

276744

統計學

增訂版

汪俊爵編著

大中國圖書公司印行

T222
8014

276744

大 專 用 書

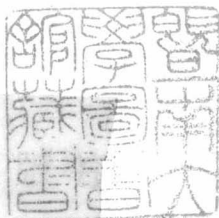
統 計 學

(增 訂 版)

汪 俊 爵 編 著



90018420



大中國圖書公司印行

前 言

統計學爲一種重要工具科學，時至今日，有關各類學識研究與各項實務處理，其必須應用統計方法，有如成方員不能無規矩，正五音不能無六律一樣。語云：「離婁之明，公輸子之巧，不以規矩，不能成方員。師曠之聰，不以六律，不能正五音。」實爲理所當然。此乃筆者不揣愚陋，着手編纂本書動機所在。

本書着重統計基本觀念認識與統計方法運用，內容包括統計敘述與統計推論兩部分。有關統計公式介紹及計算方法說明，力求簡要明顯俾利參考。書中除大樣本推論常態曲線項下曾引用部分微積分學理外，其餘大都應用一般代數法則處理，故作爲教本或自學進修，均可適用。

以所學有限及編寫時間迫促，書稿未能詳爲斟酌推敲，謬誤疏漏處，敬請海內方家，不吝教正。又書末所列參考書目，僅爲主要參考資料，欠週漏列，在所難免，虔請鑒諒是幸。

汪 俊 爵 民國五十九年六月於臺北市

增 訂 版 序

1. 本增訂版較五十九年夏初版增加十三、十四、十五叁章。
2. 本增訂版適合商工農教育醫藥衛生心理等科系八學分教學之用。如受學分較少限制，可就各科系性質省略部分材料免予教學。
3. 祈冀專家學人惠賜誨正督導。

汪 俊 爵 民國六十年六月於臺北市

統計學

壹：目次

第一章 緒論

一、統計學的意義	1
二、統計學的發展	3
三、統計學的應用	5
四、統計數字	9

第二章 統計資料的搜集

一、統計資料的種類	19
二、次級資料的來源與應用	19
三、原始靜態資料的調查	20
四、原始動態資料的登記	25
五、原始資料的審核與整理	26

第三章 原始資料的分類與列表

一、分類的意義	31
二、分類標準與統計數列	31
三、次數分配表的編製	33
四、統計表的種類與功用	36
五、製表規則	50

第四章 統計圖

一、統計圖的功用	53
二、繪圖的步驟	53
三、統計圖的種類	54
四、製圖規則	81

第五章 平均數

一、平均數的意義與種類	87
二、算術平均數	87
三、中位數	94
四、衆數	101
五、幾何平均數	106
六、調何平均數	112
七、各種平均數的應用	117

第六章 差異量數

一、差異量數的意義與種類	121
二、全距	121
三、四分位差	122
四、平均差	123
五、標準差	133
六、均互差	141
七、相對差數	143
八、差異量數的比較	145

目 次

九、偏態係數.....	146
十、峯度係數.....	150
十一、動差.....	152

第七章 指 數

一、指數的意義與種類.....	154
二、簡單指數的計算.....	156
三、加權指數的計算.....	166
四、指數公式的考驗與選擇.....	174
五、編製物價指數的有關問題.....	184
六、我國物價指數及其他重要指數的編製.....	191

第八章 時間數列的分析

一、時間數列的性質.....	203
二、長期趨勢.....	205
三、季節變動.....	213
四、循環變動.....	225

第九章 相 關

一、相關的意義.....	233
二、散布圖.....	233
三、直線的積差相關.....	237
四、積差相關的類推應用.....	253
五、曲線相關.....	258
六、時間數列的相關.....	265

第十章 統計推論概說

一、統計推論的函義	272
二、抽樣分配	273
三、統計推論的方式	274

第十一章 大樣本推論

一、二項分配的性質	283
二、常態曲線的性質	292
三、二項分配與常態分配在大樣本推論上的應用	316

第十二章 小樣本推論

一、 t 分配	342
二、 χ^2 分配	350
三、 F 分配與變異數分析	359

第十三章 其他相關法

一、品質相關法	393
二、同號相關與異號相關	403
三、複相關	410

第十四章 無母數統計法

一、符號檢定	427
二、中值檢定法	429

目 次	5
三、 U 檢定法	432
四、連檢定法	435
五、等級相關係數的檢定	439

第十五章 主要品質管制的統計應用

一、計量數值管制圖	443
二、計數數值管制圖	452

貳：附 錄

附 錄 一

(一)五十八年高等考試「統計人員」「企管交通管理人員」 「財經人員」統計學試題及解法	467
(二)五十八年高等考試「教育行政人員」統計學試題及解法	468
(三)五十九年高考統計人員金融人員等統計學試題及解法	470
(四)五十九年高考教育人員統計學試題及解法	471
(五)六十年高等考試「統計人員金融人員」等統計學試題及 解法	472
(六)六十年高等考試「教育行政人員」教育統計試題及解法	472
(七)五十九年特考中央銀行員考試統計學試題及解法	474

附 錄 二

表 1 常態曲線縱坐標表	476
表 2 常態曲線機率表	478
表 3 t 分配機率表	481
表 4 χ^2 分配機率表	483
表 5 F 分配機率表	485
表 6 常用對數表	490
表 7 平方、平方根與倒數表	494

叁：主要參考書目	504
----------	-----

統計學

第一章 緒論

一、統計學的意義

我國所說「統計學」一詞，係由英文「Statistics」翻譯而來；（「Statistics」也可以說是「Statistic」——即統計——的多數，是以在英文方面統計的多數與統計學同字，）此字德文拼為「Statistik」，法文為「Statistique」，讀音均相近。直接由意文「Statisti」一字演變而來，原為政治家「Statesman」之意，間接的根源則為由拉丁文「Status」誘導而得。「Status」的原意，係指一個國家的「政治情形」而言。由上所述統計學一詞的直接來源及間接（原本）來源，可知最早的統計是導源於政治的需要而產生的，當可不言而喻了。不過當時用以表示國家重要情況的統計，由於缺乏精密的分析推算，可以說是全以文字的敘述為主，與現近統計的意義大不相同。現代統計學的意義，各家說法不一，頗為紛歧，茲舉數例如下，以見一斑。

雷翁塞（Leon Say）說：統計學為計數的科學。

鮑萊（A.L. Bowley）說：統計學為平均數的科學。

桑代克（E.L. Thorndike）說：統計學為測量宇宙間萬事萬物狀況及其差異、變化與相關的方法。

古德（C. V. Good）說：統計學為研究各種事物或其特性發生之次數和類別，並據此加以歸納和推論的一種科學。

以上擇要撮舉之四家對統計學一詞的解釋，以桑代克和古德的說

法較為完全。由於統計的結果，必須基於「大量事實資料」而得才有價值，故所謂統計學，可以說「統計學為搜集、整理、與分析統計資料，並解釋或推論其結果的一種工具科學」。

所謂統計資料，為依據個體特性而由點計（數數）或度量（測驗）自然現象、生物現象或社會現象所得之羣體的資料。此項統計資料，應包含空間、時間與質量三項要素，羣體中個體要素的多少，與羣體的大小成反例，所定羣體中個體的要素愈多，則羣體的範圍愈小，所定羣體中個體的要素愈少，則羣體的範圍愈大。例如就生物現象之「人」的資料而言，如只以「人」所必備之生理上的質的要素為主（如胎生、直立的姿勢、自由的双手等），而不加以時、空及量的要素的限制，則世界上古往今來之全人類，均屬於人的羣體。假定加上時的要素、空間的要素、量的要素以及其他方面質的要素，好像二十世紀七十年代自由中國年齡二十歲之大專院校企業管理科系的學生，其羣體的範圍就要狹得多了。

統計資料的特質：所有宇宙間的各项資料，應符合下列四項特質，才能稱為統計資料。

1. 真實性——統計資料，必須依據調查、登記或測量、實驗而得，來自真確客觀事實，而非個人主觀意志所定。

2. 數量性——所謂數量性，就是能用數字來表示其特性的資料；如為品質資料，則須先轉換為數量資料後再加處理。

3. 羣體性——統計的主要目的，在探究羣體的數量特性，而非零星的個別事件。例如研究自由中國生育年齡期間婦女生育子女的數目，並非以某一婦女或某一鄉鎮婦女為限，而是需要以整個臺澎金馬地區為範圍的。

4. 變異性——統計上所研究的問題，大部分屬於變異的問題。假使一羣體資料中各個體的特性之量的特性或質的特性完全相同時，則

此羣體極為單純，就無須應用統計方法加以研究了。但是宇宙間各種事物羣體中，其個體總是在一方面或多方面表現或多或少的變異情形，此不論在自然現象、生物現象及社會現象方面皆然。所以，凡是具有動態性而難以控制的事物，都要仰仗統計方法去尋求其特徵、差異、相互關係和影響變動等，而非固定不變的。

二、統計學的發展

統計學的知識，是一種長期人類經驗的結晶，追溯統計學的起源，其年代實在遼遠難知，如謂其與人類同始，亦未嘗不可。大概言之，統計學的發展可分為三個階段，最初粗略統計的應用，肇始於國勢情況的表示與瞭解，中間經過大樣本運用的時期，最後演進為近代的推論統計學時代。就國家顯著特徵表達時期的統計來說，據美國統計學家金氏(Willford I. King)的考證，謂遠在西元前 3050 年，埃及國王為了金字塔的修建，需要斟酌全國人民的人力和才力來量力而為，曾調查全國的人口和財富，不啻為統計的濫觴。金氏並指出中國在西元前 2250 年左右，大禹分天下為九州，記載山川人民，也是古代的統計。另據張心徵氏的研究，我國周時對統計工作，也相當詳實重視，設司民之官掌理人口統計，司錄掌糧食統計，司寇掌司法統計，司書掌牲畜統計和財產統計；而在一般統計方面，有日成(即每日之統計)、月要(即每月之統計)及歲會(即每歲之統計)等規定，可說是相當嚴格周密了。此後二千餘年，中西各國對於治理下的人民和土地等情形，雖代有調查計數，但在方法和數字運用上，則為墨守成規，呆板保守，進步殊渺，可說是統計學發展史中一個長久的停頓時期。尤其我們中國，雖然很早就知道運用統計，但是正式講到統計技術和統計方法時，則是一片空白，而全盤皆為舶來品了，這是我們應當深深警惕和努力迎頭趕上的啊！後來至十六世紀初期，宗教革命發生後，新教

爲了了解教友們的情況，規定有生死婚喪登記的辦法，由此提供了生命統計和社會統計的資料，使得統計的應用，超越了國勢徵象表達的領域，而大爲擴大了。一六六一年葛蘭德 (Capt. John Graunt) 發表其所研究之生命統計的報告，謂出生率和死亡率常是不變的。同時，歐洲諸國由於重商的原因，多藉重統計來表明物價和供求的關係，使得統計的應用更爲擴張了。但是，真正引起統計方法研究的，則導源於法國數學家德幕府 (De Moivre, 1667—1754) 於一七一六年所發表的機會論 (Doctrine of Chances)，他利用投擲錢幣的途徑，發現正反面出現的次數，各有一定的機率，其後更由此求出常態曲線的方程式。再經過半世紀以後，這種投擲錢幣正反面出現次數的機率論，轉向於研究天文學上由觀察所引起的誤差問題，算出太陽光線射至地球的時間應在8.76秒與8.78秒之間，而得出太陽與地球的近似正確距離，爲現代統計學奠立了穩固的基礎。十九世紀以後，統計學界人才輩出，無論在學理的闡釋方面或方法的應用方面，都有蓬勃斐然的成績。例如比利時數學家奎得萊 (Quetelet) 研究人羣的壽命，發現每萬人中之死亡年齡的均數，與另一萬人相較，所差極微，而稱之爲「巨數的恒性」，使得後來人壽保險公司由此得到了計算保險費的重要依據。此外奎得萊對於常態曲線的研究，不僅用之於表現既得事實，並對未來加以推測預斷。英人高爾登 (Galton 1822—1911) 因研究優生學的需要，受奎得萊的影響，對常態曲線探討日益精湛，而倡導發展相關與迴歸計算的觀念。高爾登的弟子皮而生 (Karl Pearson) 繼承其師衣鉢，廣續研究相關和迴歸的理論，先後發明了積率相關等計算公式，將統計方法廣泛應用於社會科學及心理學的研究而聲譽大著，尤其其於1900年所發表之 χ^2 分配 (Chi-square distribution) 的理論，更爲今日統計推論的先河。又歐洲自工業革命以後，各國經濟進展迅速，而日趨複雜，因此不少學者由於經濟問題的研究，而創立

了指數及時間數列的分析方法，遂使統計學的內容日趨充實了。因以上時期在統計理論方面，均以大量觀察為基礎，重視大樣本的研究，認為所觀察之羣體的範圍愈大愈多愈佳，而謀盡量擴張，故可稱之為大樣本時期。但以事實限制，大樣本難以普遍獲得，而於1908年時代，英人葛瑟 (W.S. Gosset, 筆名 Student 1876—1937) 發表有關小樣本理論的文章，而開現代統計學之端；嗣後經費宣 (R.A. Fisher 1890—1962) 的實驗研究，創立統計推論法，為了紀念葛瑟在統計上的貢獻，仍按葛瑟的筆名 Student 命名為 Student's t 而稱為 t 分配 (t -distribution) 建立了小樣本研究的概念，進入了近代推論統計學時代，使統計學的研究日趨專精完善。

從以上統計學發展之片斷的歷史敘述，可知統計學之成為一種新的研究工具的傾向，不是憑空驟降的，而是有本有源的。今日統計學的體系，雖然已經粲然大備，但其在理論與應用方面，仍處於不斷的發展歷程中，其未來遠景實在是無可限量的啊！

三、統計學的應用

(一)統計知識的實用性 人類的知識，千千萬萬，難以一言而盡，籠統的說，大概可分為三類。一類為經驗的知識，須由長期的經歷體察而得，當時的人常知其然而不知其所以然，如我國過去所流傳的「月暈風，礎潤雨」，以及從前英諺所謂「冬季暖，墳地滿」等，均是一種依靠日積月累所得來的經驗知識；一類為科學的知識，不獨知其然，而且知其所以然，係由專門的研究與精密的實驗或客觀的考查而得，好像現代文明中許多聲光力電和醫藥衛生與工程機械等方面的原理及發明，均屬於科學的知識。一類為超越於經驗知識與科學知識之外的統計知識，如心理學方面所知道之人類聰明能力合乎常態分配的知识，遺傳學方面之顯性隱性比例的知識，經濟方面之長期趨勢、季

節變動、循環變動、商情預測等知識，均屬於統計知識，如果在人類的知識中除去統計方面的知識，必然有一大片為茫然無知的空白領域或盲人瞎馬的槽槽境地了。

(二)統計方法的工具價值 關於科學的類別，各科學家的分類不同，如孔德(Comte)分科學為數學、天文學、物理學、化學、生物學、社會學六類，斯賓塞分科學為抽象科學，具體科學等是。一般的說，以分為以下三類較為妥當，第一類為研究無機的物質現象的物質科學，也有許多人稱之為自然科學，如物理學、化學、天文學、地質學、工程學、冶金學、建築學等是；第二類為研究有機的生物現象的生物科學，也有些人將物質科學與生物科學合稱為自然科學，如生物學、動物學、植物學、生理學、心理學、醫學、育種學、優生學等；第三類為研究超機的社會現象的社會科學，如社會學、政治學、經濟學、倫理學、法理學、商學、教育學等。不論那一類科學，均須藉重統計方法為研究工具，物質科學、生物科學的研究，固然要用統計方法的處理，使其成果益形精密而有價值；社會科學的進步，更大部分得力於統計方法的應用，雜亂無章的社會現象，須用統計來整理，混淆不明的事件須用統計來分析，錯綜複雜的因果難題，須用統計來尋求，奧秘難測的趨向須用統計來推斷，這種工具的使用價值，實在是無所不包無所不在了。俗語說，「數字是不會撒謊的」(Figures won't lie)，可說是含有相當真理的。統計法的優點，是能以極簡單的數字，表明極複雜的狀況，例如以五呎八吋表示全人類的平均身高，以千分之廿八表示中國人口的增加率，以五、九六人表示中國家庭一般人口數，以指數表明物價及生活程度的變遷等等。

(三)統計與政治 由本書前面所介紹之統計學的意義及其發展史，可知統計自始就是與國家政治結合為一體的，此由 (Statistics) 一字的字根為 State，當可瞭如指掌了。古代國家為了徵兵徵稅，自不得

不對人口及財富加以調查登記。今日政府的任務擴大，行政設施，更處處需要依據事實，以爲積極籌劃的張本，是以統計工作，在國家政治上更日趨發展而日見重要了。嚴格的說起來，統計與國家行政是互爲一體的，通常所說的行政三聯制——計劃、執行、考核，都和統計息息相關，計劃的訂定，須賴統計以爲張本，沒有統計爲依準，就定不出方案計劃；事務的執行，則須根據統計以觀進度，以便隨時檢查和隨時糾正，沒有統計，根本就不知道做了些什麼和做到什麼程度；考核工作，更須依靠統計以比較成績，沒有統計，就無從着手考核。國家政治的推進，如果除去了統計，不是個瞎子，便是個聾子了，所以有人說，統計治理世界 (Statistics governs the world)，實非過分誇張之詞。

四統計與工商企業的科學管理 任何一種工商企業，都有一個共同的目的，就是獲取利潤。近代的企業組織，規模日大，事務日繁，市場變動日劇，同業競爭日烈，應如何控制成本與把握銷路？始能發展企業得到利潤，勢非應用有系統有條理的科學管理不可，俾使經營日有改進，企業日有成長。而統計方法，乃是最有力的一種科學工具，是以統計方法應用到企業的科學管理方面，實在是一種無可抗拒的自然傾向時代需要。關於科學管理的要義，據謝慎初氏的意見，不外是：

- 1.系統——即準確的條理的工作程序或方法。
- 2.計劃——即根據客觀事實而預先訂定的嚴密周詳的方案。
- 3.效率——即以最少的代價去得到最大的收穫，無論人力、物力、財力、時間、空間都要使其獲得最高的效能而無浪費。
- 4.協調——即使各部門的內部及其相互之間以至各員工之間作巧適的配備，使之脈息相通，協調一致。
- 5.準確——即處理一切的事務，都要依據可靠的事實和一定的準則，不可憑個人主觀行事。

要達到以上科學管理的要求，必先從工商統計着手不可，惟有統計所提供的資料，才能符合科學管理的要求，統計可以把過去的事實與繁複的現狀簡化為一個明顯平實的數字或綱舉目張的圖表，而一目了然，使得工商企業能根據實際情況資料擬訂生產計劃，執行時隨時有效考核改進，並可對企業未來的發展顯示正確的途徑，對於企業的成敗，有着相當決定性的作用。此由外部統計與內部統計兩方面來觀察，更為清晰明瞭。

（甲）外部統計

1. 一般的經濟統計，如物價統計、金融財政統計、國外貿易統計、國民所得統計等等，可以顯示社會經濟的潮流、商業循環的趨勢、社會購買力的消長，可使企業組織據以擬定順應經濟大環境的經營方針。

2. 同業統計、市場統計等，可以顯示同業的現狀，顧主的需要，可使企業組織在產品的類別與數量方面謀求有效的配合。

（乙）內部統計

1. 人事統計、如員工質量、工資數額、工作時間、員工流動率等，可以顯示員工在何種待遇、何種分工、何種工時、何種環境之下才能發揮最大的效能，以增進工作效率，減低生產成本。此外在員工的疾病死亡或殘廢的有無等統計方面，亦可顯示意外災害的原因，而便利了災害的預防。

2. 生產統計（如生產量值統計、存貨統計、材料統計、檢驗統計、成本統計、用電統計等）、營業統計（如營業額統計、定貨交貨統計、銷路費用統計、運輸統計等），可以顯示某種產品在某種市場、某種季節、某種價格之下。可以得到最大的銷量和利潤，從而提高了利潤率。

3. 財務統計，如固定資產對投資總額之比率，銷貨淨值與存貨之

比率、純益與投資總額之比率、維持修理費對固定資產之比率、折舊對固定資產之比率等等，可以顯示資本在某種條件和時空之下能最有益的運用，因而提高了利息率。

總之，在任何生產事業裡面，統計與會計同屬重要。會計所考查的，偏重財務上的事實，而以金錢為主，比較着重主觀的紀錄。統計所考查的，是除財務以外之其他方面事實的全部，故除金錢以外，還以各種事務作觀察的對象，比較着重客觀的體察。是以統計會計，宛如工商企業的兩隻眼鏡，二者缺一不可。

四、統計數字

統計資料，必為數量資料。統計結果，必皆用數字表示。所有統計上之數量，或由點計而得，或由測度而得，而難以絕對準確，只是準確到够用程度就是了。事實上，凡由測度而得的數量，不論所測度的是自然現象、生物現象或社會現象，根本就不可能絕對準確的。就是點計所得的數量，在理論上講是可以百分之百準確的，這也只是在羣體範圍較小時可能如此，例如點計一個教室內的學生人數，總是可以精確無誤的，但當羣體範圍擴大時，就不可能如此了，好像點計雙十節齊集介壽路廣場參加國慶日慶祝會的人數，就難以絕對準確了。再者，凡經四捨五入後簡化尾數的數值，像5元8角7分6厘簡化為5元9角，或某地人口12萬1千2百零4人，簡稱12萬人，均為近似值而非絕對正確值。此外，一般認為測量一事物之精確數值，是由無限次相同測量所得量數的平均數，而單一測量所得之量必然為一近似值，因此統計資料泰半均為近似數值。因為如此，也就產生了所謂誤差的問題。

(一)誤差

1.絕對誤差與實際誤差