药学专业函授教材

物理学

梁淑萍 编

南京大学出版社

药学专业函授教材

物理学

梁淑萍　编

南京大学出版社
1993　南京

(苏)新登字第 011 号

药学专业函授教材
物 理 学
梁淑萍 编

*

南京大学出版社出版发行
(南京大学校内 邮政编码: 210008)
南京化工学院印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/16 印张 18 字数 450 千
1993 年 5 月 1 版 1993 年 5 月第 1 次印刷
印数 1—2000
ISBN 7-305-02065-6/O·109
定价 10.00 元

前　言

本书是以医药函授试用教材《物理学》为基础改编的，可作为药学专业物理学函授教材，也可作为其他相近专业专修科或中专的函授教材及自学教材。

考虑到药学专业函授教学计划对物理学的要求，本书在保留内容精简，重点内容阐述透切这一特点的同时，较大幅度地删去了部分章节，又增加了流体的运动一章。

为了便于函授自学，本书采取教材与自学指导书合编的形式。每章开头有“学习提示”，简述这一章在全书中的地位作用、主要内容和学习要求、学习方法；章末有“本章小结”，概述全章要点，以便更好地掌握和巩固所学知识。针对重点章节，配置了一定数量的经过精选的例题及习题。习题安排在有关章节末尾。为了便于检验自己掌握所学知识的程度，各章附有复习思考题，每阶段结束后还有自我测验题。习题答案及必要的提示附在各题后。

本书书稿由张学贤审阅，谨致谢忱。

编　者

1993 年 4 月

目　录

第一章　力学的基本定律

学 习 提 示

力学是研究物体的机械运动的规律及其应用的．所谓机械运动就是物体位置的变化；这种变化可以是一物体相对于另一物体的变化，也可以是一个物体中某些部分相对于其他部分的变化．这是最简单最基本的运动形式，普遍存在于所有其他运动形式之中，因此力学的规律也是学习物理学其他部分的基础．

力学通常分为运动学、静力学和动力学．运动学研究机械运动的描述及描述机械运动的位移、速度、加速度等物理量随时间变化的关系．这部分内容已在中学的物理基础，本书不再作深入讨论；动力学研究物体的运动和物体间相互作用的联系和规律．本章中，我们在高中物理基础上，有重点地讨论一些有关动力学的基本概念和规律．其中最后一节为刚体转动，其余各节为质点动力学．静力学研究物体受其他物体作用时的平衡条件，可看成动力学的一部分．本章不另作讨论．

对本章引入的一些基本概念和定律，如牛顿运动定律、功和能、动量和角动量等应有清晰的了解．它们在物理学的其他部分以及其他学科中都被广泛应用．上述基本概念和定律虽然大部分在中学已经学过，但本课程中运用矢量和微积分来处理，因此要求在中学基础上提高一步．

对于刚体的定轴转动、转动惯量和角动量等中学未学过的内容应细心体会，并和质点的运动进行比较．

§1-1　牛顿运动定律

动力学的基本内容是牛顿运动定律．牛顿在总结前人成就的基础上，于 1686 年发表了他的三条运动定律．虽然牛顿运动定律一般是对质点而言的，但是从该定律出发，可以导出刚体、流体等的运动定律．从而建立起以它为主要组成部分的古典力学体系．因此牛顿运动定律不仅是质点力学的基础，而且是整个古典力学的基础．

牛顿运动定律

牛顿第一定律　任何物体都保持其静止或匀速直线运动状态，直到其他物体的作用迫使它改变这种状态为止．

第一定律表明，任何物体都有保持其原有运动状态 (速度) 不变的特性．这一特性称为物体的惯性．因此第一定律又称惯性定律．

第一定律还表明，物体受到其他物体的作用时就会改变运动状态，即产生加速度．物体间的这种作用称为力．由此可见，力和加速度有关．力不是维持速度的原因，而是改变速度的原因．

牛顿第二定律　物体受到外力作用时，物体所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比，并与物体的质量成反比；加速度的方向与合外力的方向相同．数学表达式为

$$\mathbf{a} \propto \frac{\ }{m}$$

或
$$\mathbf{f} = km\mathbf{a}$$

式中 m 为物体的质量，$\mathbf{f}$ 为物体所受诸外力的合力，$\mathbf{a}$ 为物体获得的加速度，k 为比例系数．在国际单位制中，质量的单位为千克(符号为 kg)，加速度的单位为米・秒$^{-2}$(符号为 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$)，力的单位为牛顿(符号为 N)．1N 的力，就是作用于 1kg 的物体可使其获得 $1\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ 的加速度的力．在国际单位制中，比例系数 $k=1$．这时，上式可写作

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a} \tag{1-1}$$

这就是通常所用的牛顿第二定律的数学表达式．

牛顿第二定律表明，在同样大小的力的作用下，质量越大的物体获得的加速度越小，即质量越大的物体的运动状态越不容易改变，其惯性也越大．可见质量是物体惯性的量度．

牛顿第二定律还概括了力的独立作用原理，即如果几个力同时作用在一个物体上，产生的加速度等于几个力的矢量和(称为这几个力的合力)产生的加速度．这也称力的叠加原理．

应该指出，牛顿第二定律是瞬时关系．某时刻物体的加速度和该时刻所受合外力成正比；合外力的方向和加速度的方向一致，即力沿加速度方向而不是速度方向；质量和加速度的乘积数值和方向上和合外力一致，但 $m\mathbf{a}$ 本身不是一个力！

牛顿第三定律：当甲物体以力 $\mathbf{f}_1$ 作用在乙物体上时，乙物体也必然同时以力 $\mathbf{f}_2$ 作用在甲物体上；$\mathbf{f}_1$ 和 $\mathbf{f}_2$ 在同一直线上，大小相等，方向相反．其中一个称为作用力，另一个就称为反作用力．作用力和反作用力间的关系可表达为

$$\mathbf{f}_1 = -\mathbf{f}_2 \tag{1-2}$$

牛顿第三定律表明，作用力和反作用力绝不会作用在同一物体上．处于平衡状态的物体所受到的一对平衡力，如静置于水平桌面上的物体所受的重力和桌面所施的支承力，虽然也是大小相等，方向相反，但不是作用力和反作用力．

应该指出，作用力和反作用力必定是属于同一性质的力，如同属万有引力、弹性力、静电引力等．

几种常见的力 这里简单介绍几种分析力学问题时常见的力．

1. 万有引力 任何相距为 r 的质点 m_1、m_2 间都有引力作用，其大小为

$$f = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \tag{1-3}$$

其中 $G = 6.67\times10^{-11}\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$，称为万有引力常数．地面物体当然也要受到地球所作用的万有引力，这就是物体所受的重力

$$P = G\frac{mM_E}{R^2} = mg \tag{1-4}$$

式中 m 为物体的质量，M_E 和 R 分别为地球的质量和半径，g 为重力加速度．由此有

$$g = G\frac{M_E}{R^2} \tag{1-5}$$

当然实际上重力加速度还应考虑地球自转等的影响。

2. 弹力 弹簧拉伸或压缩时，内部有企图恢复原来形状的力，这就是弹力。绳子拉伸时，内部也有弹力，这就是张力。两物体接触时，接触面上也有弹力，这就是正压力。正压力一定垂直于接触面，大小则和物体的受力情况及运动情况有关。

3. 摩擦力 物体间沿接触面有相对滑动时，在接触面上有和相对运动方向相反的滑动摩擦力，其大小为

$$f_k = \mu_k N \tag{1-6}$$

其中 N 为该接触面上的正压力，μ_k 为滑动摩擦系数，它和物体质料及表面情况(粗糙程度、干湿情况等)有关，和物体间相对速度可以认为无关。

物体间虽无相对运动，但有相对运动趋势时，在接触面上有和相对运动趋势相反的静摩擦力。这里的"相对运动趋势"是指如果没有摩擦，物体间将会如何运动。静摩擦力在0和最大静摩擦力 $f_{s,max}$ 之间，具体大小由物体受力情况及运动情况确定。最大静摩擦力为

$$f_{s,max} = \mu_s N \tag{1-7}$$

μ_s 为静摩擦系数。对于给定接触面，$\mu_k < \mu_s$。

牛顿运动定律应用举例 牛顿第二定律给出了物体所受合外力与加速度之间的瞬时关系。若已知物体所受各力，可据以求出其加速度；若已知物体加速度及所受部分外力，可据以求出未知力。

应用牛顿运动定律解题时，首先应确定研究对象，通常选质量已知的物体为研究对象；考虑运动特点，判明加速度；分析受力情况，画出示力图；然后建立坐标系，根据牛顿第二定律列出方程；解出方程，最后还应进行简单的讨论。其中关键是正确分析物体受力情况。

分析物体受力应从"力是物体间的相互作用"这一概念入手，按重力、弹力、摩擦力的顺序进行。后两种力通常只能确定其方向，大小不一定能确定。要注意，在力学范围内，除重力(或万有引力)外，只有接触处才可能有力；反之，凡接触处都可能有力。

在列方程时还应注意：因为式(1-1)为矢量式，解题时常用其分量式。如物体所受的各个力都在同一平面上，则在平面直角坐标系各轴上的分量式为

$$f_x = ma_x$$

$$f_y = ma_y$$

式中 f_x、f_y 分别表示各个力沿 X 轴、Y 轴方向的分量的代数和，a_x，a_y 分别表示物体的加速度沿 X 轴、Y 轴方向的分量。应用上式时，要注意力和加速度各分量的正负取决于坐标轴的取向。

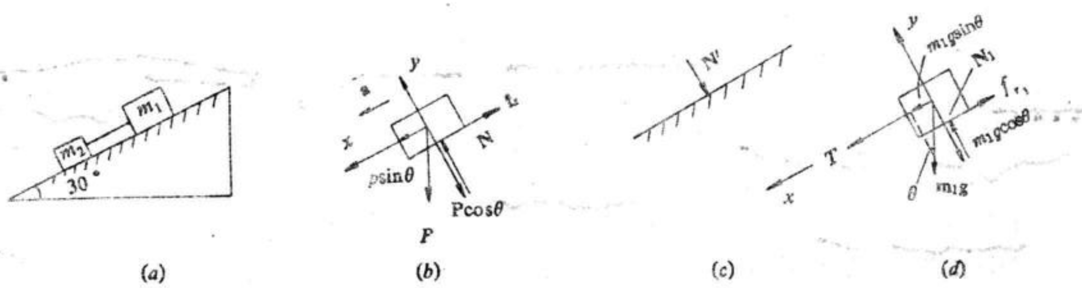
当质点作变速率圆周运动或曲线运动时，既有法向加速度(即向心加速度)，又有切向加速度。这时物体受到的合外力应分解成法向合力和切向合力两部分。因此，我们常根据圆周轨道或曲线轨道的自然情况，采用法向分量式或切向分量式来解题：

$$f_n = ma_n = m\frac{v^2}{r}$$

$$f_t = ma_t = m\frac{dv}{dt}$$

式中，f_n 和 f_t 分别表示法向合力和切向合力，a_n 和 a_t 分别表示法向加速度和切向加速度，r 是物体作圆周运动时的圆周半径，或作曲线运动时所在点的曲率半径，v 是物体所在点的速率，$\frac{dv}{dt}$是瞬时速率的增加率，它表示了该点的切向加速度的大小。

例题 1-1　质量 m_1 和 m_2 分别为 8kg 和 4kg 的大、小两物块，用一轻绳相连，沿着倾斜角为 30° 的斜面下滑，如图(a)所示，若大、小物块与斜面间的滑动摩擦系数 μ_1 和 μ_2 分别为 0.50 与 0.25，试求：(1) 大、小物块的加速度；(2) 绳中的张力。



例题 1-1 图

解　已知：$m_1=8\text{kg}$，$m_2=4\text{kg}$，$\mu_1=0.5$，$\mu_2=0{,}25$，$\theta=30°$。

(1)　若两物块间没有绳子相连，则它们各受到三个力的作用，即重力 **P**、摩擦力 f_r 和斜面对物块的支承力 **N**，由于物块是沿着斜面下滑的，故将重力 **P** 分解为两个正交的分力 $P\cos\theta$ 和 $P\sin\theta$，如图(b)所示，作隔离体图并建立坐标系，根据牛顿第二定律，得

X方向　　$$P\sin\theta - f_r = ma \tag{1}$$

Y方向　　$$N - P\cos\theta = 0 \tag{2}$$

由式(2)得 $N=P\cos\theta$，设 **N'**为物块作用于斜面的正压力，故 $f_r=\mu N'$，再由牛顿第三定律可知，$N'=N$，所以 $f_r=\mu N=\mu P\cos\theta$，代入式(1)中，得

$$P\sin\theta - \mu P\cos\theta = ma$$

将 $P=mg$ 代入上式，并消去 m，再将 μ_1，μ_2 分别代替式中的 μ，则得大、小物块的加速度分别为

$$a_1 = g\sin\theta - \mu_1 g\cos\theta$$

和

$$a_2 = g\sin\theta - \mu_2 g\cos\theta$$

因

$$\mu_1 > \mu_2$$

故

$$a_2 > a_1$$

由此可见，如图(a)中，当物块开始运动后，小物块就通过轻绳拉着大物块一起运动．因为轻绳处于拉紧状态，绳中张力处处相等，所以两物块的加速度相同．将大、小物块和轻绳看作一个受力系统，这个系统所受的外力也是重力、摩擦力和斜面对系统的支承力．仍取沿斜面向下为 X 轴正方向，得

$$(m_1+m_2)g\sin\theta - \mu_1 m_1 g\cos\theta - \mu_2 m_2 g\cos\theta = (m_1+m_2)a$$

所以

$$a = g\sin\theta - \frac{\mu_1 m_1 + \mu_2 m_2}{m_1 + m_2} g\cos\theta$$

$$= 9.8 \times \sin 30° - \frac{0.5 \times 8 + 0.25 \times 4}{8 + 4} \times 9.8 \times \cos 30°$$

$$= 1.36 \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

(2) 将大物块"隔离"出来，设 T 为绳中张力方向沿斜面向下，仍取此方向为 X 轴正方向，见图(d)，得

$$m_1 g\sin\theta + T - \mu_1 m_1 g\cos\theta = m_1 a$$

所以

$$T = m_1 a - m_1 g\sin\theta + \mu_1 m_1 g\cos\theta$$

$$= 8 \times 1.36 - 8 \times 9.8 \times \sin 30° + 0.5 \times 8 \times 9.8 \times \cos 30°$$

$$= 5.63\mathrm{N}$$

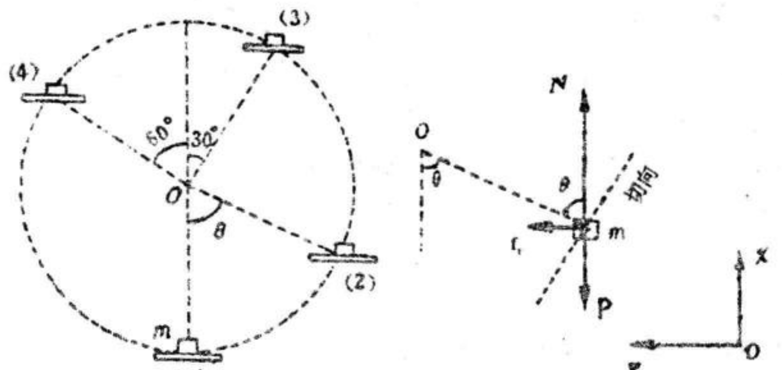
如果将两物块的位置对换，因 $a_1 < a_2$，则在斜面足够长的情况下，小物块将逐渐赶上大物块而结合成整体一起运动；这时绳上张力 $T = 0$。

例题 1-2 质量 $m = 0.2\mathrm{kg}$ 的砝码置于水平木板上。现手持木板，使砝码在竖直平面内作半径 $R = 0.5\mathrm{m}$，速率 $v = 1\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 的匀速圆周运动。已知砝码与木板间的静摩擦系数 $\mu_s = 0.45$，滑动摩擦系数 $\mu_k = 0.40$。求砝码在图中所示的四种位置时，砝码对木板的作用力。

解 以砝码为研究对象。首先考虑砝码处于任意位置 (2) 时的情况。由于砝码作匀速圆周运动，其加速度 $\mathbf{a}_n$ 指向圆心 O。砝码受力 **P**、**N** 和 $\mathbf{f}_r$ 如图。由牛顿第二定律有

$$X:\ N - P = ma_n\cos\theta \qquad N = m\left(\frac{v^2}{R}\cos\theta + g\right) \tag{1}$$

$$Y:\ f_r = ma_n\sin\theta = m\frac{v^2}{R}\sin\theta \tag{2}$$



例题 1-2 图

由牛顿第三定律，砝码对木板的作用力大小如上，方向与图示相反。

对如图(1)、(3)、(4)三种情况，分别以相应的 θ 值代入式(1)和式(2)，可得

(1) $\theta = 0°$

$$N = 0.2 \times (\frac{1^2}{0.5}\cos 0° + 9.8) = 2.36\text{N}$$

$$f_r = 0.2 \times \frac{1^2}{0.5}\sin 0° = 0$$

(3) $\theta = 150°$

$$N = 0.2 \times (\frac{1^2}{0.5}\cos 150° + 9.8) = 1.61\text{N}$$

$$f_r = 0.2 \times \frac{1^2}{0.5}\sin 150° = 0.2\text{N}$$

(4) $\theta = 240°$

$$N = 0.2 \times (\frac{1^2}{0.5}\cos 240° + 9.8) = 1.76\text{N}$$

$$f_r = 0.2 \times \frac{1^2}{0.5}\sin 240° = -0.346N$$

这里摩擦力小于零，表示其方向和 Y 轴相反。

与情况(2)类似，砝码对木板的作用力大小分别如上，而方向相反。

砝码和木板间没有相对滑动，因此题中所给滑动摩擦系数在计算中用不到；虽然砝码和木板间属静摩擦，计算其摩擦力时应由牛顿定律进行，而不能由静摩擦系数计算。

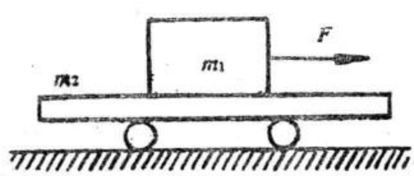
惯性系　应用牛顿定律时，参照系能否任意选择呢？例如，放在火车站台上的物体，从站台上的人看来，物体受的合力为零，加速度也为零，牛顿定律成立；可是在加速行驶的车厢中的人看来，物体受的合力仍为零，而加速度则不为零；牛顿定律不成立。这是因为在不同参照系中，物体受力相同，而加速度则不同。

凡是牛顿定律成立的参照系称为惯性系，从天体运动的研究知道，以太阳为参照系，太阳中心为原点，指向任一恒星的直线为坐标轴，就构成惯性系。实验还指明，相对于上述惯性系作匀速直线运动的参照系都是惯性系；作变速运动的参照系是非惯性系。

地球相对于上述惯性系有公转还有自转，因而有加速度，严格来讲是非惯性系。然而计算表明，地球的公转与自转加速度极小，分别为重力加速度的 6.05×10^{-4} 倍及 3.44×10^{-3} 倍。因此可近似看成惯性系。事实上我们研究地面物体的运动，就经常是以地面为惯性系的。但是研究有些现象，如人造卫星的运动，则必须考虑地球自转的影响。

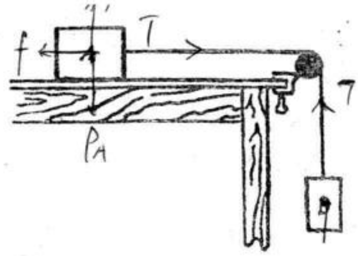
习　　题

1-1 质量 $m_2 = 20$kg 的小车，可以在地上无摩擦的运动。车上放一质量 $m_1 = 2$kg 的木块，木块与车之间的摩擦系数 $\mu = 0.25$。木块受一大小为 20N 的水平力 F 的作用。问木块和小车的加速度为多大？木块与小车间的摩擦力为多大？[7.55m · s^{-2}, 0.245m · s^{-2}；4.9N。]



习题 1-1 图

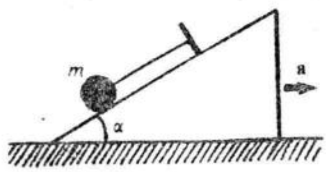
1–2 在水平桌面的一端固定一只轻小的定滑轮．一根细绳跨过定滑轮，一端系在质量为1kg的物体A上，另一端系在质量为0.5kg的物体B上．设物体A与桌面间摩擦系数为0.20，求物体A、B的加速度．设绳与滑轮的质量及滑轮的转动摩擦均略去不计．[1.96m・s^{-2}；A的加速度向右，B的加速度向下．]



习题 1–2 图

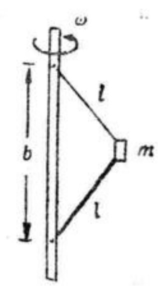
提示 物体A和B的加速度的方向不同，不可将A和B作为整体应用牛顿第二定律．

1–3 将质量为10kg的小球挂在倾角$\alpha=30°$的光滑斜面上．(1) 当斜面以加速度$a=g/3$水平向右运动时，求绳中张力及小球对斜面的正压力；(2) 当斜面的加速度至少为多大时，小球对斜面的正压力为零？[(1)77.3N，68.5N，(2) 17.0m・s^{-2}．]



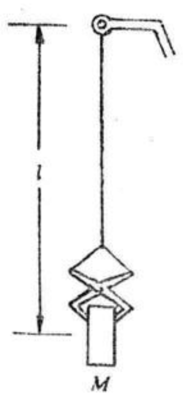
习题 1–3 图

1–4 一质量为$m=4$kg的物体，用两根长度各为$l=1.25$m的细绳系于竖直杆上相距为$b=2$m的两点．当此系统绕杆的轴线以角速度ω转动时，绳子被拉直．(1) 要使上方绳子有$T_1=60$N的张力，下方绳子的张力T_2有多大？(2) 这时系统的角速度有多大？[(1)11N；(2) 3.77rad・s^{-1}．]



习题 1–4 图

1–5 用钳子夹住质量$M=50$kg的混凝土砌块起吊．已知钳子与混凝土砌块接触处的静摩擦系数$\mu=0.40$，在下列几种情况下，分别求出为使砌块不从钳子口滑出，至少应对砌块施加多大正压力，(1) 钳子匀速上升，(2) 钳子以0.2m・s^{-2}的加速度上升；(3) 钳子沿水平方向以4m・s^{-1}的速度行驶时，上端悬挂点突然停止运动．设砌块重心到悬挂点的距离$l=4$m．[(1)613N；(2) 625N；(3) 863N．]



习题 1–5 图

提示 砌块两侧都受到钳子作用的正压力和摩擦力．(3) 中上端悬挂点突然停止运动，砌块将由于惯性而作圆周运动．

§1–2 功 和 能

一个物体的运动常常和别的物体的运动有联系．通过物体间力的作用，机械运动可以从一个物体转移到另一个物体；机械运动也可以和别的运动形式相互转化，例如摩擦生热

就是机械运动转化为热运动。本节研究机械运动和其他运动形式的相互转化问题。功和能量是研究转化问题的重要物理量。

功和功率 功是人们在长期实践中逐渐形成的概念。物体在恒力 **f** 作用下作直线运动时，力 **f** 在作用点位移 **s** 方向的分量和作用点位移大小的乘积，就是力 **f** 对物体所做的功

$$A=(f\cos\alpha)s=\mathbf{f}\cdot\mathbf{s} \tag{1-8}$$

式中 α 为力和位移间的夹角。功是标量，反映了力的空间累积效应。由式(1-8)可见，$\alpha<90°$ 时，力做正功；$\alpha=90°$ 时，力不做功；$\alpha>90°$ 时，力做负功，即物体克服力 **f** 做功。如不特别指明，都是指力对物体做功。

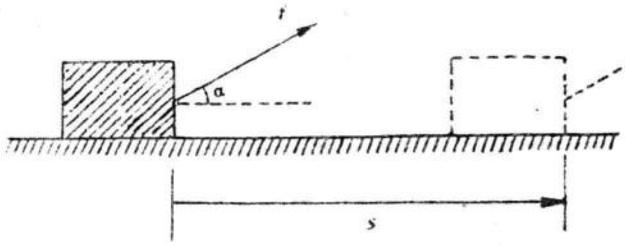


图 1-1 恒力的功

作用在物体上的摩擦力一般做负功，然而两物体叠放在一起时，拉动下面物体可带动上面物体运动(参看习题 1-1)，小车所受摩擦力就做正功，置于匀速转动的转台上的物体必受法向摩擦力，以使该物体作匀速圆周运动，法向摩擦力的功显然为零。可见功的正负不能由力的性质来判断，而要由有无位移及力和位移夹角 α 的大小来判定。

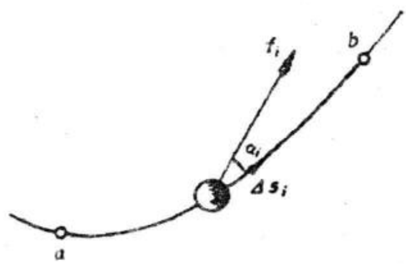


图 1-2 变力的功

物体在变力 **f** 作用下，由 a 沿曲线轨道运动到 b 的过程中，为了研究力 **f** 的功，可将轨道分为若干小段。只要每一小段分得足够小，就可看成直线；而且在这一小段上的力也可看成恒力。这样，力在 Δs_i 上的元功为

$$\Delta A_i=(f_i\cos\alpha_i)\Delta s_i$$

总功 A 就是各元功之和在每一小段都趋近于零时的极限值

$$A=\lim_{\Delta s_i\to 0}\sum_i\Delta A_i=\lim_{\Delta s_i\to 0}\sum_i(f_i\cos\alpha_i)\Delta s_i$$

$$=\int_a^b f\cos\alpha ds=\int_a^b\mathbf{f}\cdot d\mathbf{s} \tag{1-9}$$

如果物体受到若干个力 $\mathbf{f}_1$、$\mathbf{f}_2$、…、$\mathbf{f}_i$ 的作用，那么，合力 **f** 的功为

$$A=\int_a^b\mathbf{f}\cdot d\mathbf{s}=\int_a^b(\mathbf{f}_1+\mathbf{f}_2+\cdots\mathbf{f}_i)\cdot d\mathbf{s}$$

$$=\int_a^b\mathbf{f}_1\cdot d\mathbf{s}+\int_a^b\mathbf{f}_2\cdot d\mathbf{s}+\cdots+\int_a^b\mathbf{f}_i\cdot d\mathbf{s}$$

即 $$A=A_1+A_2+\cdots+A_i \tag{1-10}$$

合力的功等于各分力的功的代数和。这比求各分力的矢量和再求功方便得多。在国际单位制中，功的单位为牛顿·米(符号为 N·m)，称为焦耳(符号为 J)。实际问题中，往往不仅要知道力的功的值，而且要知道完成功的快慢，为此引入功率的概念。设时间 Δt 内完成的功为 ΔA，则平均功率为 $\Delta A / \Delta t$；瞬时功率(简称功率)为

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt} \tag{1-11}$$

或

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} f\cos\alpha \frac{\Delta s}{\Delta t} = f\cos\alpha \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = f(\cos\alpha)v$$

即

$$N = \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \tag{1-12}$$

上式中，当 Δt 趋近于零时，f、α 可认为不变；α 是 $\mathbf{f}$ 和 $\Delta \mathbf{s}$ 的夹角，Δt 趋近于零时也就是 $\mathbf{f}$ 和 $\mathbf{v}$ 的夹角。

在国际单位制中，功率的单位为焦耳·秒$^{-1}$(符号为 $J \cdot s^{-1}$)，称为瓦特(符号为 W)。

动能定理　一个物体如果具有做功的能力，这个物体就具有能量。物体由于运动，即由于具有速度而具有的能量称为动能。物体的动能的大小应由具有一定速度的物体能对外做多少功来衡量。为此，考察质量为 m 的物体在外力 $\mathbf{f}$ 作用下的运动。力 $\mathbf{f}$ 的元功为

$$(f\cos\alpha)ds = (ma\cos\alpha)ds = ma_t ds$$

$$= m\frac{dv}{dt}ds = mvdv$$

上式中 α 为力 $\mathbf{f}$ 和位移 $d\mathbf{s}$ 的夹角，也就是加速度 $\mathbf{a}$ 和位移 $d\mathbf{s}$ 的夹角。因此，当物体由 a 运动到 b 的过程中，力 $\mathbf{f}$ 的功为

$$A = \int_a^b (f\cos\alpha)ds = \int_{v_0}^{v} mvdv$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \tag{1-13}$$

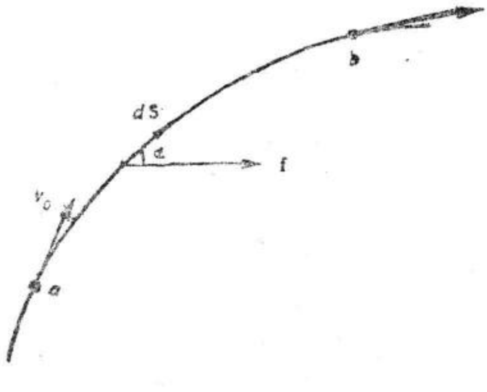


图 1-3　动能定理

若 $v=0$，即物体由 a 点以速度 v_0 开始运动，在力 $\mathbf{f}$ 作用下到 b 变为静止，这一过程中力 $\mathbf{f}$ 的功为 $-\frac{1}{2}mv_0^2$；或者说，这一过程中物体克服外力做的功为 $\frac{1}{2}mv_0^2$。这说明，质

量为 m 的物体，速度为 v 时能对外做的功，即具有的动能为

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1-14}$$

这样，(1－13)可写为

$$A = E_k - E_{k_0} \tag{1-13a}$$

式(1−13)或式(1−13a)说明，外力对物体所做的功等于物体动能的增量，这一规律称为动能定理

不论外力是恒力还是变力，也不论运动过程如何复杂，只要是在惯性系中，动能定理总是成立的。应用动能定理，仅由始末状态的动能，就可求出过程量功，而不必研究过程细节。因此在解决某些力学问题时，应用动能定理要比应用牛顿第二定律方便得多。

应该指出，动能和功虽然同是标量，单位也相同，但是动能是状态量，功是过程量。它们是两个不同的物理量，不能混为一谈。应用动能定理时还应注意，对物体做功的外力是指作用在物体上的所有外力，包括重力。

重力势能　保守力　在机械运动的范围内，除了动能以外，还有势能。相互作用的物体，由于其相对位置的改变而具有的能量称为势能或位能。和动能类似，势能的大小也要通过外力对物体做功来考察。由于作用力性质的不同，势能相应地分为各种势能，如重力势能，万有引力势能，弹性势能，电势能等等。下面讨论机械运动中最常见的两种势能，重力势能和弹性势能。

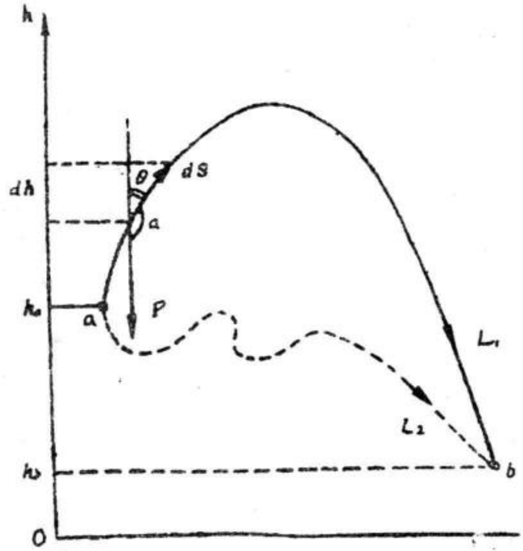


图 1−4　重力的功

地面物体必受重力。物体位置改变时，重力要做功。设质量为 m 的物体由 a 沿某一路经 L_1 运动到 b，在位移 ds 段上重力的元功

$$dA = (P\cos\alpha)ds = mg(-\cos\theta)ds$$
$$= -mgdh$$

物体由a运动到b的过程中，重力所做的总功为

$$A = \int_a^b dA = \int_{h_a}^{h_b} (-mg)dh$$
$$= mgh_a - mgh_b \tag{1-15}$$

若物体 m 由 a 沿另一任意路径 L_2 运动到 b，这一过程中重力所做的功仍如式(1−15)。这就是说，重力的功和路径无关，仅和始末位置有关。因此若以 O 为势能零点，可将 mgh 称为物体在高度 h 处的重力势能

$$E_p = mgh \tag{1-16}$$

这样有　$$A = E_{pa} - E_{pb} = -(E_{pb} - E_{pa}) \tag{1-15a}$$

重力的功等于物体重力势能增量的负值，由式(1-15)计算重力的功比由积分计算方便得多.

应该指出重力的功和路径无关，因此才能引进重力势能，否则便不能对每一位置给以一定能量，并由此计算功了.

一种力，如果它的功与路径无关，而仅和始末位置有关，这种力称为保守力．显然，物体沿闭合路径一周时，保守力的功为零．重力及下面要讨论的弹力，此外还有万有引力和静电力等等都是保守力．对保守力都可引入相应的势能用以计算功．保守力的功等于势能增量的负值.

并非所有的力都是保守力，摩擦力就是非保守力

没有地球就没有重力，也就没有重力势能．因此重力势能是属于物体和地球所组成的系统的，为简单计，也可说成是物体的重力势能.

高度 h 没有绝对意义，相应地重力势能的大小也是相对的，随势能零点的选择不同而异．但不论势能零点如何选择，某两点间的势能差总是一定的．实际问题中所需要的就是势能差，因此势能零点可以任意选择．为方便起见常选地面为势能零点.

弹性势能 弹簧一端固定，另一端连结一物体．该物体只能在光滑水平面上运动，即物体既不受摩擦力作用，物体所受重力对运动也没有影响．弹簧没有形变时，物体位于 O，此时物体所受合力为零．若弹簧伸长为 x，根据胡克定律，在弹性限度内，弹簧的弹力为

$$f = -kx$$

这里 f 实际上是弹性力 $\mathbf{f}$ 在 X 轴上的分量 f_x，而不是 $\mathbf{f}$ 的大小．式中负号表示 $\mathbf{f}$ 永远指向平衡位置 O；k 称为弹簧的劲度.

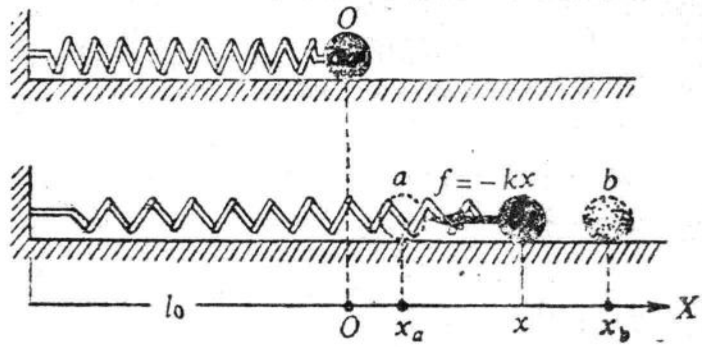


图 1-5 弹力的功

在物体由 a 沿 X 轴运动到 b 的过程中，弹力的功为

$$A = \int_{x_a}^{x_b} f_x dx = -\int_{x_a}^{x_b} kx dx$$

$$= \frac{1}{2}kx_a^2 - \frac{1}{2}kx_b^2 \qquad (1-17)$$

如果物体由 a 先向左运动，然后再折向右运动，最后到达 b 点．整个过程的弹力的功仍如式(1-17)．这就是说，弹力的功也和路径无关，弹力是保守力，可引入弹性势能用以计算弹力的功．若以 O 为势能零点，可将 $\frac{1}{2}kx^2$ 称为物体在 x 处的弹性势能