



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息化与工业化 两化融合
研究与应用

感应电机多变量控制

廖晓钟 著

 科学出版社

014031688

TM346

11



国家出版基金项目
NATIONAL PUBLICATION FOUNDATION

信息化与工业化两化融合研究与应用

感应电机多变量控制

廖晓钟 著



科学出版社

北京



北航

C1720209

TM346
11

883120310

内 容 简 介

本书系统地介绍了感应电机的多变量数学模型和多变量非线性控制。主要内容有:在基与坐标的关系以及空间矢量的复数表示方法的基础上,推导了感应电机在不同坐标系中的数学模型,清晰地给出了不同坐标系中数学模型的表示式和它们之间的相互联系;系统地介绍感应电机的矢量变换控制方法和直接转矩控制方法;介绍了感应电机定子、转子、气隙磁链的开环和闭环观测方法,感应电机转速及其他参数的闭环观测方法;介绍了感应电机的自抗扰控制,介绍了现代控制理论在感应电机控制中的应用;给出了设计方法、实验及仿真实例。

本书可供研究院所和高等院校从事电机控制和控制理论应用方面研究的人员阅读,也可供高等院校电气工程专业的研究生参考。

图书在版编目(CIP)数据

感应电机多变量控制/廖晓钟著. —北京:科学出版社,2014
(信息化与工业化两化融合研究与应用)

ISBN 978-7-03-040160-1

I. ①感… II. ①廖… III. ①感应电机-多变量控制 IV. ①TM346

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 047320 号

责任编辑:姚庆爽 / 责任校对:郭瑞芝

责任印制:张 倩 / 封面设计:黄华斌

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

骏杰印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 3 月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2014 年 3 月第一次印刷 印张:14 1/2

字数:286 000

定价:65.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《信息化与工业化两化融合研究与应用》序

传统的工业化道路,在发展生产力的同时付出了过量消耗资源的代价:产业革命 200 多年以来,占全球人口不到 15% 的英国、德国、美国等 40 多个国家相继完成了工业化,在此进程中消耗了全球已探明能源的 70% 和其他矿产资源的 60%。

发达国家是在完成工业化以后实行信息化的,而我国则是在工业化过程中就出现了信息化问题。回顾我国工业化和信息化的发展历程,从中国共产党的十五大提出“改造和提高传统产业,发展新兴产业和高技术产业,推进国民经济信息化”,到党的十六大提出“以信息化带动工业化,以工业化促进信息化”,再到党的十七大明确提出“坚持走中国特色新型工业化道路,大力推进信息化与工业化融合”,充分体现了我国对信息化与工业化关系的认识在不断深化。

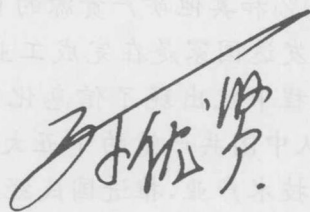
工业信息化是“两化融合”的主要内容,它主要包括生产设备、过程、装置、企业的信息化,产品的信息化和产品设计、制造、管理、销售等过程的信息化。其目的是建立起资源节约型产业技术和生产体系,大幅度降低资源消耗;在保持经济高速增长和社会发展过程中,有效地解决发展与生态环境之间的矛盾,积极发展循环经济。这对我国科学技术的发展提出了十分迫切的战略需求,特别是对控制科学与工程学科提出了十分急需的殷切期望。

“两化融合”将是今后一个历史时期里,实现经济发展方式转变和产业结构优化升级的必由之路,也是中国特色新型工业化道路的一个基本特征。为此,中国自动化学会与科学出版社共同策划出版《信息化与工业化两化融合研究与应用》,旨在展示两化融合领域的最新研究成果,促进多学科多领域的交叉融合,推动国际间的学术交流与合作,提升控制科学与工程学科的学术水平。丛书内容既可以是新的研究方向,也可以是至今仍然活跃的传统方向;既注意横向的共性技术的应用研究,又注意纵向的行业技术的应用研究;既重视“两化融合”的软件技术,也关注相关的硬件技术;特别强调那些有助于将科学技术转化为生

产力以及对国民经济建设有重大作用和应用前景的著作。

我们相信,有广大专家、学者的积极参与和大力支持,以及编委的共同努力,本丛书将为繁荣我国“两化融合”的科学技术事业、增强自主创新能力、建设创新型国家做出应有的贡献。

最后,衷心感谢所有关心本丛书并为丛书出版提供帮助的专家,感谢科学出版社及有关学术机构的大力支持和资助,感谢广大读者对本丛书的厚爱。



中国自动化学会理事长

2010年11月

前 言

交流电气运动控制系统具有广泛的运用领域。感应电机是交流电气运动控制系统的驱动电机之一,具有非线性多变量的特点,因此要实现由感应电机构成的高性能电气运动控制系统,就要采用多变量控制。作者从 2000 年开始研究感应电机的多变量数学模型及多变量控制问题,以及控制理论对感应电机实施控制的问题。本书是作者十多年研究工作的总结。

本书力求以简洁清晰的思路分析感应电机多变量数学模型及其控制问题。在基与坐标的关系以及空间矢量的复数表示方法的基础上,以简洁清晰的思路推导感应电机在不同坐标系中的数学模型,并给出了不同坐标系中数学模型之间的相互联系。以感应电机转子磁场定向矢量变换为重点,全面介绍转子磁场定向、定子磁场定向和气隙磁场定向矢量变换控制;以简洁的思路介绍感应电机的直接转矩控制方法,并就转矩和磁链的直接控制问题进行了剖析;集中分析感应电机参数的闭环观测和辨识方法,以实例的方式介绍了感应电机的解耦控制方法、自适应控制方法、模糊控制方法、细分控制方法、自抗扰控制方法等。

全书共 6 章,主要内容安排如下:第 1 章推导感应电机的多变量数学模型;第 2 章介绍感应电机的矢量变换控制;第 3 章介绍感应电机的直接转矩控制;第 4 章介绍转子磁链、定子磁链、气隙磁链的开环观测模型,以及基于误差反馈的降阶和全阶磁链观测器;第 5 章介绍采用状态观测器法的转速辨识和电阻辨识,采用模型参考自适应法的转速辨识和电阻辨识,采用模型参考模糊自适应法的转速辨识和电阻辨识,以及采用扩展卡尔曼滤波法的转速辨识;第 6 章介绍感应电机的自抗扰控制器设计及解耦控制。

在撰写本书过程中,作者的十多名研究生参加了与本书内容相关的研究工作,其中邵立伟博士、朱文骏、袁赛璐、杨嘉伟对本书涉及的部分内容重新做了实验,朱文骏、袁赛璐、郭静、黄宏、高哲参与了部分文字整理和插图整理工作,在此,对他们表示衷心的感谢。

由于作者水平有限,书中难免存在一些不妥之处,敬请广大读者批评指正。

作 者

2013 年 10 月

本书常用符号一览

A	状态方程中的系数矩阵
B	状态方程中的控制矩阵
B_δ	气隙内磁感应强度
B_m	铁芯内磁感应强度
C	状态方程中的输出矩阵
$C_{3/2}$	三相坐标系到两相坐标系的变换矩阵
$C_{2/3}$	两相坐标系到三相坐标系的变换矩阵
E_s	定子反电势空间矢量
E_r	转子反电势空间矢量
$E_{sa}, E_{s\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中定子反电势的 α 轴和 β 轴分量
$E_{ra}, E_{r\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中转子反电势的 α 轴和 β 轴分量
e_A, e_B	线圈 A 和 B 的感应电动势
e	误差
f_A	磁路的磁动势
g	定、转子间单边气隙长度
H	磁场强度
H_m	铁芯磁路内磁场强度
H_δ	气隙磁路内磁场强度
i_A, i_B	线圈 A 和 B 的励磁电流
i_A, i_B, i_C	定子 A 相、B 相和 C 相的电流
i_a, i_b, i_c	转子 a 相、b 相和 c 相的电流
i_α, i_β	在 $\alpha\beta$ 坐标系中电流的 α 轴和 β 轴分量
i_d, i_q	在 dq 坐标系中电流的 d 轴和 q 轴分量
$i_{sa}, i_{s\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中定子电流的 α 轴和 β 轴分量
$i_{ra}, i_{r\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中转子电流的 α 轴和 β 轴分量
i_{sd}, i_{sq}	在 dq 坐标系中定子电流的 d 轴和 q 轴分量
i_{rd}, i_{rq}	在 dq 坐标系中转子电流的 d 轴和 q 轴分量
i_s	定子电流矩阵; 定子电流空间矢量
i_r	转子电流矩阵; 转子电流空间矢量
$\sum i$	闭合回线包围的总电流

J	机组的转动惯量
L_s	计及定子相邻两相的互感作用后,定子每相的总自感(即同步电感)
L_r	计及转子相邻两相的互感作用后,转子每相的总自感
L_{ss}	定子绕组每相的自感
L_{rr}	转子绕组每相的自感
L_{sg}	定子绕组的漏感
L_{rg}	转子绕组的漏感
L_A, L_B	线圈 A 和线圈 B 的自感,由漏电感 $L_{\sigma A}$ ($L_{\sigma B}$) 和励磁电感 L_{mA} (L_{mB}) 两部分构成
L_{mA}, L_{mB}	线圈 A 和线圈 B 的励磁电感
$L_{\sigma A}, L_{\sigma B}$	线圈 A 和线圈 B 的漏电感
l_m	铁心磁路的长度
M_s	定子三相绕组间互感
M_r	转子三相绕组间互感
M_m	M_s 的 $\frac{3}{2}$ 倍
M_{sr}	定、转子绕组间互感的幅值
M_{AB}	线圈 B 对线圈 A 的互感
N_A, N_B	线圈 A 和 B 的匝数
p	时间的微分算子 ($p = \frac{d}{dt}$)
p_n	极对数
R	电阻
R_s	定子的每相电阻
R_r	转子的每相电阻
R_m	铁心磁路磁阻
R_δ	气隙磁路磁阻
$R_{m\delta}$	串联磁路的总磁阻
R	整个电机的电阻矩阵
R_s	定子绕组的电阻矩阵
R_r	转子绕组的电阻矩阵
S	铁心磁路和气隙磁路横截面积
s	转差率;拉氏变换中的复变量
T	采样时间

T_r	转子时间常数
T_e	电磁转矩
T_L	负载转矩
t	时间
u_A, u_B	线圈 A 和 B 的外加电压
u_A, u_B, u_C	定子 A 相、B 相和 C 相绕组的电压
u_a, u_b, u_c	转子 a 相、b 相和 c 相绕组的电压
$u_{s\alpha}, u_{s\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中定子电压的 α 轴和 β 轴分量
$u_{r\alpha}, u_{r\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中转子电压的 α 轴和 β 轴分量
$\mathbf{u}$	整个电机的电压矩阵
$\mathbf{u}_s$	定子电压矩阵; 定子电压空间矢量
$\mathbf{u}_r$	转子电压矩阵; 转子电压空间矢量
V_δ	气隙体积
W_e	外部电源输入铁芯线圈 A 和 B 的净电能
W_{mech}	电磁转矩为克服机械转矩所做的机械功
W_{eAA}	铁心线圈的净电能
W_m	主磁路磁场能量
W'_m	磁共能
$\mathcal{W}_m$	单位体积内的磁能
$\mathbf{x}$	状态向量
δ	气隙磁路的长度
θ	转子 a 相轴线与定子 A 相轴线的夹角(电角)
θ_0	$t=0$ 时 θ 角的初值
θ_m	用机械角表示时的 θ 角
μ_{Fe}	铁心磁导率
μ_r	相对磁导率
μ_0	真空磁导率
σ	漏磁系数, $\sigma=1-M_m^2/L_s L_r$
ϕ_{mA}	铁心磁路主磁通
ϕ_δ	气隙磁通
$\psi_{\text{AA}}, \psi_{\text{BB}}$	自感磁链
ψ_{mAB}	电流 i_B 在线圈 A 中产生的互感磁链
$\psi_{\text{mA}}, \psi_{\text{mB}}$	线圈 A 和线圈 B 的励磁磁链
$\psi_{\sigma A}, \psi_{\sigma B}$	线圈 A 和线圈 B 的漏磁链
ψ_A, ψ_B, ψ_C	定子 A 相、B 相和 C 相绕组的磁链

ψ_a, ψ_b, ψ_c	转子 a 相、 b 相和 c 相绕组的磁链
$\psi_{sa}, \psi_{s\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中定子磁链的 α 轴和 β 轴分量
$\psi_{ra}, \psi_{r\beta}$	在 $\alpha\beta$ 坐标系中转子磁链的 α 轴和 β 轴分量
ψ_{sd}, ψ_{sq}	在 dq 坐标系中定子磁链的 d 轴和 q 轴分量
ψ_{rd}, ψ_{rq}	在 dq 坐标系中转子磁链的 d 轴和 q 轴分量
Ψ_s	定子绕组磁链矩阵; 定子磁链空间向量
Ψ_r	转子绕组磁链矩阵; 转子磁链空间向量
Ω	转子机械角速度
ω_r	转子旋转角速度(以电角度计)
ω_k	通用坐标系旋转角速度(以电角度计)
ω_{sl}	转差角速度

目 录

《信息化与工业化两化融合研究与应用》序

前言

本书常用符号一览

第 1 章 感应电机的多变量数学模型	1
1.1 在三相坐标系中感应电机的数学模型	1
1.1.1 磁链方程	1
1.1.2 电压方程	3
1.1.3 运动方程和转矩方程	4
1.2 在两相坐标系中感应电机的数学模型	5
1.2.1 坐标变换	5
1.2.2 磁链方程	9
1.2.3 电压方程	11
1.2.4 转矩方程和运动方程	11
1.3 用空间矢量表示时感应电动机的数学模型	12
1.3.1 空间矢量变换	12
1.3.2 用空间矢量表示的电压方程和磁链方程	13
1.3.3 运动方程和转矩方程	14
1.4 在任意旋转的通用坐标系中感应电机的数学模型	15
1.4.1 在两相任意旋转坐标系中感应电机的数学模型	15
1.4.2 在两相静止 $\alpha\beta$ 坐标系中感应电机的数学模型	17
1.4.3 在两相同步旋转 dq 坐标系中感应电机的数学模型	18
第 2 章 感应电机的矢量变换控制	20
2.1 转子磁场定向矢量变换控制	20
2.1.1 矢量变换控制的基本方程式	20
2.1.2 矢量变换控制的基本思想	22
2.1.3 转子磁场定向矢量变换控制变频调速系统	24
2.2 定子磁场定向矢量变换控制	27
2.2.1 基本方程式	27
2.2.2 定子磁场定向矢量变换控制基本结构	28
2.3 气隙磁场定向矢量变换控制	29

2.3.1 基本方程式	29
2.3.2 气隙磁场定向矢量变换控制基本结构	31
第3章 感应电机的直接转矩控制	33
3.1 直接转矩控制的基本原理	33
3.1.1 空间电压矢量及其空间位置	33
3.1.2 直接转矩控制系统的基本结构	35
3.2 定子电压矢量对磁链和转矩的控制	38
3.2.1 定子电压矢量对磁链的控制	38
3.2.2 定子电压矢量对转矩的控制	39
3.2.3 直接转矩控制的电压矢量表	41
3.3 定子电压对磁链和转矩的控制性能分析	42
3.3.1 磁链轨迹控制性能分析	42
3.3.2 转矩控制性能分析	44
3.4 十二区段直接转矩控制系统	47
3.4.1 问题提出	47
3.4.2 十二区段直接转矩控制的电压矢量表	49
3.4.3 十二区段磁链控制性能分析	50
3.4.4 十二区段转矩控制性能分析	51
3.5 直接转矩控制仿真实例	52
第4章 磁链观测	62
4.1 磁链观测的基本方程式	62
4.2 转子磁链的开环观测模型	63
4.2.1 转子磁链的电压模型	63
4.2.2 转子磁链的电流模型	64
4.2.3 转子磁链的组合模型法	65
4.2.4 转子磁链的改进电压模型法	66
4.2.5 旋转坐标系下转子磁链观测模型	67
4.3 定子磁链的开环观测模型	67
4.3.1 定子磁链的电压模型(也称 $u-i$ 模型)	67
4.3.2 定子磁链的电流模型	68
4.3.3 定子磁链的 $i-n$ 模型	69
4.3.4 定子磁链的 $u-i-n$ 模型	71
4.4 气隙磁链的开环观测模型	72
4.4.1 气隙磁链的电压模型	72
4.4.2 气隙磁链的电流模型	73

4.5 磁链的闭环观测模型	74
4.5.1 基于 Luenberger 理论的状态观测器简介	75
4.5.2 基于误差反馈的转子磁链观测器	76
4.5.3 基于误差反馈的定子磁链观测器	81
4.5.4 基于误差反馈的气隙磁链观测器	88
4.5.5 感应电机的全阶磁链观测器	92
4.6 磁链闭环观测器的仿真及实验分析	98
4.6.1 建立仿真模型	98
4.6.2 降阶和全阶磁链观测器的仿真分析	98
4.6.3 降阶和全阶磁链观测器的实验分析	112
第5章 转速辨识和电阻辨识	117
5.1 开环转速观测方法	117
5.2 采用状态观测器法(基于误差反馈)的转速辨识	119
5.2.1 基于转子磁链观测器模型的转速辨识	119
5.2.2 基于定子磁链观测器模型的转速辨识	123
5.2.3 基于定转子磁链观测器模型的转速辨识	126
5.2.4 采用状态观测器法转速辨识的仿真实例	127
5.3 采用模型参考自适应法的转速辨识	131
5.3.1 基于转子磁链模型的转速辨识方法	132
5.3.2 基于反电势模型的转速辨识方法	135
5.3.3 基于瞬时无功功率模型的转速辨识方法	137
5.3.4 采用模型参考自适应方法转速辨识的仿真实例	139
5.4 采用模型参考模糊自适应法的转速辨识	143
5.4.1 模糊控制自适应律的设计	143
5.4.2 模型参考模糊自适应转速辨识的仿真实例	145
5.5 采用扩展卡尔曼滤波法的转速辨识	147
5.5.1 扩展卡尔曼滤波法原理与结构	148
5.5.2 感应电机状态方程建立	149
5.5.3 扩展卡尔曼滤波状态估计	153
5.6 闭环转速辨识的实验结果分析	157
5.6.1 基于状态观测器与模型参考自适应转速辨识方法的比较	157
5.6.2 转速辨识实验结果展示	160
5.7 电阻辨识	163
5.7.1 采用状态观测器的电阻辨识	163
5.7.2 采用模糊 PI 自适应律的电阻辨识	168

5.7.3 采用模型参考自适应法的电阻辨识	171
第6章 感应电机的自抗扰控制	174
6.1 自抗扰控制器的基本原理	174
6.1.1 自抗扰控制器的基本概念	174
6.1.2 线性自抗扰控制器	176
6.2 感应电机自抗扰控制器设计	177
6.2.1 在同步旋转 dq 坐标系中感应电机的状态方程	178
6.2.2 转速子系统自抗扰控制器设计	179
6.2.3 磁链子系统自抗扰控制器设计	182
6.3 感应电机自抗扰控制仿真分析及实验结果	184
6.3.1 转速控制仿真分析	184
6.3.2 转速控制实验结果	186
6.3.3 磁链控制仿真分析	188
6.3.4 磁链控制实验结果	190
6.4 基于时间尺度的感应电机自抗扰控制器参数整定方法	192
6.4.1 时间尺度的概念	193
6.4.2 感应电机的时间尺度	193
6.4.3 基于时间尺度的自抗扰控制器参数整定及仿真分析	195
参考文献	199
附录A 机电能量转换基础知识	202
A.1 磁场与磁能	202
A.2 机电能量转换	208
附录B 本书实验用电机参数表	213
术语索引	214
感应电机数学模型索引	216

第 1 章 感应电机的多变量数学模型

本章讨论感应电机多变量动态数学模型,首先介绍在三相坐标系中感应电机的数学模型,然后介绍两相坐标系中感应电机的数学模型,再介绍用空间矢量表示的感应电机数学模型,最后讨论在任意旋转的通用坐标系中感应电机的数学模型,并由此推得两相静止坐标系和两相同步旋转坐标系中感应电机的数学模型。

1.1 在三相坐标系中感应电机的数学模型

为了便于列写微分方程,通常假设三相感应电机的定子是对称的,即磁路是对称的,三相定子绕组是对称的,且三相定子绕组在空间上互差 120° 电角度。如果感应电机转子不论是绕线式的还是鼠笼式的,都将它等效成绕线式转子,并折算到定子侧,折算后的每相匝数相等,则感应电机的物理模型如图 1.1 所示。图中, A, B, C 为定子绕组轴线, a, b, c 为转子绕组轴线, θ 为转子 a 轴和定子 A 轴之间的空间电角度, ω_r 为转子角速度。

为了建立数学模型,一般作如下假设:

(1) 三相绕组对称,忽略空间谐波,磁势沿气隙圆周按正弦分布。

(2) 忽略磁饱和,各绕组的自感和互感都是线性的。

(3) 忽略铁损。

(4) 不考虑频率和温度变化对绕组的影响。

(5) 不失一般性地,可将多相绕组等效为空间上互差 90° 电角度的两相绕组,即直轴和交轴绕组。

在上述假设下感应电机的数学模型分析如下。

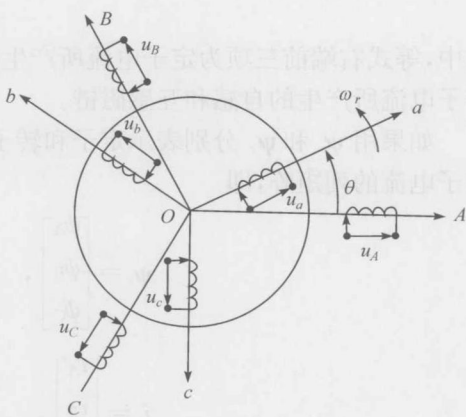


图 1.1 感应电机物理模型

1.1.1 磁链方程

设定子绕组每相的自感为 L_s , 定子三相绕组各相间的互感为 $-M_s$ (三相绕组

在空间互差 120° 电角, 互感为负值); 转子绕组每相的自感为 L_r , 转子三相绕组各相间的互感为 $-M_r$ 。由于气隙为均匀, 上述四类电感均为常值且与 θ 角无关; 加上三相绕组为对称, 因此各相的自感均为相等, 相与相之间的互感亦为相等。定子绕组与转子绕组间的互感, 则随转角 θ 的变化而变化。对于理想电机, 由于气隙磁场为正弦分布, 定于、转子绕组间的互感应为 $M_{sr} \cos\theta$, 其中 θ 为定、转子两个绕组轴线间的夹角; M_{sr} 为定、转子两个绕组的轴线重合时互感的幅值。由此可写出定子绕组的磁链方程为

$$\begin{cases} \psi_A = L_s i_A - M_s i_B - M_s i_C + M_{sr} \cos\theta i_a \\ \quad + \cos(\theta+120^\circ) M_{sr} i_b + M_{sr} \cos(\theta-120^\circ) i_c \\ \psi_B = -M_s i_A + L_s i_B - M_s i_C + M_{sr} \cos(\theta-120^\circ) i_a \\ \quad + M_{sr} \cos\theta i_b + M_{sr} \cos(\theta+120^\circ) i_c \\ \psi_C = -M_s i_A - M_s i_B + L_s i_C + M_{sr} \cos(\theta+120^\circ) i_a \\ \quad + M_{sr} \cos(\theta-120^\circ) i_b + M_{sr} \cos\theta i_c \end{cases} \quad (1.1)$$

式中, 等式右端前三项为定子电流所产生的自感和互感磁链, 后三项则为转子电流所产生的互感磁链。转子绕组的磁链方程为

$$\begin{cases} \psi_a = M_{sr} \cos\theta i_A + M_{sr} \cos(\theta-120^\circ) i_B + M_{sr} \cos(\theta+120^\circ) i_C + L_r i_a - M_r i_b - M_r i_c \\ \psi_b = M_{sr} \cos(\theta+120^\circ) i_A + M_{sr} \cos\theta i_B + M_{sr} \cos(\theta-120^\circ) i_C - M_r i_a + L_r i_b - M_r i_c \\ \psi_c = M_{sr} \cos(\theta-120^\circ) i_A + M_{sr} \cos(\theta+120^\circ) i_B + M_{sr} \cos\theta i_C - M_r i_a - M_r i_b + L_r i_c \end{cases} \quad (1.2)$$

式中, 等式右端前三项为定子电流所产生的对于转子绕组的互感磁链, 后三项则是转子电流所产生的自感和互感磁链。

如果用 ψ_s 和 ψ_r 分别表示定子和转子磁链的列矩阵, i_s 和 i_r 分别表示定子和转子电流的列矩阵, 即

$$\psi_s = \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix}, \quad \psi_r = \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$i_s = \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix}, \quad i_r = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

则感应电机磁链方程的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M_{sr} \\ M_{rs} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

式中, L_s 和 L_r 分别表示定、转子绕组的自感矩阵; M_{sr} 和 M_{rs} 分别是转子绕组对定子绕组和定子绕组对转子绕组的互感矩阵。

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ss} & -M_s & -M_s \\ -M_s & L_{ss} & -M_s \\ -M_s & -M_s & L_{ss} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{rr} & -M_r & -M_r \\ -M_r & L_{rr} & -M_r \\ -M_r & -M_r & L_{rr} \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

$$\mathbf{M}_{sr} = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta+120^\circ) & \cos(\theta-120^\circ) \\ \cos(\theta-120^\circ) & \cos\theta & \cos(\theta+120^\circ) \\ \cos(\theta+120^\circ) & \cos(\theta-120^\circ) & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{rs} = \mathbf{M}_{sr}^T \quad (1.7)$$

实际上,在许多情况下(如定子绕组为Y联结,且无中性线),定子的零序电流等于零,即 $i_A + i_B + i_C = 0$,此时式(1.1)中 ψ_A 的前三项可合并成一项

$$L_{ss}i_A - M_si_B - M_si_C = L_{ss}i_A - M_s(i_B + i_C) = L_{ss}i_A \quad (1.8)$$

于是式(1.1)的定子磁链方程可改写成

$$\begin{cases} \psi_A = L_{ss}i_A + M_{sr}[\cos\theta i_a + \cos(\theta+120^\circ)i_b + \cos(\theta-120^\circ)i_c] \\ \psi_B = L_{ss}i_B + M_{sr}[\cos(\theta-120^\circ)i_a + \cos\theta i_b + \cos(\theta+120^\circ)i_c] \\ \psi_C = L_{ss}i_C + M_{sr}[\cos(\theta+120^\circ)i_a + \cos(\theta-120^\circ)i_b + \cos\theta i_c] \end{cases} \quad (1.9)$$

式中, L_s 为计及定子相邻两项的互感磁链后定子每相的总自感, $L_s = L_{ss} + M_s$ 。

同理,若转子的零序电流为零,即 $i_a + i_b + i_c = 0$,则式(1.2)的转子磁链方程可改写成

$$\begin{cases} \psi_a = M_{sr}[\cos\theta i_A + \cos(\theta-120^\circ)i_B + \cos(\theta+120^\circ)i_C] + L_{rr}i_a \\ \psi_b = M_{sr}[\cos(\theta+120^\circ)i_A + \cos\theta i_B + \cos(\theta-120^\circ)i_C] + L_{rr}i_b \\ \psi_c = M_{sr}[\cos(\theta-120^\circ)i_A + \cos(\theta+120^\circ)i_B + \cos\theta i_C] + L_{rr}i_c \end{cases} \quad (1.10)$$

式中, L_r 为计及转子相邻两项的互感磁链后转子每相的总自感, $L_r = L_{rr} + M_r$ 。

定、转子无零序电流时,磁链方程(1.5)仍然成立,但式(1.6)中的 $\mathbf{L}_s$ 和 $\mathbf{L}_r$ 将简化为对角线矩阵; $\mathbf{L}_s$ 的对角线元素均为 L_s , $\mathbf{L}_r$ 的对角线元素均为 L_r ,即

$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_s & & \\ & L_s & \\ & & L_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_r & & \\ & L_r & \\ & & L_r \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

1.1.2 电压方程

根据电磁感应定律和基尔霍夫第二定律可知,定子绕组的电压方程为

$$\begin{cases} u_A = R_s i_A + p[L_{ss}i_A - M_si_B - M_si_C + M_{sr}\cos\theta i_a \\ \quad + M_{sr}\cos(\theta+120^\circ)i_b + M_{sr}\cos(\theta-120^\circ)i_c] \\ u_B = R_s i_B + p[-M_si_A + L_{ss}i_B - M_si_C + M_{sr}\cos(\theta-120^\circ)i_a \\ \quad + M_{sr}\cos\theta i_b + M_{sr}\cos(\theta+120^\circ)i_c] \\ u_C = R_s i_C + p[-M_si_A - M_si_B + L_{ss}i_C + M_{sr}\cos(\theta+120^\circ)i_a \\ \quad + M_{sr}\cos(\theta-120^\circ)i_b + M_{sr}\cos\theta i_c] \end{cases} \quad (1.12)$$