第一个“ $\geq$ ”用到了 $\rho + p_i \geq 0$, 第二个“ $\geq$ ”用到了 $\rho \geq 0$ 及 V_a 类时。

在弱能量条件中最重要的部分是 $\rho \geq 0$, 它表明能量密度处处为正。需要提醒读者注意的是,虽然上述推导是在使正则形式成立的特殊标架场中进行的,但 $\rho \geq 0$ 这一结果适用于沿任意类时世界线运动的观测者所测得的能量密度(请读者想一想,这是为什么?)。由于物理上可以实现的所有观测者都是沿类时世界线运动的,因此弱能量条件表明任何物理观测者测得的能量密度都处处为正。

在弱能量条件中让 V_a 趋于类光,由能量条件的连续性可以得到:

零能量条件(null energy condition): 对所有类光矢量 k_a , $T^{ab}k_ak_b \geq 0$ 。

显然(请读者自行证明), **零能量条件等价于** $\rho + p_i \geq 0 (i=1,2,3)$ 。零能量条件是一个非常弱的能量条件,比弱能量条件更弱。

$$\text{强能量条件 (strong energy condition): 对所有类时矢量 } V_a, \\ \left(T^{ab} - \frac{1}{2}g^{ab}T\right)V_a V_b \geq 0。$$

由于爱因斯坦场方程可以改写为 $R^{ab} = 8\pi G[T^{ab} - (1/2)g^{ab}T]$ (其中 $T = T^a_a$ 为能量动量张量的迹), 因此强能量条件等价于一个几何条件 $R^{ab}V_a V_b \geq 0$ ①。从物理上讲, 强能量条件等价于 $\rho + \sum_i p_i \geq 0$ 及 $\rho + p_i \geq 0 (i = 1, 2, 3)$ 。这一点的证明非常简单, 只需注意到在正则形式下:

$$\begin{aligned} & T^{ab} - \frac{1}{2}g^{ab}T \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \rho + \sum_i p_i & & & \\ & \rho + 2p_1 - \sum_i p_i & & \\ & & \rho + 2p_2 - \sum_i p_i & \\ & & & \rho + 2p_3 - \sum_i p_i \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

然后效仿前面有关弱能量条件的证明即可 (请读者自行推导上式并完成论证)。

显然, 强能量条件比零能量条件强。但是与强、弱二字的正常含义不符的是, 强能量条件与弱能量条件互不包含, 而非前者强于后者。事实上, 多数物质的主压强 p_i 是正的, 对于那些物质, 强能量条件其实比弱能量条件还弱②。

① 这里不考虑宇宙学项。另外, 其他能量条件也可以用类似方式改写成几何条件。

② 有读者可能会问, 既然强能量条件并不比弱能量条件强, 那为什么会有这样的命名呢? 这是由于强能量条件可以写成 $T^{ab}V_a V_b \geq (1/2)T$, 而弱能量条件为 $T^{ab}V_a V_b \geq 0$, 由于通常 $T \geq 0$, 因此如果把这两个能量条件视为是对 $T^{ab}V_a V_b$ 的约束条件, 则强能量条件比弱能量条件强。当然, 这种命名理由也是不严格的, 因为 $T \geq 0$ 本身就是一种能量条件 (即逆能量条件), 而非无条件成立的物理事实。

主能量条件 (dominant energy condition): 对所有类时矢量 V_a , $T^{ab}V_aV_b \geq 0$, 并且 $T^{ab}V_b$ 非类空。

这个能量条件是在弱能量条件之上增添了能流密度矢量 $T^{ab}V_b$ 非类空这一额外限制。在正则形式下这一额外限制可以表述为: $\|T^{ab}V_b\| = \rho^2V_0^2 - \sum_i p_i^2V_i^2 \geq 0$ 。取 $V_b \rightarrow e_0 + e_i$ 可得 $\rho^2 \geq p_i^2$ 。这比弱能量条件中的 $\rho + p_i \geq 0$ 要强。为了证明 $\rho^2 \geq p_i^2$ 也是保证额外限制成立的充分条件, 只需注意到

$$\|T^{ab}V_b\| = \rho^2V_0^2 - \sum_i p_i^2V_i^2 \geq \rho^2(V_0^2 - \sum_i V_i^2) \geq 0 \quad (1.2.5)$$

这里第一个“ $\geq$ ”用到了 $\rho^2 \geq p_i^2$, 第二个“ $\geq$ ”用到了 $\rho \geq 0$ 及 V_b 类时。将这一结果附加到弱能量条件上可得: **主能量条件等价于 $\rho \geq |p_i| (i=1, 2, 3)$** 。从定义及上述结果中均可看出, 主能量条件比弱能量条件强(从而也比零能量条件强)。但它与强能量条件互不包含。

看到这里, 有些读者可能会产生这样一个疑问: 主能量条件中的额外限制是说能流密度矢量非类空。我们知道, 在相对论中如果一个四维矢量类空, 就必定可以找到一个参照系, 使该矢量的时间分量为负。对于能流密度矢量来说, 时间分量就是能量密度, 因此如果能流密度矢量类空, 就说明必定存在一个参照系, 在其中能量密度为负。但弱能量条件已经表明任何物理观测者测得的能量密度都处处为正, 这岂不等于排除了能流密度矢量类空的可能性? 如果这样的话, 主能量条件中的额外限制变成了弱能量条件的推论, 这两种能量条件岂不就变成等价的了? 这种推理显然是错误的, 但它究竟错在哪里呢? 有兴趣的读者不妨思考一下, 以加深对能量条件及其观测意义的理解。

迹能量条件 (trace energy condition): $T \equiv T^a_a \geq 0$ 。

这是我们所要介绍的最后一种能量条件。它的表述与度规张量的符号约定有关, 在本书中我们所用的约定是 $\eta_{ab} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ 。如果做相反的约定, 则迹能量条件的表述需改为 $T \leq 0$ 。在正则形式下, **迹能量条件等**

价于 $\rho - \sum_i p_i \geq 0$, 它与其他能量条件互不包含。

上面介绍的这几种能量条件有一个共同特点,那就是它们给出的都是每个时空点上能量动量张量所满足的条件,这样的能量条件被称为逐点能量条件(pointwise energy condition)。除逐点能量条件外,人们还常常使用另外一类能量条件,称为平均能量条件(average energy condition),它们给出的是能量动量张量沿特定的时空曲线(通常是类时或类光曲线)所满足的平均意义上的条件。平均能量条件比相应的逐点能量条件弱,因为它们允许逐点能量条件在局部意义上被破坏,只要这种破坏能被所涉及的时空曲线上其他区段的贡献所弥补即可。

在本书接下来的各专题中,我们将以能量条件为线索,介绍广义相对论中一些重要、优美或有趣的课题,比如奇点定理、正质量定理(positive mass theorem)、宇宙监督假设(cosmic censorship hypothesis)、虫洞物理学(wormhole physics)等。我们将会看到,能量条件在所有那些课题中都有着重要应用^①。

^① 事实上,从历史的角度讲,能量条件的提出本身正是由那些课题促成的,因为正是在研究那些课题的过程中,物理学家们意识到需要对能量动量张量附加一定的约束,这种约束就是能量条件。

第2章 奇点与奇点定理



2.1 什么是奇点？

自本节开始,我们将介绍能量条件在广义相对论中的若干应用,首先要介绍的是奇点定理。在广义相对论中,对奇点的研究是一个重要的课题,它既是能量条件最早的应用之一,也是全局方法在广义相对论中初试锋芒的范例。我们在1.1节中曾经提到,广义相对论的经典解——比如施瓦西解——存在奇异性。这其中有的奇异性——比如施瓦西解中的 $r=2m$ ——可以通过坐标变换予以消除,从而不代表物理上的奇点;而有的奇异性——比如施瓦西解中的 $r=0$ ——则是真正的物理奇点。很明显,在奇点研究中,真正的物理奇点才是我们感兴趣的对象。

那么究竟什么是广义相对论中真正的物理奇点(简称奇点)呢?

初看起来,这似乎是一个很简单的问题。奇点显然就是那些时空结构具有某种病态性质(pathological behavior)的时空点。但稍加推敲,就会发现这种说法存在许多问题。首先,“病态性质”是一个很含糊的概念,究竟什么样的性质是病态性质呢?显然需要予以精确化。其次,广义相对论与其他物理理论有一个很大的差异,那就是其他物理理论都预先假定了一个背景时空的存