

小學算術教學法

小學算術教學法

第一章 小學校算術教法的經過大略

大約在二十六七年以前，當戊戌政變，百日維新的時候，一時興辦了許多的學堂，學堂纔教算學，這或者是我們學校裏正式教算學的起頭罷，當時的算學，沒有什麼課程，也沒有什麼專供小學校用的教科書，——在當時，學校也沒有什麼中學和小學的分別，無非是『中西』『時務』學堂而已，我還記得，當時有一種『蒙學報』，裏頭也有算學的資料；注重點不過是些加減乘除的算法，他們的形式還是三四上二一；七〇下五八等，在此刻的算學教員看來，也許當是什麼博物館裏的古董呢，這一類的算學，在當時學堂裏恐怕沒有多大的勢力，山東狄考文的『筆算數學』卻是中國學校裏算學教科書的開山鼻祖，那書的原本我們雖沒有仔細調查過，看他組織，似乎是一部美國當時通行的教科書。——和他組織相彷彿的教科書，至今還可以在美國圖書館裏找得着，他們討論算學教法時，還引證著做算學教法沿革史的資料。

筆算數學在中國學校裏的地位維持到好多年，那書裏的數目字雖改用1,2,3等形式，然而演算和文字的形式，因為遷就中國文字直行的緣故，所以仍舊是豎印的，後來商務印書順著廣開學堂的潮流出版了幾種小學堂專用的教科書，但是豎印豎寫的習慣依舊還保存著。

初出現的小學堂專用教科書，除初年級的以外，實際還不能跳出筆算數學的窠臼，到了光緒末年和宣統初年時代，上海有『中國圖書公司』的組織，他們出了一部小學用的算學教科書，竟完全拿日本當時文部省國定算術書做根據，這可以說中國小學算學教法上的一個大改變，不過這書因營業的關係，和中國圖書公司的運命同歸於盡，那時商務印書也有一部高等小學用的教科書，亦是根據日本文部省國定本編的，但是普通高等小學裏還是不很通行呢。

革命以後，小學校的課程和教則，關於算學方面的，差不多完全抄日本的，所以從元年以來的算學教科書大多數是根據日本文部省國定本的，可以說，我們現在小學校裏的算學教法，大部份還受著日本國定本的支配呢。商務印書館的『新體算術』曾經試過一度的改革。然而那書因為定價的關係，不能通行；並且那書是用文言編的，學生又不容易看得懂。近來又有所謂『社會化的算術教科書』出版，這是第二度改革的企圖，不知將來能從日本國定本裏脫出來否？

第二章 學習的組織

第一節 老式的組織

老式的組織，可以拿筆算數學做代表。這種組織，看來十分好看，但是學起來卻十分困難。這種老式的組織，以為學生心理的進行，差不多照下列的次序：

整數命法，讀法，寫法，

整數加法。

整數減法。

整數乘法。

整數除法。

諸等數命法，讀法，寫法。

諸等數化法聚法。

諸等數加法。

諸等數減法。

諸等數乘法。

諸等數除法。

分數命法，讀法，寫法。

分數化法。

通分。

分數加法。

分數減法。

分數乘法。

分數除法。

小數命法，讀法，寫法。

小數分數化法。

小數加法。

小數減法。

小數乘法。

小數除法。

百分數命法，讀法等。

百分的三公式。

百分的應用。

求積。

開方。

.....

這種組織在初學的人尤其困難。沒有加的以前，先要學會讀寫幾萬幾千的大數目。把 $7-5$ 等容易減法放在 $245+769+46+1384\cdots\cdots$ 等以後。 $2\times 3, 4\times 7$ 等很容易的卻排在 $1,4896-9997$ 等長而難的減法以後。這差不多是難易倒置。

後來小學專用的教科書出版以後，大家也知道這老式組織的不合心理，於是卻一變而為下列的組織：

(2)	$1+1$	$2-1$	1×2	$2 \div 1$	$2 \div 2$
(3)	$1+2$	$2+1$	$3-1$	$3-2$	1×3
	$3 \div 1$	$3 \div 3$			
(4)	$1+3$	$3+1$	$2+2$	$4-1$	$4-2$
	$4-3$	2×2	1×4	4×1	$4 \div 4$
	$4 \div 2$	$4 \div 1$			

照此，每一個數目，都要做全加法，減法，乘法，除法。這是一種矯狂過正的辦法；又趨向一個極端了。前式的組織確然是難易倒置。這一式的組織，粗看，似乎可以容易的一定排在難的前頭，合乎學生學習心理的了。但是學生處理數目的經驗還沒有多，起頭就要加，減，乘，除，豈不是叫他眼花頭暈嗎？這又不過是表面的好看；實在學習時的困難，仍舊和第一式等。實在比第一式更不好。第一式雖有難易倒置的地方，但是從前學過的卻可以做現在或將來學習的預備；學習還能一步一步的建設。這一式只有五花八門的混雜現象罷了。

此刻通行的組織。是一種折衷的辦法；大概先學 5 以下的加法，減法，再學 9 以下的加法，減法；再學 10 到 20 的加法，減法，乘法，除法，再學 20 以下的加法，減法，再學 20 以下的乘法，除法；再學 100 以上的

命法，讀法寫法，……這種組織確乎比以前進步了。我們再從理論方面，討論組織的大略。實際教材的排列，可以照理論的根據，考慮，研究。

第二節 爲什麼要組織

我們要決定組織的好不好，第一先要問：『算學教材爲什麼要組織？』從前的組織往往是只顧紙面上寫得好看，或把所有的教材開成容易找尋的目錄單，或是編書者容易把教材全部編輯的細帳，或者竟是已經學過算學者的備忘用的綱要表。這種種組織都是爲了組織而組織的。我們實在需要的組織，是爲了要幫助學生學算學，記憶算法，生活裏實用的組織。譬如： $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ 等極容易的分數何以一定要在第五年纔教？16兩是1斤，何以不和乘法聯絡了，把化法做乘法的練習？舊來如上述各式的組織，可以說是『書生組織』，若是學過算學的人或六年將畢業的學生用來把小學時代所學的算學整理成一個論理的系統，或者學些不切實用的算學來補一個全系統；這樣少許費些工夫，學者也未始沒有什麼益處。不過這是結束時復習整理時用纔好。若在六個學年日常教學時，凡是組織，務必把『幫助學生』，『使學生能在生活裏實用』做目的呢。

第三節 組織是幫助學習的

但講好看的論理組織，在學者的學習方面論，十分不經濟。我們統看全組織，可以明白這裏頭的論理關係，有什麼什麼的好處。但是學生經過六學年長時間的學習，怎能知道前後的關係。學的時候沒有知道

後來的是什麼材料，誰能努力向後來的材料進行？學者到六學年學完算學全部的時候，誰又能記得 $1+3$ 先學，還是 $400 \div 40$ 先學； $10+10$ 先學，還是 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ 先學？我們苦心經營的排列，在學生看來有什麼價值？若拿幫助學習做了組織的主眼，我們可以：

一。諸等數化法，聚法等，不必專列一段；可以把他分散了，一部份和乘除九九同時練習，一部份和二位乘法及長除法同時練習，還有一部在複名數算法裏練習。十進的諸等數，儘可和普通四則同時並進。

二。有一部份的材料，實在生活裏沒有大用的，儘可割愛。譬如利息裏只要注重求利，不必學什麼求利率，求時期等。從前所以一定要把求利率，求時期等加入，不過是求組織系統的完全好看罷了。

三。平常我們當做一個單元的材料，若是從學習方面看來太複雜的，應當分成許多學習單元。譬如乘數三位的乘法，可以分做下列各單元：

甲。乘數裏沒有0，像 465, 289, 372等。

乙。乘數末後有0，像 460, 280, 370等。

丙。乘數末後有兩個0，像 400, 800, 700等。

丁。乘數中間有0，像 405, 809, 704等。

長除法也該如此。不但商裏 0 的關係當如此分析成許多單元逐步進行，就是試商方面的關係也該如此。

四。有時某單元材料連續教學、並不發生什麼困難，也可以在中途

插些某種的練習，使學生學到的有多方應用的機會。譬如5以下加九九學完後，可以插些

	3	2	3	2	3	2	2
	1	3	2	1	2	1	2
	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>4</u>	<u>3</u>	<u>3</u>	<u>2</u>	<u>4</u>
及	23	22	12	21	12		
	12	31	52	33	12		
	<u>14</u>	<u>33</u>	<u>11</u>	<u>15</u>	<u>65</u>		

等連加法。學乘法九九一半後，可以插入。

	23	42	51	53	34	25	
	<u>2</u>	<u>9</u>	<u>8</u>	<u>5</u>	<u>4</u>	<u>7</u>	
及	254	315	223	513	452	113	345
	<u>6</u>	<u>9</u>	<u>7</u>	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>7</u>	<u>3</u>

等乘法。

五。 有時因為某單元材料過長，恐怕學生厭倦，也儘可以插些程度相當的材料。譬如 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ 等極容易的分數意義，二年以上隨便什麼時候可以學。所以不必拘定在那一單元前，那一單元後，只要看某種加法或減法練習要發生厭倦時，就可以加入的。不過這種專拿變化做目的的插入，不如別種關係的插入好。

六。 某兩種材料可以相互聯絡了，使學生格外容易學習的，就宜聯絡了教。譬如減九九和加九九聯絡，除九九和乘九九聯絡。這樣，學生學減九九和除九九時可以利用加九九和乘九九而格外明白；學過減九九和除九九後，對於加九九和乘九九也格外透徹。

七。應當連結的能力宜連結了練習。譬如從前分數在五年學的，除法在三四年學的；兩者隔離得很遠。實在求某數的幾份之幾和除法是應當連結的。所以求 2, 4, 6, 8 等的 $\frac{1}{2}$ 可以和除九九同時學。

八。復習不但是舊材料的反復，宜有相當的組織。

甲。有一部份日常教學時自然反復練習有很多的機會的；就可以不必再特別復習。譬如加九九和平常的連加法，學過以後，無論乘法，分數，小數，百分法裏都是常常要應用的。所以不必復習。

乙。要復習的也宜逐漸進步的；不宜在同一水平面上反復。學生是日日進步的，學過以後到復習的時候，他的經驗已經加多了不少。所以他應該對於算法的理論格外明白些。一方面，復習又宜多方變化；又宜把各個的習慣融會貫通起來。

上述理論可以看下面的例：

第一例

這是復習乘法九九的一例，並且做乘數二位的乘法的預備。三年下期適用。

3 9 5 7 2 6 8 1 4

1. 上面各數用 6 乘，再加 2。
2. 用 7 乘，再加 3。
3. 用 8 乘，再加 4。
4. 用 9 乘，再加 5。

5. 用5乘,再加6.

6. 用4乘,再加7.

7. 用3乘,再加2.

第二例

這是復習7,8,9的加法,平均數,和某種分數的減法,四年末適用.

1. 李生上學期平均分數是 $87\frac{1}{3}$ 王生平均分數是 $84\frac{1}{2}$ 李生比王生大多少?

$$87\frac{1}{3} - 84\frac{1}{2} \text{ 和 } \frac{1}{2} \text{ 和 } \frac{1}{3} \text{ 怎樣辦?}$$

$$84\frac{1}{2} - \frac{12}{6} \text{ 怎樣辦?}$$

2. 求下表各學生的平均分數,答數要寫得清楚.下面3到8題裏還要用這些答數.

	王	李	張	史	孫	陸	朱	金
讀書	91	87	83	81	79	77	76	73
綴文	88	78	82	79	73	78	73	75
算學	89	85	79	75	84	87	89	80
寫字	90	79	75	80	82	91	68	81
地理	91	87	83	75	78	85	73	79
歷史	90	88	75	72	93	92	95	78

3. 誰的平均分數最大?

第二章 學習的組織

4. 誰第二? 第一比第二大多少?
5. 第一和末一人差多少?
6. 張比孫大還是小多少?
7. 王和李相差多少?
8. 陸和朱相差多少?
9. 自己做五個題目,關於這些平均數的,自己做了問題,自己算。

第 三 例

這是復習符號的用法;某種加,減,乘,除九九的較難者;法 10 的乘法;求某數的幾份之幾;(某數是分母的倍數);分數的加法,減法,又 $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$, $100 \div 25 = 4$, 50 的 $\frac{1}{2} = 25$ 的事實的熟習。五年起頭適用。這是用來調查,補救四年以前所學算學的弱點。復習也是測驗。

(不用筆算)

1 看 2 分鐘裏能做正多少:

甲.	乙.	丙.	丁.	戊.
$19 + 8 =$	$20 \times 9 =$	$27 \text{ 的 } \frac{1}{3} =$	$7 \times 11 =$	$6 \times 8 =$
$16 - 9 =$	$10 \times 17 =$	$12 - 9 =$	$75 - 25 =$	$36 \div 9 =$
$8 \times 7 =$	$63 \div 7 =$	$28 \text{ 的 } \frac{1}{4} =$	$10 \times 30 =$	$240 \div 6 =$
$54 \div 6 =$	$3 - 1\frac{1}{2} =$	$16 \text{ 的 } \frac{3}{4} =$	$66 \div 11 =$	$23 + 9 =$
$7 \times 6 =$	$2\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} =$	$36 \text{ 的 } \frac{3}{4} =$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$	$16 \text{ 的 } \frac{3}{8} =$

$$72 \div 8 = \quad 81 \div 9 = \quad 30 \times 12 = \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \quad 50 \text{ 的 } \frac{1}{2} =$$

$$32 + 9 = \quad 35 + 8 = \quad 56 \div 8 = \quad 100 \div 25 = \quad 15 \frac{1}{2} - 5 \frac{1}{2} =$$

$$13 - 8 = \quad 80 \div 20 = \quad 7 \times 50 = \quad \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \quad 36 \text{ 的 } \frac{2}{3} =$$

練習，等到分2鐘裏能完全做正爲止。

第 四 例

這是復習幾種關於分，數小數性質的基本知識；位子的0用法；分數除法。這種題目若一個一個的提出，學生容易迷惑。這種題目要學生用心分析。照下列樣式提出，很可以使學生明白解答時所須的原理。復習的形式和當初學習時，完全不同；不但是復習，並且進了幾步。

(不用筆算)

1. 下面各對裏，那幾對是相等的，或相同的？

甲.	$\frac{3}{4}$	,75	丑.	\$.001	1分的 $\frac{1}{10}$
----	---------------	-----	----	---------	--------------------

乙.	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$	寅.	$1\frac{5}{8}$	$\frac{18}{5}$
----	---------------	---------------	----	----------------	----------------

丙.	\$10.5	\$10.50	卯.	$3\frac{1}{4}$	$\frac{4}{3}$
----	--------	---------	----	----------------	---------------

丁.	\$10.5	$10\frac{1}{2}$	辰.	86	860
----	--------	-----------------	----	----	-----

戊.	\$10.50	\$105	巳.	8.6	8.60
----	---------	-------	----	-----	------

己.	1斤	32兩	午.	.45	.450
----	----	-----	----	-----	------

庚.	$1\frac{1}{2}$ 斤	24兩	未.	.45	.045
辛.	0146.3石	146.3石	申.	$.33\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
壬.	018.7石	180.7石	酉.	$\frac{1}{4}$	.25
癸.	$66\frac{2}{3}$ 4	$\$ \frac{2}{3}$	戌.	$\frac{1}{6}$	$16\frac{1}{3}$
子.	$66\frac{2}{3}$ 里	$\frac{2}{3}$ 里	亥.	14	$\frac{4}{5}$

2. 再把各對數目細看，倘有一對不是相等或不是相同的，請證明。
要用筆算的，就用。

3. 看下列的各個等式，要是正的，說：『正』要是不正的，說：『錯』；
再把他改正了。

甲. $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

己. $.08 + .09 = .017$

乙. $\$ \frac{3}{8} = 375$ 分

庚. $12 \times \frac{1}{2} = 12 \div 2$

丙. $9 \div \frac{3}{2} = 7 \times \frac{2}{3}$

辛. $7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \times \frac{2}{3}$

丁. 24的 $\frac{1}{8} = 24 \div \frac{1}{8}$

壬. $6 \div \frac{3}{4} = 6 \times \frac{4}{3}$

戊. $100 \times 46 = 46$

癸. $3\frac{1}{2}$ 的倒數是 $\frac{2}{7}$

第四節 組織要合學生生活的需要

上面講的是組織要幫助學生學習，此刻再論組織的另一方面，要合學生生活的需要。人生需要算學是拿環境做根據的，不是拿算法做根據的。譬如，我們逢到節日請客，出遊，做壽，遷居，經商，等實在的境遇，只就境遇的需要應用算法，決不是限定某境遇只用某種算法的。在小學生學習算法的時候，當然不能和成人一樣，完全不顧學習方面的難易而完全照生活的需要組織。但是可以用生活需要做動機，或用生活需要做某算法的練習，或用生活需要做應用復習。倘使用心組織，全教材至少有四分之一或三分之一組織可以合於學生生活的需要。並且也不覺學習時難易的進程。譬如三學年時間後，可以做下列的生活問題。這裏頭包含整數四則和分數的初步。

第一 例

下列各題裏鐘面短針，各要走多少時間？

1. 從上午6時到11時。
2. 從上午6時到下午3時。
3. 從上午8時到正午。
4. 從正午到半夜。
5. 從上午8時到下午5時。
6. 從半夜到正午；再到次日的半夜。從半夜到正午，再到次日的半夜，就是1天。1天有幾時？

7. 從半夜到下午 2 時有多少時間?

8. 從正午到次日上午 6 時有多少時間?

9. 鐵路郵局電報局裏, 下午 1 時叫 13 時, 下午 2 時叫 14 時;
到 23 時止. 下午 5 時, 他們叫什麼? 下午 9 時, 他們叫什麼?

10. 上午的時間有 1A.M., 2A.M., 3A.M. 等的叫法. 下午的時間有
1P.M. 2P.M. 3P.M. 等的叫法. 從 5A.M. 到 7P.M. 有多少時間? 從
9A.M. 到 4P.M. 有多少時間? 從 3A.M. 到 7P.M. 有多少時間?

[此間插復習 12 的 $\frac{1}{2}$, 12 的 $\frac{1}{4}$, 12 的 $\frac{1}{6}$, 12 的 $\frac{1}{3}$ 等]

1. 長針從 2 到 3 走多少時間? 從 2 到 4 有多少時間?

2. 長針從 2 到 9; 從 12 走一週再到 12, 從 12 到 1, 從 12 到 2, 從 12
到 8 各走多少時間?

3. 30 分是一點鐘的幾份之幾? 一點鐘的 $\frac{1}{6}$ 有多少分? 15 分是一點
鐘的幾份之幾? 一點半鐘有幾分?

4. 一點鐘的 $\frac{3}{4}$ 是幾分.

5. 在 5 點鐘 10 分時, 母親叫我過一刻鐘去. 我該在什麼時候去?

6. 還有一天, 在 4 時 5 分時, 母親叫我陪他三刻鐘. 我該到什麼
時候走?

7. 還有一天在 4 時三刻時, 母親出去, 叫我等他 25 分鐘. 他該什
麼時候來?

8. 母親說:『此刻 4 時 1 刻. 你可以玩到 5 時』可以玩多少時候?

9. 從 9=40 A.M. 到 10A.M., 從 9=40A.M. 到 10=20A.M. 從 2=50P.M., 到 3=25P.M., 有多少時間?

10. 從 3=48P.M. 到 4=09P.M., 從 9=52 到 10=07 各有多少時間?

11. $\frac{3}{4}$ 時又 $\frac{1}{4}$ 時共多少?

12. $\frac{1}{4}$ 時又 $\frac{1}{4}$ 時共多少?

不但一課教材，可以如此組織，就是許多課聯合起來，也好如此組織，譬如某算學教科書第四年用的，有下列關於生活需要的教材，數目字是該書的課數。

第 二 例

- | | |
|-------------|--------------|
| 1. 假期裏的作業。 | 53. 簿記。 |
| 9. 學校用品。 | 54. 買水果。 |
| 14. 多少路? | 58. 果樹園 |
| 15. 貯蓄 | 60. 王生賺錢的方法。 |
| 16. 電報, 轉運。 | 61. 李生賺錢的方法。 |
| 19. 會計。 | 67. 魚市。 |
| 20. 房子的圖樣。 | 72. 雙十節。 |
| 21. 比例尺。 | 74. 收入和貯蓄。 |
| 24. 時間表。 | 79. 肉店。 |
| 45. 秤。 | 87. 薤批。 |