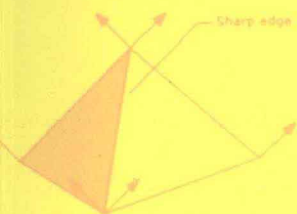


全世界最受欢迎的
趣味科学系列



趣味 几何学

(全新修订版)



[俄] 雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼★著

Я.И.ПЕРЕЛЬМАН

张云★译



一本让你爱上几何的神奇魔法书

经典原版 + 更新知识 + 趣味详解

= 为中国孩子量身打造的全新修订版

趣味科学系列：被译为 10 多种文字，全球至今再版 100 多次
销量超过 2000 多万册。

江西人民出版社

全世界最受欢迎的
趣味科学系列

趣味 几何学

(全新修订版)

[俄] 雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼★著
Я.И.ПЕРЕЛЬМАН

张云★译



江西人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

趣味几何学/(俄罗斯)别莱利曼著;张云译.

—南昌:江西人民出版社,2013.8

ISBN 978-7-210-06023-9

I. ①趣… II. ①别… ②张… III. ①几何学—青年
读物②几何学—少年读物 IV. ①O18-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 159704 号

趣味几何学

(俄罗斯)别莱利曼/著

责任编辑/王华

出版发行/江西人民出版社

印刷/北京时捷印刷有限公司

版次/2013 年 10 月第 1 版

2013 年 10 月第 1 次印刷

开本/160 毫米×230 毫米 1/16 18 印张

字数/160 千字

书号/ISBN 978-7-210-06023-9

定价/28.80 元

赣版权登字-01-2013-216

版权所有 侵权必究

如有印装质量问题,请寄回印厂调换



前言

说说作者

雅科夫·伊西达洛维奇·别莱利曼(Я. И. Перельман)(1882—1942),前苏联人,享誉世界的科普作家。17岁时,他开始在报刊上发表作品,崭露头角。1909年大学毕业后,全身心投入科普写作和教学工作。1935年,他开始参与推动青少年学科学的活动,为此,专门创办了“趣味科学之家”。二战期间,他深入前苏联军队,为军人普及军事科普知识。1959年,前苏联发射的无人月球探测器“月球3号”传回了世界上第一张月球背面图,其中的一个月球环形山就被命名为“别莱利曼”环形山。

别莱利曼一生共出版105部科普图书,他的作品最早于1937年传入我国,在开明书店翻译出版,成为“开明青年丛书”的一分子。别莱利曼的作品一改科普图书呆板严肃的面目,把一个个的原理叙述得简洁生动而又十分准确。他的作品轻松有趣而又立论缜密的表达方式,让一些在学校里感到十分难懂、令人头痛的问题,顿时都显得和蔼可亲了。

读别莱利曼的书,读的是知识,也是趣味。马克·吐温、凡尔纳等名家笔下的故事也成了别莱利曼科普书中的原材料。因此,他的作品被公认为是最有灵性、最受欢迎、最适合青少年阅读的科普书。也因此,他的书至今再版几十次,全球销量超过2000多万册。

谈谈书中的内容

几何学并不是一门枯燥的学问,而是充满了美丽的风景、奇妙的故事、大胆的猜想、巧妙的论证和匪夷所思的解题步骤。

有许多热爱旅行,热爱露营的人,在遇到困难时,第一时间会想到向他人

求助,却没有意识到根据自己所学的几何学知识,自己就足够解决困难,这也许跟他们对几何学不够了解有关系。比如,大多数人都知道几何学是数学的一门分科,但并不一定知道“几何”这个名称是从何而来的。

“几何”一词,出自《几何原本》的翻译。早期的几何学主要是满足人们对测绘、建筑和各种工艺制作中的实际需要,大抵包括长度、角度、体积和面积等的经验原理。发展至今,几何已囊括了多个分支学科,如平面几何、立体几何、解析几何等,它的内容也变得更加丰富多彩。在电影院的银幕上出现的惊险镜头,如火车撞车啦,以及那些不可思议的镜头,如汽车在水底行驶啦,这些可都是运用几何学原理拍摄出来的。至于为什么蚂蚁居然能搬动比它体重重过十倍的重物,而人却无法背着一架大钢琴爬上梯子去,这个也得靠几何知识来解释。

几何的魅力还远远不止这些,要想领略更多的精彩,就要一步步走近它。本书选取了日常生活中众多看似平常但却十分有趣的几何知识,以严谨的态度从有趣的角度为读者一一细致讲解。

目录



如何给树木做测量

——树林中的几何学

- 1.1 太阳阴影测高法 / 2
- 1.2 两种简单易行的测高法 / 5
- 1.3 小说中的测高妙法 / 7
- 1.4 侦察兵的测高绝招 / 9
- 1.5 笔记本也可以做测量仪 / 10
- 1.6 远距离测量法 / 12
- 1.7 林业人员的测高仪 / 13
- 1.8 镜子测高法 / 16
- 1.9 两棵松树之间的距离 / 17
- 1.10 怎样测量大树的体积 / 18
- 1.11 著名的万能公式 / 19
- 1.12 未被砍倒的树木的体积和重量 / 22
- 1.13 怎样算出树叶的大小 / 24
- 【奇妙数学大战】蜗牛回家的路线 / 26



河流给世人的提问

——河畔的几何学

- 2.1 怎样测量河流宽度 / 28
- 2.2 用帽檐也可以测河宽 / 32
- 2.3 如何测出小岛的长度 / 34
- 2.4 测出你对岸人的距离 / 35
- 2.5 最简单的测远仪——火柴测远仪 / 37
- 2.6 小河的能量有多大 / 40
- 2.7 怎样测量河水的流速 / 41
- 2.8 计算河水流量的两种方法 / 43
- 2.9 水中涡轮会朝哪个方向转 / 47
- 2.10 油膜的厚度有多厚 / 48
- 2.11 水面波纹为什么是圆的 / 49
- 2.12 船头浪从哪里来 / 51
- 2.13 图解炮弹的速度 / 53
- 2.14 古印度诗歌中的测试题 / 54
- 2.15 河水镜子里的星空图 / 56
- 2.16 怎样架桥路程最近 / 57
- 2.17 这两座桥应在哪里架设 / 58
- 【奇妙数学大战】帕斯卡与“火车摆线”的战斗 / 59



自然界中的几何世界

——旷野的几何学

- 3.1 天上的满月有多大 / 62
- 3.2 不同距离下的视角 / 64
- 3.3 怎样让盘子看起来像月亮 / 65
- 3.4 你看到的满月有硬币大吗 / 65

- 3.5 视角在电影特技上的运用 / 66
- 3.6 就你身上的测角仪 / 69
- 3.7 简单又方便的雅科夫测角仪 / 72
- 3.8 钉耙测角仪 / 73
- 3.9 炮兵如何心算角度 / 74
- 3.10 你的视觉灵敏吗 / 76
- 3.11 人的视力极限是多少 / 78
- 3.12 “忽大忽小”的月亮 / 80
- 3.13 月球影子到底有多长 / 83
- 3.14 云距离地面有多高 / 84
- 3.15 照片也能看出人的身高 / 87
- 3.16 自习题 / 89
- 【奇妙数学大战】巧分月牙 / 90



行进路上的几何启示 ——路上的几何学

- 4.1 怎样用步伐测距离 / 92
- 4.2 如何用眼睛测量距离 / 93
- 4.3 铁路的坡度有多高 / 95
- 4.4 求出碎石堆的体积 / 98
- 4.5 “骄傲的土堆” / 99
- 4.6 公路的转弯处 / 100
- 4.7 怎样测出弯路的半径 / 101
- 4.8 海底世界是凹下去还是凸起来 / 104
- 4.9 世界上存在“水山”吗 / 105
- 4.10 力大无比的小蚂蚁 / 107
- 【奇妙数学大战】等分洛林十字架 / 108



不带工具去旅行 ——不用公式和函数表的三角几何学

- 5.1 不用函数表也能求角度 / 112
- 5.2 几何中的开平方根方法 / 116
- 5.3 已知正弦如何来求角度 / 117
- 5.4 如何求出太阳的高度 / 118
- 5.5 用指南针求小岛的距離 / 119
- 5.6 用指南针求湖泊的宽度 / 121
- 5.7 这三个角的度数分别是多少 / 123
- 5.8 不做任何测量而确定角度 / 124
- 【奇妙数学大战】谁先到达 / 126



永不消失的地平线 ——天地边界的几何学

- 6.1 会升高的地平线 / 128
- 6.2 模糊不清的轮船 / 130
- 6.3 地平线距离我们有多远 / 131
- 6.4 果戈理的错误论点 / 134
- 6.5 普希金犯的错误 / 135
- 6.6 铁轨在什么地方交汇 / 136
- 6.7 他应该距离灯塔多远 / 136
- 6.8 谁也看到了这一道闪电 / 138
- 6.9 在哪里帆船不见了 / 139
- 6.10 设想月球上的“地平线” / 139
- 6.11 从环形山上观望世界 / 140
- 6.12 木星上的地平线 / 140

6.13 做做练习题 / 141

【奇妙数学大战】行星探险 / 141



无处不在的几何学

——鲁宾逊的几何学

7.1 每个人都该学会的三角学 / 144

7.2 测出神秘岛的纬度 / 146

7.3 如何测定地理经度 / 148

【奇妙数学大战】美丽的圆锥曲线 / 150



几何学里的探险之旅

——黑暗中的几何学

8.1 在船舱底层遇到的难题 / 152

8.2 少年航海家测量水桶的方法 / 153

8.3 关于水桶的几个数据 / 154

8.4 需要克服的困难 / 155

8.5 少年的算法是正确的吗 / 157

8.6 马克·吐温的黑屋之旅 / 160

8.7 蒙着眼睛还能走直线吗 / 162

8.8 一支“活着的尺” / 169

8.9 怎样在黑暗中作出直角 / 170

【奇妙数学大战】被困的天星 / 171



圆的几何学疑问

——关于圆的新旧材料

9.1 古人如何求出 π 的值 / 176

9.2 π 的精确度是多少 / 177

9.3 丢弃的田地有多大 / 179

9.4 用投针实验算出 π / 180

9.5 展开圆周后求 π / 182

9.6 几何学上的“方圆谜题” / 184

9.7 宾格三角形的做法 / 187

9.8 头走得远还是脚走得远 / 188

9.9 捆绑地球赤道上的冷钢丝 / 189

9.10 硬币自己转了多少圈 / 189

9.11 “钢丝女郎”走的是直线吗 / 192

9.12 飞越北极的路线 / 194

9.13 传送带的长度是多少 / 198

9.14 什么情况下乌鸦总是喝不到水 / 200

【奇妙数学大战】漂亮而诡异的鞋匠刀形 / 201



不按常理出牌

——无须测量和计算的几何学

10.1 不用圆规也能作图 / 206

10.2 薄铁片的重心在哪里 / 207

10.3 不用直尺如何等分圆 / 208

10.4 最简单的三分角器 / 210

- 10.5 如何用钟表三等分角 / 211
- 10.6 怎样等分圆周 / 212
- 10.7 如何找出击打台球的方向 / 213
- 10.8 会解题的台球 / 215
- 10.9 一笔画成图 / 220
- 10.10 不可能一次走完的七座桥 / 222
- 10.11 几何学的小伎俩 / 223
- 10.12 如何检验正方形 / 224
- 10.13 如何成为下棋的赢家 / 224
- 10.14 木匠的奇思妙想 / 226
- 【奇妙数学大战】** 怎样计算地球的周长 / 227



最大有多大,最小有多小

——几何学中的大与小

- 11.1 27000000000000000000 个什么东西能装进一立方厘米里面 / 230
- 11.2 这么多的空气分子不拥挤吗 / 232
- 11.3 比蛛丝细但比钢丝结实的线 / 233
- 11.4 哪一个容量更大 / 235
- 11.5 填满巨大的香烟需要多少烟丝 / 236
- 11.6 鸵鸟蛋的体积是鸡蛋的几倍 / 236
- 11.7 一个鸵鸟蛋可以让多少人吃饱 / 237
- 11.8 体积相差 700 倍的鸟蛋 / 238
- 11.9 不打破蛋壳你能测出它的重量吗 / 239
- 11.10 三戈比硬币的直径是多少 / 239
- 11.11 比一层多楼还高的银币 / 240
- 11.12 找出图中的错误之处 / 241
- 11.13 叫人意外的体重 / 243
- 11.14 巨人与侏儒的体重相差多大 / 244
- 11.15 格列佛的几何学 / 245
- 11.16 尘埃和云为什么能浮在空中 / 247
- 【奇妙数学大战】** 科克的“雪花” / 249



几何和经济学的完美融合

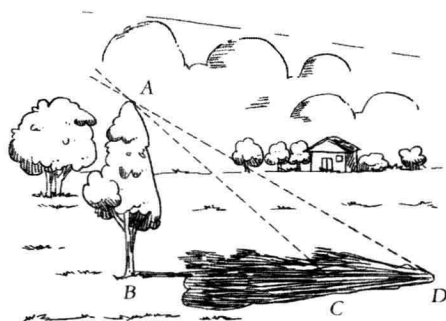
——几何经济学

- 12.1 帕霍姆买了多大的土地 / 252
- 12.2 什么形状的土地才是最大的 / 255
- 12.3 正方形的奇妙特性 / 256
- 12.4 帕霍姆可以走出别的形状吗 / 257
- 12.5 面积最大的图形 / 258
- 12.6 哪一枚钉子最难拔出 / 261
- 12.7 体积最大的物体 / 261
- 12.8 定和乘数的乘积有什么特性 / 262
- 12.9 什么形状的三角形面积最大 / 263
- 12.10 怎样锯出最重的方木梁 / 264
- 12.11 切出最大面积的矩形 / 265
- 12.12 怎样做出最大容量的铁盒 / 266
- 12.13 怎样做圆柱体最省料 / 267
- 12.14 把木板接长的技巧 / 269
- 12.15 如何找出最短的路线 / 271
- 12.16 地板制造商的设计灵感 / 272
- 12.17 最经济实惠的包装 / 274
- 【奇妙数学大战】** 72 颗红宝石 / 275

后 记 / 277

第1章

如何给树木做测量 ——树林中的几何学



1.1 太阳阴影测高法

年少时我时常到林中玩耍,有一次我遇见了一位秃顶的看林老人,他在一棵大松树下摆弄着一个四方木板样子的东西。我问他在干什么,他回答说正在用仪器测量松树的高度。我以为他正准备带着那个小巧的仪器爬上树梢去量树高,然而他丝毫没有上树的意思,反而把那台小仪器装回自己的口袋里,并告诉我他已经测量完毕。

看林老人的这种测量方法令我十分惊奇,即使到现在我依然难忘当时的那份震撼。要知道,对于当时年幼无知的我而言,测量树高的方法应该只有依靠把树砍倒或者费力爬上树梢测量这样的笨办法,但是这位秃顶的看林人仅仅用一个小仪器就测量出大松树的高度,这简直是神奇无比的魔术!

长大以后,我渐渐接触到了一些几何学的基本原理,才终于明白童年时百思不得其解的奇妙魔术不过是对几何最基本原理的简单运用罢了。

通过运用几何学基本原理来进行测高的方法其实数不胜数,其中最古老的测高法便是古希腊哲学家泰勒斯利用阴影对金字塔进行测高的方法。

那是公元前六世纪特殊的一刻,在那一刻,人在太阳下投射的影子长度与人的身高相等。而正是这一刻,就在埃及最高的金字塔脚下,在疑惑的法老和祭司们面前,泰勒斯完成了对宏伟金字塔测高的任务。因为这时,金字塔投下的阴影长度正好与其高度相等¹,泰勒斯通过测量阴影的长度得到了金字塔的高度。

泰勒斯能借助阴影解决金字塔高度的难题,是因为他发现了关于三角形的一个特性。而关于三角形的其他特性,在泰勒斯之后,也被希腊数学家欧几里得所发现,并撰写出一部著作,成为两千年来人们学习几何学必不可少的教材。一些今天我们每一个中学生都熟知的定理,其实都来自于这部书中。也正是有了泰勒斯、欧几里得等前人无数的努力,才使得我们今天能站在巨人的肩膀上看待和思考这些问题。

¹ 阴影的长度当然要从金字塔的方形底座中心点计算。金字塔底座的宽度,泰勒斯是可以很容易地直接测量的。

现在我们知道,泰勒斯当年使用的方法其实非常简单,它包含了三角形的以下两个特性(泰勒斯发现了其中第一个特性):

(1)等腰三角形两底角相等,等角所对应的两边也相等;

(2)任意三角形的三个角之和为 180 度。

正是由以上的这些特性,泰勒斯断定,当一个人的身影和他的身高相等时,太阳光以 45 度角投射到平地上。因此,金字塔的塔尖顶点、塔底中心点和塔的阴影端点之间正好构成了一个等腰直角三角形。

不过,虽然泰勒斯的这个方法在晴朗的日子里对单独的树木进行测量十分简便,却也有很大的局限性。一方面,如果在树木林立的树林里测量,树木的影子往往会与旁边树木的阴影重叠在一起,不利于测量;另一方面,在一些高纬度地区,太阳经常低垂于地平线上,很难等到合适的测量时机,只有等到夏季的正午时分,才可使用这个方法。

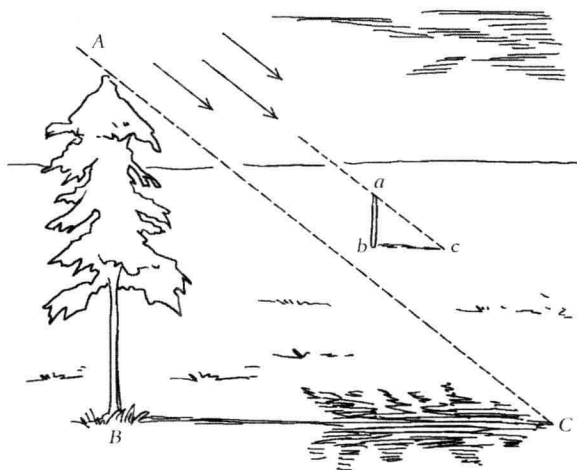


图1 根据阴影测量树的高度。

不过这个局限并非不可克服,只要略加改进,我们并不一定非得等到那个特殊时机才可测量。在测高时,除了要先测量出所测物的阴影长度外,我们还需另外测出自己的身影或者一根木杆的阴影长度,这样根据它们之间的比例进行计算就可得到所测物的高度了(图1):

$$AB : ab = BC : bc$$

其实这是利用相似三角形 ABC 和 abc 的相似性原理所推出的,简单说来,就是树影长度是你身影长度的几倍,树高也就是你身高的几倍。

但是我们要做的并不是去死记这个规则,而是应该真正掌握这其中的几何学原理,因为在另外一种情况下,这个规则并不适用。

如图 2 所示,在路灯灯光投射出阴影的情况下,木柱 AB 比木桩 ab 大约高出两倍,然而木柱的阴影 BC 却要比木桩 bc 的阴影多出约七倍。这是因为太阳光线和路灯光线并不一样,路灯是点式光源,所以其光线是发散的,而太阳光线则是彼此平行的。

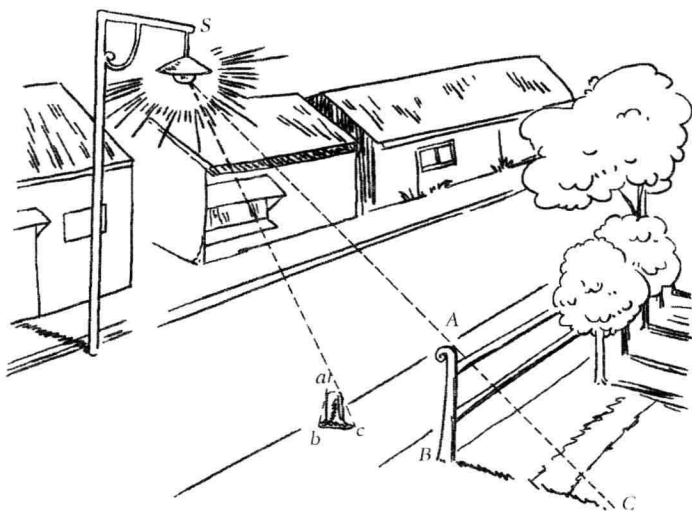


图 2 在什么情况下不适用这种测量方法?

读者也许会质疑,既然太阳光线在放射出的瞬间就已交织在一起,何以判断出太阳光线是平行的?的确,从精确的角度来讲,太阳光线的确存在角度,只是这个角度小得几乎可以忽略不计。

举一个简单的几何学计算就能证明。假设从太阳某点放射出的两道光线,落在了地球表面相距一公里的两个地点,现有一把无限大的圆规,我们可以把圆规的一只脚放在发射光线的那个点上,另一只脚以日地距离(即 150000000 千米)为半径画一个圆。通过计算,两道光线半径之间的圆弧长度达到一公里。而这个画出的巨大圆周长应为 $2\pi \times 150000000$ 千米 = 940000000 千米。

该圆周每一度的弧长都是圆周的 360 分之一,长度约为 2600000 千米;所以一弧分是一度的 60 分之一,也就是 43000 千米;而一弧秒则是一弧分的 60 分之一,也就是 720 千米。而我们假设的圆弧长只有一千米,因此,与之对应的角只是 $\frac{1}{720}$ 秒。再精确的天文仪器,也难以测量出如此微小的角度。

所以,在测量的实践中,我们完全可以认为太阳光线之间是彼此平行的直线。

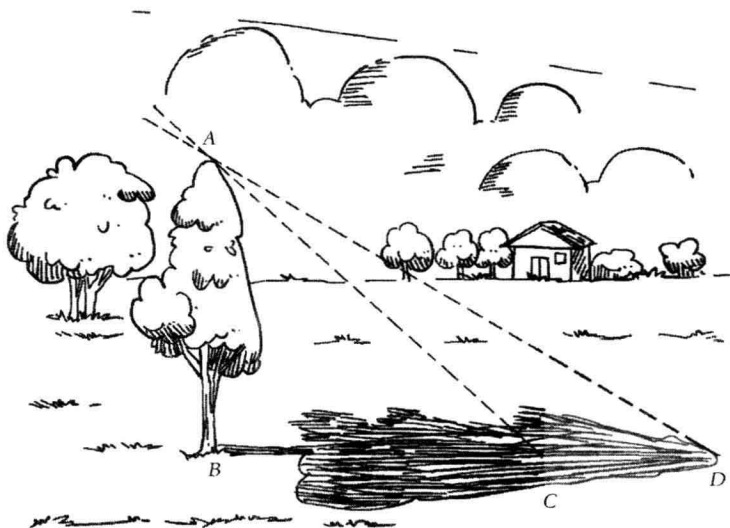


图3 形成的半影。

在阴影测量法的具体运用当中,还存在一个问题。由于太阳并不是一个点状光源,而是由无数点及其放射出的光线所组成的巨大发光体,所以太阳光投射出的阴影尽头总有一道轮廓不清晰、颜色暗淡的半影,我们总是很难确定其界线,所以无法做到完全精确地测量出阴影的长度。

如图3所示,树影BC段后面就有一段半影CD,而半影CD与树顶A形成的角度CAD与我们平时看太阳圆面所夹的角度其实是相等的,叫作半度。因此,即使在太阳所处位置并不低的情况下,这两个阴影测量的不精确所带来的误差也可能达到5%或者更多。有时再加上地面不够平坦等不可避免的因素,使得测量结果存在误差的可能性较大。因此,在一些诸如山区的地方,阴影测高法不宜采用。

1.2 两种简单易行的测高法

除了借助阴影,还有什么办法可以简单快捷地测量出我们需要的高度

吗？答案是肯定的。只要掌握了几何学的基本原理，我们就可以组合出千变万化的测量方法。下面，我们再介绍两种比较简便易行的方法。

一种方法是自制简易测量仪。测量仪所需材料十分简单：一块一面光滑的木板，一张纸，一支笔，三枚大头针，一个小重物。这些材料即使在野营时都不难找到。找齐材料以后，需要在木板光滑的一面上画一个等腰直角三角形。这时，如果你身边并没有能画出直角的三角板或者可以画出等边的圆规，你可以把纸片对折两次，就可以得到一个直角，再利用这张纸量出相等距离。总之，发挥你灵活的脑筋，办法总是多种多样。当等腰直角三角形画好后，再把三枚大头针分别钉在三角形的三个顶点上，测量仪的制作就算完成了(图4)。

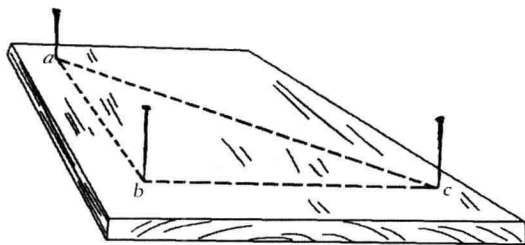


图4 大头针测高仪。

使用这个仪器时，应该在与被测树木有一定距离的地方，手持仪器，在 a 点上绑一根下端系小重物的细线，使得三角形的直角边 ab 始终与地面垂直。然后，人往树的方向靠近或者离开，通过移动找出点 A (图5)，使得当你从点 A 经大头针 a 和 c 朝树顶 C 方向望去时，树顶 C 恰好能被挡住。这就意味着，此时直角三角形的斜边 ac 的延长线通过点 C ，即 aBC 又构成一个直角三

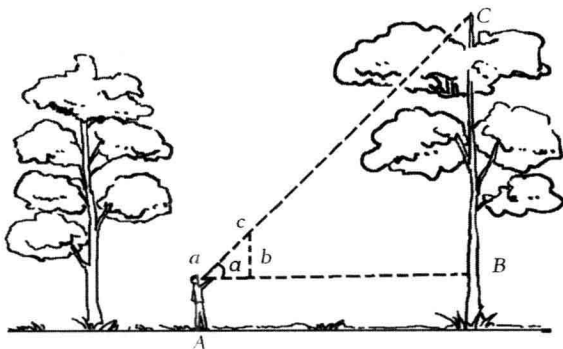


图5 使用大头针测高仪测高

角形。因为角 $\alpha=45^\circ$, 所以 $aB=CB$ 。

又因为 $AD=aB$, 所以你只需在平地上量出你与树木之间的距离 AD , 再加上与你身高相等的 BD , 就可以得到树高 CD 了。

如果你还是嫌制作仪器麻烦, 下面还有一种更简便的方法。不需要制作仪器, 你只需找到一根长木杆, 把它垂直插入地面, 使其露在地面上的高度等于你的身高¹。但是你需要选择这样一个插杆地点, 如图6所示, 当你仰面躺在地上时, 应该可以看到树顶和木杆顶端在同一直线上。因为三角形 Aba 是等腰直角三角形, 所以通过测量 AB 就可得到所求的树高了。

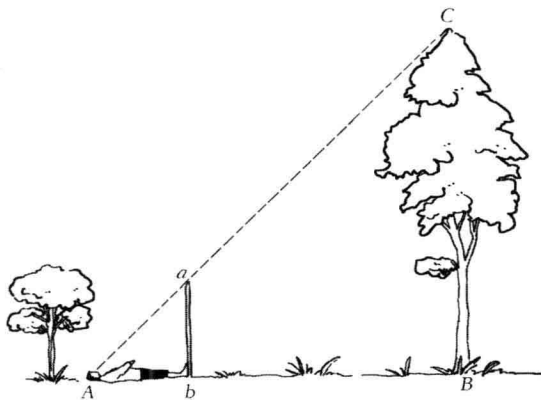


图6 另一种测量树高的方法。

1.3 小说中的测高妙法

测高的方法多种多样。作为作家, 儒勒·凡尔纳也曾在其著名小说《神秘岛》中为大家生动地展示了一种巧妙的方法。

¹ 严格地说, 长杆在地面以上的长度应该等于你站立时眼睛离地面的距离。

“我们今天得去量一下那个眺望岗的高度。”工程师说。

“需要带上什么工具吗？”哈伯特问。

“什么都不需要带，今天我们要用另外一种同样简便又准确的方法。”

小哈伯特希望尽可能多地学些东西，于是他跟着工程师，走下了花岗岩壁，往岸边方向走去。

在测量开始前，工程师先用一根长的直木杆与自己比对，他要再确认一下木杆的长度是否与自己身高相等。尽管他对自己12英尺的身高非常了解，这只是为了使测量能更加精确而已。

至于哈伯特，他拿着工程师之前给他的一个悬锤，跟在工程师身后。说是悬锤，其实就是一块系在绳子下端的小石块。

在他们走到大约离花岗岩壁还有500英尺时，工程师把木杆插入沙土大约有2英尺深的地方。固定好木杆后，工程师又用悬锤调整木杆，使它垂直在地面上。

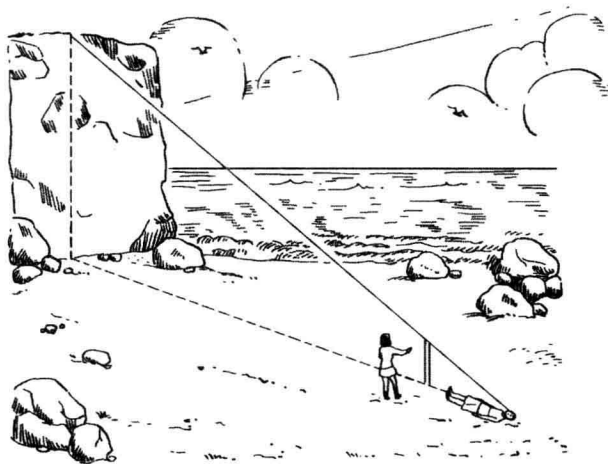


图7 儒勒·凡尔纳小说里的主人公在测量岩壁的高度。

接着，工程师在离木杆有一段距离的沙地上躺下，眼睛正好可以看到木杆的顶端以及峭壁的边缘在同一直线上（图7）。在躺下的地方他仔细地用木棍做了一个记号。

“你了解几何学的基本常识吗？”工程师起身问哈伯特。

“了解。”

“你记得相似三角形的特性吗？”