

SHULI JINGJIXUE

数理经济学

李勇 编著



西南财经大学出版社

SHULI JINGJIXUE

数理经济学

李 勇 编著



西南财经大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数理经济学/李勇编著. —成都:西南财经大学出版社,2013.7
ISBN 978-7-5504-1097-8

I. ①数… II. ①李… III. ①数理经济学 IV. ①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 141969 号

数理经济学

李 勇 编著

责任编辑:冯 梅

封面设计:墨创文化

责任印制:封俊川

出版发行	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街55号)
网 址	http://www.bookcj.com
电子邮件	bookcj@foxmail.com
邮政编码	610074
电 话	028-87353785 87352368
照 排	四川胜翔数码印务设计有限公司
印 刷	郫县犀浦印刷厂
成品尺寸	185mm×260mm
印 张	9
字 数	205千字
版 次	2013年7月第1版
印 次	2013年7月第1次印刷
印 数	1—2000册
书 号	ISBN 978-7-5504-1097-8
定 价	18.00元

1. 版权所有,翻印必究。
2. 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。
3. 本书封底无本社数码防伪标志,不得销售。

前言

数理经济学无论作为经济学的一个分支学科，还是作为数学在经济学中的应用分支，在当今知识领域中都有极其重要的地位和作用，这一点已经成为共识。对于学习经济学的学生，要想真正弄懂当今经济学的内涵，数学已成为不可逾越的学科知识；作为数学或理学专业学生，希望了解本专业的知识对社会经济的影响，最佳的途径就是从数理经济学这门学科入手。尽管如此，但数理经济学在一般本科院校受重视度并不高。究其原因，可能涉及数学知识的难度是一个重要障碍。尽管国内外出现了不少优秀的数理经济学教材和专著，但真正适合于一般本科学生的还是很少（蒋中一教授的著作是其中较优秀的作品之一）。为此，笔者在多年从事本科数理经济学的教学研究基础上，借助各位专家学者的成果，编撰本书。

本书的特点主要体现在：首先，利用的数学工具主要是微积分和线性代数，并以数学思想贯穿其中；其次，尽量展现数理经济学当代的一些成果，使得读者对数理经济学有一个较为完整的了解；最后，兼顾了以数学为纲和经济学理论相对完整性的知识结构安排。

本书的主要内容分为六章，其中：

第一章包括数理经济学简史和数理经济学的基本概念和内容。

第二章包括微分学基本思想、供求原理、消费选择理论、厂商理论和市场理论。

第三章包括线性代数基本思想，局部和一般市场均衡分析，列昂惕夫投入—产出模型分析和金融投资决策模型简介。

第四章包括非目标均衡比较静态分析，约束优化理论和具有等式约束条件下的优化理论。

第五章包括积分学基本思想，积分学与动态经济学和微分（差分）方程与动态经济学。

第六章包括数学规划与具有不等式约束条件下的现代优化理论和动态最优化理论。

本书在编写过程中，汲取了众多学者的精华，承蒙多位同行专家学者的教诲。在此，表示深深的敬意。在编写过程中，得到冯梅编辑、邓克虎老师和薛琴老师等的帮助，以及西南财经大学出版社的大力支持，借此表示诚挚的谢意。最后，感谢我的亲友和学生们，感谢他们的无私奉献，尤其是我的儿子，正值高三，我却忙于撰写书稿

而忽略了他，在此对他表示深深的歉意。

由于笔者的水平有限，加之时间仓促，书中难免有不尽如人意之处，恳请专家和读者不吝赐教。

编者

2013年2月于重庆工商大学翠湖

目 录

第一章 数理经济学的概论	(1)
第一节 数理经济学简史	(1)
第二节 数理经济学的基本概念和内容	(7)
第二章 微分学与经济学基本理论	(11)
第一节 微分学基本思想	(11)
第二节 供求原理	(21)
第三节 消费选择理论	(31)
第四节 厂商理论	(39)
第五节 市场理论	(57)
第三章 线性代数与静态均衡分析	(62)
第一节 线性代数基本思想	(62)
第二节 局部和一般市场均衡分析	(63)
第三节 列昂惕夫投入—产出模型分析	(68)
第四节 金融投资决策模型简介	(82)
第四章 微分学与比较静态均衡分析	(84)
第一节 非目标均衡比较静态分析	(84)
第二节 无约束优化理论	(91)
第三节 具有等式约束条件下的优化理论	(99)
第五章 动态经济分析	(108)
第一节 积分学基本思想	(108)
第二节 积分学与动态经济学	(109)
第三节 微分(差分)方程与动态经济学	(113)

第六章 现代最优化经济理论 (123)

 第一节 数学规划与具有不等式约束条件下的现代优化理论 (123)

 第二节 动态最优化理论 (128)

参考文献 (138)

第一章 数理经济学的概论

第一节 数理经济学简史

数理经济学作为一个独立的学科,目前大家公认的标志是法国数学家、经济学家奥古斯丁·古诺(Augustin Cournot, 1801—1877)于1838年发表的《财富理论的数学原理研究》。若要将数理经济学的发展用一些标志性的著作作为分水岭,笔者认为可以与古诺的《研究》媲美的是保罗·萨缪尔森(Paul Samuelson, 1915—2009)的《经济分析基础》(1947)。因为该书完成了古诺的牛顿极大化微积分方法与瓦尔拉斯一般均衡方程组的一种整合,尽管没有完全解决一般均衡理论的严格证明,但该书及其历史时期都起到了承上启下的作用。由此将数理经济学发展分为三个主要时期:数理经济学前史(1838年以前);古诺开拓的主要以微积分为基础的边际主义时期(1838—1947);集合论等数学理论全面融入经济学时期(1947年以后)。

一、数理经济学前史(1838年以前)

关于数理经济学的第一位先驱者是谁,业界有不同的说法。

第一种观点是:我国学者苏通在《数学在西方经济学中的历史应用》中说,威廉·配第(1628—1687)的《政治算术》(完成于1671—1676年间,出版于1690年)和约翰·格朗特(1620—1674)的《对死亡表的自然观察和政治观察》(1662)构成了西方经济学史上应用数学工具作为分析手段的第一个里程碑。尤其是威廉·配第的《政治算术》更强调的是数学的计算。因此,威廉·配第可被视为经济学系统运用数学方法的先驱。

第二种观点是:斯坦利·杰文斯在他的名著《政治经济学理论》中制订“数理经济学书目”时,首先提出最早的一位数理经济学者是意大利人塞瓦(Ceva)。美国的欧文·费希尔(Irving Fisher, 1867—1947)在《古诺与数理经济学》(1898)一文中写道:“塞瓦享有将数学方法首先用于经济问题的盛誉”。狄奥·查理斯(D. Theocharis)在《数理经济学早期发展》(Early Developments in Mathematical Economics)(1961, 1983)中说:亚里士多德之后,将数学应用到经济问题中的第一次,确凿无疑的尝试是由塞瓦1711年在曼图亚发表的《论货币,只限于在几何学上加以论述》中作出的。这个塞瓦是何许人呢?他是意大利的一位工程师,他在经济学方面的成就首先是对新方法的鼓吹,他在1711年的著作的献词中指出:商业是如此伟大和复杂,以至于对它的探究,除了使用几何将别无他法。这是一个非同一般的看法,因为反对在经济学中使用数学的人,一般都会借口经济现象过于复杂,因此无法使用数学。约瑟夫·熊彼特(Joseph Schumpeter, 1883—1950)在其名著《经

济分析史》中对他的评价是：“没有哪一部经济分析史可以不提他，因为他对经济理论的深刻理解；他认为真实现象最是模糊不清的，复杂得令人难以驾驭，实践活动也总是缺乏严密性，因而要理解事物的本质，就得借助于假设建立理性的模型；否则我们就必然总是在茫茫的黑夜中摸索；处理这种模型最好是用数学方法；这种方法论两百年后才被人们接受。”尽管塞瓦在具体问题上取得的成就非常有限，但因为他明确地倡导了数理经济学方法，并实际做出了尝试，塞瓦可以算做数理经济学的先行者。

第三种观点是：约瑟夫·熊彼特等认为，最先运用数理经济学方法的人是丹尼尔·伯努利(1700—1782)。丹尼尔·伯努利是瑞士著名的伯努利数学家族中最杰出者之一。他在数学、物理和医学方面都作出了卓越的贡献，并被后世推崇为数学物理方法的创始人。他因为在1738年解决了圣彼得堡悖论问题，而成为在古诺之前，对后世最具影响力的数理经济学家。

圣彼得堡问题最早的表述等价于：彼特连续投掷一枚硬币直到正面出现，如果第一次就出现正面，他付给保罗1美元；如果第二次才掷出现正面，他付2美元；第三次掷出付4美元；第四次掷出付8美元；第 n 次掷出付 2^{n-1} 美元……问：保罗最多应该付多少钱来参与这个赌局？

根据传统的概率论，保罗能够赢到钱的数学期望是：

$$1 + \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} + 2^2 \times \frac{1}{2^3} + \dots + 2^{n-1} \times \frac{1}{2^n} + \dots = 0.5 + 0.5 + \dots = \infty$$

但经验告诉我们，保罗愿意为这一赌局支付的价码是十分有限的数字。理论和经验的冲突导致了悖论的出现。

圣彼得堡悖论实质上是关于赌博这一商品的定价问题。

二、古诺开拓的主要以微积分为基础的边际主义时期(1838—1947)

数理经济学的真正诞生，是以奥古斯丁·古诺在1838年发表《财富理论的数学原理研究》一书为标志。正如美籍法裔经济学家和数学家德布罗(1921—)在他获得1983年的诺贝尔经济奖讲演中所说：

“如果要对数理经济学的诞生选择一个象征性的日子，我们这一行会以罕见的一致意见选定1838年……古诺是作为第一个建立阐明经济现象的数学模型的缔造者而著称于世的。”

古诺作为法国数学家拉普拉斯(1749—1827)和泊松(1781—1840)的优秀的数学弟子，以概率论研究开始其学术生涯。在他发表的《财富理论的数学原理研究》(1838)经济学著作中，充斥了数学符号。他首先引进了需求函数，把需求作为价格的函数，记为 $d = f(P)$ ，其中， d 表示市场需求， P 表示市场价格。以此作为整个研究的基础，这是数理经济学历史中关键的一步，也是古诺最突出的贡献。这对于今天的经济专业学生来说，是太自然不过的事。但是在100多年前的古诺时代，经济学家们完全不能容忍这种离经叛道的“胡言乱语”。权威们的反对迫使古诺对经济学沉默了25年。1863年古诺用通俗的语言重写他的著作，取名《财富理论的原理》，尽量回避了“数学”与“研究”等字眼。但是数学家的严谨思维方法仍然使这本著作在经济学界遭到了40年的冷遇，而古诺的历史地位直到

他去世 80 年以后才被充分肯定。

古诺的著作得以新生,主要得益于勒翁·瓦尔拉斯(1834—1910)、杰文斯(1835—1888)和博卡杜。首先,法国著名经济学家勒翁·瓦尔拉斯是与古诺同年、同窗、几乎同名但不同姓的至交法国经济学家安东尼·奥古斯特·瓦尔拉斯(1801—1866)的儿子。老瓦尔拉斯由于其言行的不合时宜,终生未能获得经济学教席。他对经济学界的最大贡献就是他培养出了一个儿子。小瓦尔拉斯学过工程,写过小说,到了 1858 年才听从父教,决心献身于经济学。但他在法国与他父亲的遭遇一样,未能获得教席。他当过记者,干过银行职员,都很不成功。最后在 1870 年到了瑞士的洛桑大学才成为经济学教授,并开创了一代“洛桑学派”。由于受其父亲和古诺的影响,以及他曾受过的良好的工程教育,促使小瓦尔拉斯经常从数学和工程的观点来考虑经济学问题。在研究目前通称为“边际效用”、他称为“稀缺性”的理论时,他忽然感到自己的数学太差。于是努力向一位力学教授学习微积分。当他的有关边际效用研究的题为《交换的一种数学理论的原理》的论文发表时,他沮丧地发现英国经济学家杰文斯(1835—1882)已先于他在 1862 年,发表了一篇题为《政治经济学的一般数学原理的注记》的论文,同样阐述了边际效用(杰文斯称为“最后效用”)的理论。不过沮丧之余,他又欣慰他数学的优势使得他的表达形式比杰文斯要好。尽管杰文斯后来大谈“经济学如果是一种科学,它必须是一种数学的科学”,实际上他用的数学不及瓦尔拉斯的高明。

杰文斯和瓦尔拉斯两人都被认为是经济学的“边际效用学派”的奠基者。这个学派的前驱者是德国经济学家赫尔曼·海因里希·戈森(1810—1858),而另一个奠基者则是奥地利经济学家卡尔·门格尔(Carl Menger, 1840—1921)。可惜,这两位经济学家的境遇完全不同却是因为他们的数学程度存在差异。戈森由于在其著作《人类交换规律与人类行为准则的发展》(1854)中借助了数学工具,再加上他的自比“经济学上的哥白尼”言论,致使他的著作长期被埋没,直到在他去世 20 年后的 1878 年,才被杰文斯和瓦尔拉斯发现并肯定。而门格尔则缺少对数学工具的掌握,完全无视微积分的奠基人牛顿(Newton, 1643—1727)和莱布尼茨(Leibniz, 1646—1716)以来数学家和物理学家已经用了两百来年的微分法,在其《国民经济学原理》(1871)中提出了“边际分析学说”,变革了自亚当·斯密、李嘉图和约翰·穆勒以来的学说。该书的出版标志着与德国经济学的历史学派抗衡和与马克思的劳动价值论对立的新学说——奥地利学派正式诞生。门格尔也因此获得了名气和地位。门格尔的方法隐含的数学思想,后一代的经济学家才搞清楚,门格尔等所说的各种“边际”,其实就是数学家所说的“导数”或“偏导数”。从此,微积分以致其他高等数学,也就正式在经济学中登堂入室了。杰文斯在《政治经济学理论》(1871)中,利用导数表述边际效用概念,借助数学推理论证了两种商品之间交换的均衡价格是怎样决定的。

然而,真正产生今日意义下的数理经济学的还不完全是边际效用学派的研究,而是勒翁·瓦尔拉斯另一项备受称颂的经济学成就,即他在《纯粹政治经济学要义》(上册 1874 年,下册 1877 年)中提出的一般经济均衡理论,利用联立方程组表达。美籍奥地利经济学家约瑟夫·熊彼特在其经典名著《经济分析史》中指出:“他的经济均衡体系其实就是把‘革命的’创造性和古典的综合性统一起来,是经济学家所写的不亚于理论物理学成

就的唯一著作……它是经济学想要取得严密科学或精密科学资格所走道路上的显著界标。”为此，熊彼特称：“就纯理论而言，瓦尔拉斯在我心目中是所有经济学家中最伟大的一个”。当然这是后人的评价，当时瓦尔拉斯的一般均衡理论，却没有这样的好运。在他的祖国法国，一生没有得到人们的承认。在瑞士的洛桑大学开设20多年的经济学讲座，也没有一个适当的追随者，直到退休前的1891年才在毗邻的意大利得到了一位出色的学生和继承者帕累托(Pareto, 1848—1923)。这位当了20年铁路和采矿的工程师，1893年起成为洛桑大学的经济学教授，洛桑学派才算正式形成了。出版的《政治经济学教程》(1906)被认为是20世纪初数理经济学的代表作，主要是在序数效用论的基础上，借助序数效用指数和“无差异曲线”等概念，论证了一般均衡理论。帕累托的影响也远超过瓦尔拉斯，因为帕累托是对理论经济学引进科学思想和方法最多的人之一，致使人们认为他的这一成就完全可以与法国数学家庞加莱(1854—1912)在自然科学方面的成就媲美。后人在一方面叹息世俗不理解瓦尔拉斯因为利用数学构建的一般均衡理论的同时，又很感谢他的数学修养使他懂得了用联立方程组来表达一般经济均衡这一人类智慧的最高结晶之一；尤其更加庆幸的是他的数学知识的局限性，使得现在看来其论证完全不可信的情况下，他毫不犹豫地提出了正确的一般经济均衡理论的数学框架。直到80年后的1954年，第一个一般经济均衡模型的严格数学证明由美国经济学家肯尼斯·约瑟夫·阿罗(1921—，1972年诺贝尔经济学奖获得者)和德布罗提出时，人们才恍然大悟，幸好瓦尔拉斯不是一个严谨的数学家，否则一般经济均衡理论可能会夭折。原来，用来严格证明一般经济均衡存在的数学工具直到1911年才初露端倪，这就是以荷兰数学家布劳维尔(1881—1967)命名的“布劳维尔不动点定理”。而证明一般经济均衡所必要的布劳维尔不动点定理的推广：以日本数学家角谷静夫命名的“角谷不动点定理”，直到1941年才出现。肯尼思·阿罗(K. Arrow, 1921—)和罗拉尔·德布鲁(Gerard Debreu, 1921—2004)利用“角谷不动点定理”给出了一般经济均衡存在性的严格证明。从1874年到1954年的这80年间，所谓数理经济学，几乎就等于一般经济均衡理论的数学研究。其中大数学家冯·诺依曼(J. von Neumann, 1903—1957)的《论一个经济方程组和布劳维尔不动点定理的一个推广》(1937)，英文版题目为《一个一般经济均衡模型》(1945)，这是对一般经济均衡的研究提出的著名经济增长模型；列昂惕夫(Leontiev, 1906—1999)在1930年末开始他的投入产出方法的研究，其实质就是一般经济均衡的线性模型，为此他荣获1973年度诺贝尔经济学奖。获得1970年和1972年诺贝尔经济学奖的萨缪尔森和约翰·希克斯，也是因他们用数学方式研究一般经济均衡体系而著称。

这期间，还有一系列的经济学家涌入这一行列。比如英国边际效用学派的第二代中的两位代表人物埃奇沃思(1845—1926)、马歇尔(Marshall, 1842—1924)和凯恩斯(Keynes, 1883—1946)；奥地利门格尔的两大门徒庞巴维克(1851—1914)和魏赛尔(1851—1926)，还有他的儿子小门格尔(Menger, 1902—1985)和约瑟夫·熊彼特(Joseph Schumpeter, 1883—1950)；美国的克拉克(1847—1938)和欧文·费歇尔(1867—1947)。埃奇沃思的《数学心理学》(1881)一书被德布罗认为是对当代数理经济学最有影响的著作之一。所谓“埃奇沃思猜想”则是20世纪70年代数理经济学研究最热门的课题。马歇尔则是英国“剑桥学派”的创始人，是新古典学派的代表，直到20世纪30年代，他的学说在

西方经济学中一直占着支配的地位。其经典著作《经济学原理》(1890)曾被西方经济学界视作划时代的著作,奠定了现代微观经济学的基础。今天微观经济学教科书中的那些既直观易懂、又不失数学严谨的曲线图象,多半出于他之手。20世纪30年代后,马歇尔的这种支配地位让位于比他更有名的他的学生凯恩斯。他的经典著作《就业、利息和货币通论》(1936)出版后,该书被公认为是20世纪最重要的西方经济学著作,凯恩斯主义成为西方世界通用的名词。而凯恩斯本人被认为是20世纪最重要的西方经济学家,能与西方经济学之父之称的亚当·斯密相提并论。更有学者把该书对世界的重要性等同于达尔文的《物种起源》和马克思的《资本论》,视为过去一百年中出现的最重要的著作。然而无论是马歇尔还是凯恩斯,都是以数学家的身份开始其学术研究的。凯恩斯的《概率论》(1921)一书可称得上那个时代最重要的概率论和或然逻辑方面的著作之一。约翰·希克斯是微观经济学中一般均衡理论的创建者,是宏观经济学微观化的最早开拓者,早在1935年,他就与凯恩斯有所接触。在《价值与资本》(1939)一书中,希克斯抛弃一般均衡理论原本具有规范分析的特性而赋予这一理论一种强大的经济实质性。他就商品、生产要素、信任和货币的整体性提出了一个完整的均衡模型。因其在一般均衡理论和福利经济学理论上的贡献,被授予1972年度诺贝尔经济学奖。

小门格尔曾是布劳维尔的助教,主要研究拓扑学和不确定性的经济学。尤其是培养了两个最著名的学生:一是当代最伟大的数理逻辑学家哥德尔(1906—1978);另一个是罗马尼亚出生的犹太人美籍著名数理统计学家瓦尔德(1902—1950)。后者在小门格尔的建议下,于1933—1936年成为第一个试图给出一般经济均衡存在性的严格数学证明的人。另外莫根斯坦因(1902—1977),虽然是庞巴维克的学生,但受小门格尔的影响甚大。莫根斯坦因在研究一个经济学问题时遇到了数学上的困难,去请教意大利数学家切克(1893—1960)而相识冯·诺依曼。两者数十年有关对策论及其在经济学中的应用的合作研究,造就了1944年的数理经济学巨著《对策论与经济行为》,开创了博弈论这一分支,被认为是20世纪前50年人类最伟大的科学成就之一。

约瑟夫·熊彼特,美籍奥国经济学家,是奥地利学派庞巴维克的弟子,后师从于马歇尔。他是当代西方经济学界主要代表人物之一,在代表作《经济发展理论》(1912)中首次提出“创新理论”。尽管他的“创新”理论、经济周期理论没有用到很多数学方法,但他对经济学中运用数学方法的促进则是比谁都大。他1932年移居美国后,在哈佛大学任教,培养、熏陶了美国几代经济学家。例如:1970年诺贝尔经济学奖获得者萨缪尔森、1973年诺贝尔经济学奖获得者美籍俄裔列昂惕夫、1981年诺贝尔经济学奖获得者美国经济学家托宾(1918—2002)、1987年诺贝尔经济学奖获得者美国经济学家索洛(1924—)等。

欧文·费歇尔是耶鲁大学的数学教授,一个真正的数学家。1892年出版了《价值与价格的数学研究》一书,在经济学中引进数学方法方面他与帕累托齐名,是计量经济学的先驱者,他对货币理论的研究被凯恩斯看作“精神上的祖父”。

三、集合论等数学全面融入经济学时期(1947年以后)

把数理经济学的第三阶段确定在1947年,主要是因为萨缪尔森的经典名著《经济分析基础》的出版时间。该书是数理经济学的一个顶峰又是一个开始。随后阿罗在《社会选

择与个人价值》(1951)中提出“不可能性定理”、阿罗与德布鲁合作完成一般经济均衡存在性严格证明(1954)以及德布鲁的仅102页的代表作《价值理论:对经济均衡的公理分析》(1959)。这完成了一般均衡理论的一个升华。

保罗·萨缪尔森,25岁他就成为麻省理工学院的经济学教授。是美国第一个获得诺贝尔经济学奖(1970年度)的经济学家,正是因为“他发展了数理和动态经济理论,其研究涉及了经济学所有领域”而获得这一殊荣。他对经济学贡献之广,会使每个学习西方经济学的学生感到萨缪尔森无处不在。他的《经济学》自1948年出版以来,再版了近20次,称为经济学界的“圣经”。他在1937年作为学位论文写出、1947年正式出版的成名作《经济分析基础》是把最大化原理和均衡原理结合在一起,使新古典经济学的主体内容有了经典的数学表述形式,从而使得这本著作成为数理经济学发展史上的一个巅峰之作。他与美国经济学家多夫曼(1916—)和索洛合著的《线性规划与经济分析》(1958)是又一本数理经济学的经典著作。

罗拉尔·德布鲁出生于法国加莱,毕业于巴黎高等师范学校,于1945年获得数学助教资格,是数学界著名的“布尔巴基学派”奠基人嘉当(H. Cartan,1904—)的学生,1975年加入美国国籍。其主要学术成就是对一般经济均衡理论所做的贡献,反映在仅102页的代表作《价值理论:对经济均衡的公理分析》(1959)一书中。该书的出版正式宣告运用数学公理化方法的数理经济学的诞生。也因此使得他摘取了1983年度诺贝尔经济学的桂冠。德布鲁在《价值理论》中,以集合论和凸性分析作为主要的公理化分析手段,彻底摆脱了一般均衡理论主要运用代数和方程的传统,以集合理论和凸性分析构造了他全新的一般均衡理论大厦,从而与从亚当·斯密、瓦尔拉斯以来的一般均衡理论相区别,实现了一般均衡理论的整体时代飞跃。

肯尼思·阿罗生于美国纽约,1949年在哥伦比亚大学获得数学博士学位,1953年在斯坦福大学成为教授,1968年成为哈佛大学教授。因在一般均衡论和社会福利经济学方面的成就,与希克斯一同被授予1972年诺贝尔经济学奖。他的学位论文《社会选择与个人价值》(1951)开创了一门新的数理经济学(或者说是数理社会学)分支:社会选择。社会选择理论中的奠基定理就是所谓“阿罗不可能定理”。他与德布罗一起给出了一般经济均衡存在性严格证明(1954年)。

列奥尼德·康托罗维奇(1912—1986)出生于俄国彼得堡,一个在实变函数、泛函分析和计算数学等多方面有开创性贡献的大数学家。1938年首次提出求解线性规划问题的方法——解乘数法,从此打开了解决优化规划问题的大门。1939年创立了享誉全球的线形规划要点,对资源最优分配理论做出了贡献,从而获得1975年诺贝尔经济学奖。

与康托罗维奇一同获奖的是美籍荷兰经济学家佳林·库普曼斯(1908—1985),1936年获得了荷兰莱顿大学的数理统计学博博士学位,是线性规划经济分析法的创立者。在《生产和调度的活动分析》(1951)一书中,他第一次将活动分析这种新的经济分析工具作为一个完整的理论介绍给学界。从此微观经济学除了传统的边际分析外,增加了一个新的理论领域和实用工具。活动分析把列昂惕夫的投入产出法、线性规划,瓦尔拉斯的一般均衡论融合在一块,创造了一种更具普遍意义的分析工具。

上面简单回顾了一下数理经济学的发展历史,但远不够完善,尤其是当代西方经济

学,几乎与数学紧密融会在一起。为什么数学会如此深入到经济学中去呢?最后,我们利用德布罗的回答来结束本节内容:坚持数学严格性,使公理化已经不止一次地引导经济学家对新研究的问题有更深刻的理解,并使适合于这些问题的数学技巧用得更好。这就为向新方向开拓,建立了一个可靠的基地。它使研究者从必须推敲前人工作的每一细节的桎梏中脱身出来。严格性无疑满足了许多当代经济学家的智力需要,因此,他们为了自身的原因而追求它,但是作为有效的思维工具,它也是理论的标志……还有另一个方面,经济理论的公理化已经向经济工作者提供他们能接受的高度有效的数学语言。这使得他们可以互相交流,并以非常经济的方式进行思考。与此同时,经济学家和数学家之间的对话已经变得更加频繁。像冯·诺依曼那样,把他的研究精力的相当一部分放在经济问题上,这种第一流数学家的例子已经不是独一无二的了。同样,经济理论也开始影响数学。其中最明显的例子是角谷定理、集值映射的积分理论、近似不动点计算的算法以及方程组的近似解的算法。

第二节 数理经济学的基本概念和内容

一、数理经济学的基本概念

“数理经济学”一词,至今尚无统一的定义。“数理经济学”是经济学的一个分支学科,还是作为经济学的一种数理分析方法,也是备受争议的。

1972年度诺贝尔经济学奖获得者美国斯坦福大学的肯尼思·约瑟夫·阿罗和英特里盖特(Intriligator)主编的《经济学手册》中的《数理经济学分册》(1986年)指出:数理经济学包括数学的概念和技术在经济学中的各种应用,特别是在经济理论中的应用。经济学的这个分支最早可以追溯到19世纪早期,并在近几十年有了快速的发展,并将继续发展下去。同时,许多数学家也发现数理经济学为他们的数学技巧提供了一个重要且有趣的应用领域。而且,经济学也引发了某些重要的数学问题。

日本著名的数理经济学家高山晟(Akira Takayama)在《数理经济学》(第二版,1984年)著作中指出:经济学关心的是真实世界的问题,它的发展非常依赖于对这些问题 的强烈需求和推动。大量观点是基于各种既定的对于某特殊政策的兴趣,然而这些观点通常模糊了理论的理解。因此对经济学家而言,找出每一个问题的基本逻辑结构和用主要分析工具充分装备自己是非常重要的,尽管很多重要的经济理论显然既不可数学化,也不可以进行分析性的处理。同时,他强调现代经济理论的基本特征在于其分析性和数学性。数学作为一种语言,通过明确地给出假设条件,并且使得每一步推导都符合逻辑,从而成为确切表示某种理论的一种方便工具。因此,数学语言为理论的进一步发展和推广提供了基础。但是,经济学仍然是一门复杂的学科,其中涉及许多不能够完全用数学语言来表达的方面。正如在评论马克斯·普朗克(Max Planck)作出不学习经济学的决定时,凯恩斯指出,经济学涉及逻辑、哲学以及大量的经验知识的混合,而其中的绝大部分都是不精确的。换句话说,经济学是诗和硬分析的混合体,还伴随着一些制度方面的事实……硬分

析是如实地表达经济学自身的一种最好方式,并且使之不至于被数以百万计的制度方面的事实所淹没。确实,基于分析和数理的方法论的抽象经济学理论为我们研究现实世界中的问题和制度提供了一种完美的途径。这里可以进行类比的例子是第谷和开普勒、伽利略和牛顿之间的差别。接着他指出数理经济学的基本性质是,数理经济学是这样的一个领域,它关注的是完整的和硬的分析。其中本质的东西是分析的方法,而不是定理结果的搜集。因为现实中的经济太复杂了,不可能直接应用这些定理。凯恩斯曾经指出,经济学的理论并不是由可以立即应用于政策的已有结论组成的。它是一种方法而不是一种教条,是一种思维方式,一种研究技巧,它可以帮助掌握它的人得出有用的结论。随后他提出了学习数理经济学的基本方法是定理都是无用的,除非明确地认识到相应的假设条件,并且完全理解其中所涉及的逻辑关系。建立对于定理的一种直觉上的理解是重要的(如有必要可利用图形等工具),但是这种理解也是无用的,除非我们具备关于假设条件和证明的完整知识。

英国著名的数理经济学家艾伦(Allen)在《数理经济学》(第二版,1959)著作中明确提出:数理经济学是应用数学,是数学和经济学合作的产物。数理经济学中任何有意义的结果都只能由经济学家运用数学获得。应用数学的其他领域,例如工程技术学,也是如此。

美国数理经济学家蒋中一在《数理经济学的基本方法》(1984)著作中在阐述数理经济学的实质时指出,公共财政和国际贸易是经济学的分支学科。从这个意义上看,数理经济学显然不是经济学的一个分支学科。确切地说,它是一种经济分析方法,是经济学家利用数学符号描述经济问题,运用已知的数学定理进行推理的一种方法。就分析的具体对象而言,它可以是微观或宏观经济理论,也可以是公共财政、城市经济学,或者其他经济学科。从更广泛的意义上使用数理经济学这一概念,我们甚至可以将现在的任何一本初级经济学教程均称之为数理经济学,因为它们经常运用几何学方法推导理论结果。然而,习惯上,数理经济学是指不仅使用简单的几何学方法,而且还运用像矩阵代数、微积分、微分方程、差分方程等数学工具来描述经济问题的一种方法。接着他阐述数理经济学与非数理经济学的区别,指出因为数理经济学仅仅是一种经济分析的方法,所以,它与非数理的经济分析方法不应当,事实上也不存在任何根本的不同。任何一种理论分析,不管运用何种方法,其目的总是从一些给定的假设或公理出发,通过推理过程得出一组结论或定理。数理经济学与所谓‘文字经济学’的主要区别基本源于以下事实:前者使用数学符号而非文字、使用方程而非语句来描述假设和结论;其次,前者运用大量的可供引用的数学定理而非文字逻辑进行推理。因为符号和文字表述实际上是相同的,所以,选择哪一种表述方式并无实质差别。不过,人们公认的是,数学符号更便于演绎推理,且能使表述更为言简意赅。

清华大学张金水在《数理经济学》(1998)一书中指出,数理经济学是指采用更多的数学方法来描述的经济学。简单地说,数理经济学研究方法就是列方程和解方程。第1步:列方程,也就是用数学公式来描述经济系统中基本环节……第2步:解方程并讨论解的5个基本问题:解的存在性、稳定性、合理性、能控性、一定时间内到达合理轨道的可达性。他在阐述数理经济学与经济控制论的关系是指出,数理经济学与经济控制论并不是经济

学新分支,它是采用更多数学工具来描述的微观、宏观、国贸、福利经济学。

1983年度诺贝尔经济学奖的得主美籍法国著名数理经济学家罗拉尔·德布鲁在获奖演说中称:数理经济学是“数学方式的经济理论”。

我国学者谢胜智在《数理经济学》(2004)一书中,认为:数理经济学是数学方式的理论经济学。并阐述数理经济学的特点是:第一,数理经济学是一种理论经济学,它研究的是经济学中的基础性问题;第二,数学化,在研究中大量使用数学方法,重要内容用数学语言表达。

从上面引证的各位专家学者的观点可以看出,对于数理经济学,一种观点认为是经济学的一个分支学科(以阿罗等为主);另一种观点认为,是一种经济分析方法,通用于所有经济学领域(以蒋中一等为主)。笔者较为认同后一种观点。因为数学是作为一门研究世界(包括自然界、人类社会和思维)数量规律的方法论学科,其中的数量主要是指抽象的。无论是自然界,还是人类社会,只要具有抽象数量规律的情形,数学就会像计算机工具一样,对这个学科有帮助。经济学的每一个分支学科,只要它需要进行数量化的提炼其规律,势必利用数学这一工具,只是不同的分支对数学的依赖程度有所不同而已。有些分支领域,可以利用数学的推演得出几乎所有的重要结果,类似于物理学中的力学;有些分支领域,可能只能用到极少的数学甚至没有用到数学。不过,纵观人类认识世界的历史发展规律来看,人类认识世界的基本趋势是越来越趋于对所有认识领域的定量化。从这个趋势来看,迟早数学会介入到经济学的所有领域,只是数学家们也得创造更多的数学工具,以备其他领域所需。当然,从这个角度来看,把数理经济学界定为是应用数学的一个分支(艾伦),即数学在经济学中的应用,也是有一定道理的。

二、数理经济学的基本内容

因为对数理经济学的理解不同,其内容的界定也不完全一样。下面阐述一些历史上的经典数理经济学专著以窥其貌。

根据美国数学会1991年《数学评论》主题分类表09A,数理经济学包括判定理论(管理决策、博弈论、数学规划)、个体选择、团体选择、社会选择、多部门模型、财政、有价证券与投资、动态经济模型、应用理论、统计方法(经济指标及其度量)、生产理论和厂商理论、经济时序分析、价格理论与市场结构、空间模型、均衡(一般理论)、公共商品、增长模型、环境经济学(污染、收成、天然资源模型等)、期望效用和厌恶风险效用、信息经济学、激励理论、消费行为与需求理论、劳动市场、特殊经济类型、特殊均衡类型、现实世界系统模型、一般宏观经济模型、市场模型(拍卖、议价、出价、销售等)、制定宏观经济策略与征税、资源分配等。

阿罗和英特里利盖特主编的《数理经济学手册》(1986)一书回顾了从1970年后数理经济学各个分支的状况,涵盖了数理经济学的各个专题。全书29章共5篇:第1篇,经济学的数理方法,包括经济理论的数学发展中最有用的概念和方法;第2篇,微观经济理论的数理方法,包括消费者、生产者、寡头和对偶理论;第3篇,竞争均衡的数理方法,包括竞争均衡的概念、稳定性、不确定性、均衡价格的计算和经济的核心;第4篇,福利经济学的数理方法,包括社会选择理论、最优税收和最优经济增长;第5篇,经济组织和计划的数理

方法,包括组织设计和分散化。

高山晟的《数理经济学》(第二版,1984)的任务是为数理经济学提供一种系统的处理。他指出这一学科强调的是经济学理论的统一性结构和包含在现代经济学理论中的数学方法。而该书提供的是核心的经济学分析方法,主要关注于经济学理论的两大主题:竞争市场理论和经济增长理论。而遗漏了至少三个重要的主题:关于不确定性的理论、关于社会体系和组织的理论和关于冲突和相互作用的理论。

艾伦的《数理经济学》(第一版,1956,第二版,1959)是主要对英美数理经济学家用数学方式论述的当时很有意义的一些经济理论的一个概括,是对现代西方经济学界数理经济学新的研究成果的总结和概括,它集中叙述的是20世纪30年代以来特别是第二次世界大战以来西方经济学和数学相结合的几乎所有重要内容。该书的出发点是宏观动态经济学的问题。全书可以分为两大部分5个单元共计20章。两大部分指宏观经济学问题(1~9章)和微观经济学问题(10~20章)。第一部分包括1和2单元,其中第1单元主要讨论动态模型(1~6章),第2单元主要讨论经济周期理论和经济调整问题(7~9章)。第二部分包括3~5单元,其中第3单元主要讨论一般均衡理论(10~14章),第4单元主要讨论对策论和线性规划(15~16章),第5单元主要讨论微观经济学的一些基本问题(如资源配置、厂商理论、价值理论和福利经济等)(17~20章)。

蒋中一的《数理经济学的基本方法》(1984)主要是为致力于学习基本数学方法的经济学专业学生而写的。该书涵盖了静态学(均衡分析)、比较静态学、静态最优化问题、动态学和数学规划(最优化的现代发展)等主要经济分析。该书没有阐述动态最优化理论。蒋中一在其后的《动态最优化基础》(1992)中详细阐述了动态最优化的古典变分法理论和其现代发展方法——最优控制理论。但没有阐述动态最优化的第三种方法——动态规划,以及微分博弈和随机控制理论。