

材料力学

MECHANICS OF MATERIALS

(第二版)

主编 鞠彦忠

普通高等院校土木专业“十二五”规划精品教材

Civil Professional Textbooks for the 12th Five-Year Plan

主审 杨刚



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

普通高等院校土木专业“十二五”规划精品教材

材 料 力 学

(第二版)

Mechanics of Materials

丛书审定委员会

王思敬 彭少民 石永久 白国良
李 杰 姜忻良 吴瑞麟 张智慧

本书主审 杨 刚

本书主编 鞠彦忠

本书副主编 彭雅轩 田玉梅 吕书清

本书编写委员会

鞠彦忠 吕书清 田玉梅 彭雅轩
马 力 杨耀清 贾永峰

华中科技大学出版社

内 容 提 要

本书是为普通高等院校土建、水利类各专业编写的教材,也可供其他专业及相关工程技术人员参考。

本书内容包括绪论、轴向拉伸和压缩(包括剪切)、扭转、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态和强度理论、组合变形、压杆稳定、能量法和动荷载,最后附录介绍了平面图形的几何性质、型钢规格表和简单荷载作用下梁的挠度和转角,适合 70~90 学时的材料力学课程选用。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/鞠彦忠 主编. -2 版. —武汉: 华中科技大学出版社, 2013. 6
ISBN 978-7-5609-9180-1

I. ①材… II. ①鞠… III. ①材料力学-高等学校-教材 IV. TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 145088 号

材料力学(第二版)

鞠彦忠 主编

责任编辑: 张雪姣

封面设计: 张 璐

责任校对: 张会军

责任监印: 张贵君

出版发行: 华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编: 430074 电话: (027)81321915

录 排: 华中科技大学惠友文印中心

印 刷: 华中理工大学印刷厂

开 本: 850mm×1065mm 1/16

印 张: 20

字 数: 438 千字

版 次: 2014 年 2 月第 2 版第 1 次印刷

定 价: 39.80 元



本书若有印装质量问题, 请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线: 400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

普通高等院校土木专业“十二五”规划精品教材

总 序

教育可理解为教书与育人。所谓教书,不外乎是教给学生科学知识、技术方法和运作技能等,教学生以安身之本。所谓育人,则要教给学生做人道理,提升学生的人文素质和科学精神,教学生以立命之本。我们教育工作者应该从中华民族振兴的历史使命出发,来从事教书与育人工作。作为教育本源之一的教材,必然要承载教书和育人的双重责任,体现两者的高度结合。

中国经济建设高速持续发展,国家对各类建筑人才需求日增,对高校土建类高素质人才培养提出了新的要求,从而对土建类教材建设也提出了新的要求。这套教材正是为了适应当今时代对高层次建设人才培养的需求而编写的。

一部好的教材应该把人文素质和科学精神的培养放在重要位置。教材中不仅要从内容上体现人文素质教育和科学精神教育,而且还要从科学严谨性、法规权威性、工程技术创新性来启发和促进学生科学世界观的形成。简而言之,这套教材有以下特点。

一方面,从指导思想来讲,这套教材注意到“六个面向”,即面向社会需求、面向建筑实践、面向人才市场、面向教学改革、面向学生现状、面向新兴技术。

二方面,教材编写体系有所创新。结合具有土建类学科特色的教学理论、教学方法和教学模式,这套教材进行了许多新的教学方式的探索,如引入案例式教学、研讨式教学等。

三方面,这套教材适应现在教学改革发展的要求,提倡所谓“宽口径、少学时”的人才培养模式。在教学体系、教材编写内容和数量等方面也做了相应改变,而且教学起点也可随着学生水平做相应调整。同时,在这套教材编写中,特别重视人才的能力培养和基本技能培养,适应土建专业特别强调实践性的要求。

我们希望这套教材能有助于培养适应社会发展需要的、素质全面的新型工程建设人才。我们也相信这套教材能达到这个目标,从形式到内容都成为精品,为教师和学生,以及专业人士所喜爱。

中国工程院院士 王 思 敬

2006年6月于北京

第二版前言

本书在 2008 年 8 月出版以来,得到了广大读者的充分肯定并提出了许多宝贵意见和建议。编者在第一版的基础上修订了部分内容,如稳定问题中压杆的分类、螺栓群受扭计算等,同时为了读者更好地学习和掌握本书内容,部分章节增加了例题和习题。

第二版的修订工作由鞠彦忠制订方案和大纲,具体分工如下:鞠彦忠负责绪论、第 8 章和附录;田玉梅负责第 6 章、第 9 章;彭雅轩负责第 1 章、第 2 章、第 7 章;马力负责第 3 章、第 4 章、第 5 章;贾永峰负责第 10 章。全书由鞠彦忠定稿。

本书的不足之处,欢迎广大读者批评指正。

编 者

2013 年 9 月

目 录

绪论	(1)
0.1 材料力学任务及研究对象	(1)
0.2 变形固体及其基本假定	(2)
0.3 杆件变形的基本形式	(4)
第 1 章 轴向拉伸和压缩	(5)
1.1 轴向拉伸和压缩的概念	(5)
1.2 内力、截面法、轴力及轴力图	(6)
1.3 应力、拉(压)杆内的应力	(9)
1.4 拉(压)杆的变形和胡克定律及泊松比	(14)
1.5 拉(压)杆内的应变能	(19)
1.6 材料在拉伸和压缩时的力学性能	(23)
1.7 强度条件、安全因数、许用应力	(32)
1.8 应力集中的概念	(37)
1.9 拉(压)超静定问题	(39)
1.10 杆件连接部分抗剪和挤压强度计算	(48)
【思考题】	(55)
【习题】	(57)
第 2 章 扭转	(64)
2.1 概述	(64)
2.2 薄壁圆筒的扭转和剪切胡克定律	(64)
2.3 传动轴的外力偶矩及扭矩图	(66)
2.4 等直圆杆扭转时的应力和强度条件	(68)
2.5 等直圆杆扭转时的变形和刚度条件	(72)
2.6 等直圆杆扭转时的应变能	(75)
2.7 等直非圆杆自由扭转时的应力和变形	(78)
2.8 开口和闭口薄壁截面杆自由扭转时的应力和变形	(80)
【思考题】	(86)
【习题】	(86)
第 3 章 弯曲内力	(90)
3.1 弯曲的概念和实例	(90)
3.2 受弯杆件的简化	(90)

3.3 剪力和弯矩	(91)
3.4 剪力方程和弯矩方程、剪力图和弯矩图	(92)
3.5 荷载集度、剪力和弯矩间的关系	(96)
【思考题】	(103)
【习题】	(104)
第4章 弯曲应力	(107)
4.1 纯弯曲	(107)
4.2 纯弯曲时的正应力	(107)
4.3 横力弯曲时的正应力和梁的正应力强度条件	(109)
4.4 梁弯曲时的切应力和梁的切应力强度条件	(113)
4.5 开口薄壁杆件的切应力和弯曲中心	(116)
4.6 两种材料的组合梁	(118)
4.7 提高弯曲强度的措施	(121)
【思考题】	(126)
【习题】	(127)
第5章 弯曲变形	(131)
5.1 工程中的弯曲变形问题	(131)
5.2 梁挠曲线的微分方程	(131)
5.3 用积分法求梁的弯曲变形	(133)
5.4 用叠加法求梁的弯曲变形	(137)
5.5 梁的弯曲应变能	(138)
5.6 简单超静定梁	(140)
5.7 梁的刚度校核和提高弯曲刚度的措施	(143)
【思考题】	(145)
【习题】	(146)
第6章 应力状态和强度理论	(148)
6.1 应力状态概述	(148)
6.2 平面应力状态应力分析——解析法	(151)
6.3 平面应力状态应力分析——图解法	(155)
6.4 三向应力状态	(158)
6.5 广义胡克定律	(160)
6.6 复杂应力状态下的应变能与畸变能密度	(164)
6.7 强度理论概述	(165)
6.8 强度理论及其相当应力	(166)
6.9 莫尔强度理论及其相当应力	(169)
6.10 强度理论的综合应用	(170)

【思考题】	(173)
【习题】	(173)
第 7 章 组合变形	(178)
7.1 组合变形和叠加原理	(178)
7.2 拉伸(压缩)与弯曲组合变形	(179)
7.3 偏心拉伸(压缩)与截面核心	(181)
7.4 斜弯曲	(187)
7.5 扭转与弯曲的组合	(192)
【思考题】	(195)
【习题】	(196)
第 8 章 压杆稳定	(203)
8.1 稳定的概念	(203)
8.2 两端铰支细长压杆的临界压力	(204)
8.3 其他支座条件下细长压杆的临界压力	(206)
8.4 欧拉公式的适用范围	(209)
8.5 压杆的稳定校核	(211)
8.6 提高压杆稳定性的措施	(219)
【思考题】	(220)
【习题】	(220)
第 9 章 能量法	(225)
9.1 概述	(225)
9.2 应变能和余能	(225)
9.3 卡氏定理	(231)
9.4 单位荷载法	(236)
【思考题】	(239)
【习题】	(239)
第 10 章 动荷载	(244)
10.1 概述	(244)
10.2 动静法的应用	(244)
10.3 杆件受冲击时的应力和变形	(251)
【思考题】	(258)
【习题】	(259)
附录 A 平面图形的几何性质	(263)
A.1 静矩和形心	(263)
A.2 极惯性矩、惯性矩和惯性积	(265)
A.3 平行移轴公式、组合截面的惯性矩和惯性积	(267)

A. 4 惯性矩和惯性积的转轴公式及主轴和主矩	(270)
【思考题】	(274)
【习题】	(276)
附录 B 型钢规格表	(280)
附录 C 简单荷载作用下梁的挠度和转角	(299)
习题答案	(302)

绪 论

0.1 材料力学任务及研究对象

结构物和机械通常都会受到各种外力的作用,例如,厂房外墙受到的风压力、吊车梁承受的吊车和起吊物的重力、轧钢机受到钢坯变形时的阻力等,这些力均称为荷载。组成结构物和机械的单个组成部分,统称为构件。

当结构物或机械承受荷载或传递运动时,每一构件都必须能够正常地工作,这样才能保证整个结构物或机械的正常工作。这就要求构件在受荷载作用时不发生破坏。如机床主轴因荷载过大而断裂时,整个机床就无法使用。但只是不发生破坏,也不一定就能保证构件或整个结构的正常工作。例如,机床主轴若发生过大的变形,则将影响机床的加工精度。此外,有一些构件在荷载作用下,其原有的平衡状态可能是不稳定的。例如,房屋中受压柱,如果是细长的,则在压力超过一定限度后,就有可能显著地变弯,甚至可能使房屋倒塌。针对上述三种情况,对构件正常工作的要求可以归纳为如下三点。

- ① 在荷载作用下构件应不至于破坏(断裂),即应具有足够的强度;
- ② 在荷载作用下构件所产生的变形应不超过工程上允许的范围,即要具有足够的刚度;
- ③ 承受荷载作用时,构件在其原有状态下的平衡应保持为稳定的平衡,即要满足稳定性的要求。

设计构件时,不但要满足上述强度、刚度和稳定性要求,还必须尽可能地合理选用材料和降低材料的消耗量,以节约资金或减轻构件的自身重量。前者往往要求多用材料,而后者则要求少用材料,两者之间存在着矛盾。材料力学的任务就在于合理地解决这种矛盾。在不断解决新矛盾的同时,促进材料力学的发展。

构件的强度、刚度和稳定性问题均与所用材料的力学性能(主要是指在外力作用下材料变形与所受外力之间的关系,以及材料抵抗变形与破坏的能力)有关,这些力学性能均需通过材料试验来测定。此外,也有些单靠现有理论解决不了的问题,需借助实验来解决。因此,实验研究和理论分析同样重要,都是完成材料力学任务所必需的。

材料力学所研究的主要构件在几何上多抽象为杆,而且多为直杆。杆是纵向(长度方向)尺寸远比横向(垂直于长度方向)尺寸要大的构件。梁、柱和传动轴等都可抽象为直杆。

直杆有两个主要的几何因素,即横截面和轴线。横截面指的是沿垂直于杆长度方向的截面,轴线则为所有横截面形心的连线。横截面和轴线是互相垂直的。

材料力学主要研究等截面的直杆。对于等截面的曲杆,它的几何因素仍是横截面和轴线。横截面指的是曲杆沿垂直于其弧长方向的截面,轴线则为所有横截面形心的连线。曲杆的轴线与横截面也是相互垂直的。

横截面沿轴线变化的杆,称为变截面杆。

等截面直杆的计算原理一般也可近似地用于曲率很小的曲杆和横截面变化不大的变截面杆。

0.2 变形固体及其基本假定

制造构件所用的材料,其物质结构和性质是多种多样的,但都具有一个共同的特点,即都是固体,而且在荷载作用下都会产生变形——包括物体尺寸的改变和形状的改变。因此,这些材料统称为可变形固体。

工程中实际材料的物质结构是各不相同的,例如,金属具有晶体结构,所谓晶体是由排列成一定规则的原子构成;塑料由长链分子组成;玻璃、陶瓷是由按某种规律排列的硅原子和氧原子组成。因而,各种材料的物质结构都具有不同程度的空隙,并可能存在气孔、杂质等缺陷。然而,这种空隙的大小与构件的尺寸相比,都是极其微小的(例如,金属晶体结构的尺寸约为 1×10^{-8} cm 数量级),因而可以略去不计,而认为物体的结构是密实的。此外,对于实际材料的基本组成部分,如金属、陶瓷、岩石的晶体及混凝土的石子、砂、水泥等,彼此之间及基本组成部分与构件之间的力学性能都存在着不同程度的差异。但由于基本组成部分的尺寸与构件尺寸相比极为微小,且其排列方向又是随机的,因而,材料的力学性能反映的是无数个随机排列的基本组成部分的力学性能的统计平均值。例如,构成金属晶体的力学性能是有方向性的,但由成千上万个随机排列的晶体所组成的金属材料,其力学性能则是统计各向同性的。

综上所述,对于可变形固体制成的构件,在进行强度、刚度及稳定性计算时,通常略去一些次要因素,将它们抽象为理想化的材料,然后进行理论分析。对可变形固体所做的两个基本假设如下。

(1) 连续性假设

此假设认为物体在其整个体积内毫无空隙地充满了物质,其结构是密实的。根据这一假设,就可在受力构件内任意一点处截取一体积单元来进行研究。且在正常工作条件下,变形后的固体仍保持其连续性。因此,可变形固体的变形必须满足几何相容条件,即变形后的固体既不引起“空隙”,也不产生“挤入”现象。

(2) 均匀性假设

此假设认为从物体内部任意一点处取出的体积单元,其力学性能都能代表整个物

体的力学性能。显然,这种能够代表材料力学性能的体积单元的尺寸,是随材料的组织结构不同而有所不同的。例如,对于金属材料,通常取 $0.1\text{ mm} \times 0.1\text{ mm} \times 0.1\text{ mm}$ 为其代表性体积单元的最小尺寸。对于混凝土,则需取 $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ 为其代表性体积单元的最小尺寸。这是因为代表性体积单元的最小尺寸必须保证在其体积中包含足够多数量的基本组成部分,使其力学性能的统计平均值能保持一个恒定的量。

对于可变形固体,除上述两个基本假设外,常用的工程材料通常还有各向同性假设,即认为材料沿各个方向的力学性能是相同的。如前所述,金属沿任意方向的力学性能,是具有方向性晶体的统计平均值。至于钢板、型钢或铝合金板、钛合金板等金属材料,由于轧制过程造成晶体排列择优取向,沿轧制方向和垂直于轧制方向的力学性能会有一定的差别,且随材料和轧制加工程度不同而异。但在材料力学的计算中,通常不考虑这种差别,仍按各向同性进行计算。不过对于木材和纤维增强叠层复合材料等,其整体的力学性能具有明显的方向性,就不能再认为是各向同性的,而应按各向异性来进行计算。

如上所述,在材料力学的理论分析中,以均匀、连续、各向同性的可变形固体作为构件材料的力学模型,这种理想化了的力学模型抓住了各种工程材料的基本属性,从而使理论研究成为可行。而且,用这种力学模型进行计算所得结果的精度,大多数情况下在工程计算允许范围内。

材料力学中所研究的构件在承受荷载作用时,其变形与构件的原始尺寸相比通常甚小,可以略去不计。所以,在研究构件的平衡和运动以及内部受力和变形等问题时,均可按构件的原始尺寸和形状进行计算。这种变形微小及按原始尺寸和形状进行计算的概念,在材料力学分析中经常用到。与此相反,有些构件在受力后变形很大,必须按其变形后的形状来计算,例如,第 8 章所讨论的压杆稳定就属于这类问题。

工程上所用的材料,在荷载作用下均将发生变形。当荷载不超过一定的范围时,绝大多数的材料在卸除荷载后均可恢复原状。但当荷载过大时,则在荷载卸除后只能部分地复原,而残留下来的部分变形不会消失。在卸除荷载后能完全消失的那一部分变形,称为弹性变形,不能消失而残留下来的那一部分变形,则称为塑性变形。例如,取一段直的钢丝,用手将它弯成一个圆弧,若圆弧的曲率不大,则放松后钢丝又会变直,这种变形就是弹性变形;若弯成的曲率过大,则放松后弧形钢丝的曲率虽然会减小些,但不能再变直了,残留下来的那部分变形就是塑性变形。对于每一种材料,通常当荷载不超过一定的限度时,其变形完全是弹性的。多数构件在正常工作条件下,均要求其材料只发生弹性变形,因此在材料力学中所研究的大部分问题,多属于弹性变形范围内。

概括地说,材料力学是把实际构件看作均匀、连续、各向同性的可变形固体,且在大多数场合下局限在弹性变形范围内和小变形条件下进行研究。

0.3 杆件变形的基本形式

作用在杆上的外力是多种多样的,因此,杆的变形也是各种各样的。这些变形的的基本形式主要有以下四种。

(1) 轴向拉伸或轴向压缩

在一对作用线与直杆轴线重合的外力 F 作用下,直杆的主要变形是长度的改变。这种变形形式称为轴向拉伸[见图 0-1(a)]或轴向压缩[见图 0-1(b)]。简单桁架在荷载作用下,桁架中的杆件就只发生轴向拉伸或轴向压缩。

(2) 剪切

在一对相距很近、大小相同、指向相反的横向外力 F 作用下,直杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生相对错动[见图 0-1(c)]。这种变形形式称为剪切。一般在发生剪切变形的同时,杆件还存在其他的变形形式。

(3) 扭转

在一对转向相反、作用面垂直于直杆变轴线的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕轴线发生相对转动,杆件表面纵向线变成螺旋线,而轴线仍维持直线。这种变形形式称为扭转[见图 0-1(d)]。机械中传动轴的主要变形就包括扭转。

(4) 弯曲

在一对转向相反、作用面在杆件的纵向平面(即包含轴线在内的平面)内的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕垂直于杆轴线的轴发生相对转动,变形后的杆件轴线将弯成曲线。这种变形形式称为纯弯曲[见图 0-1(e)]。梁在横向力作用下的变形将是纯弯曲与剪切的组合,通常称为横力弯曲。传动轴的变形往往是扭转与横力弯曲的组合。

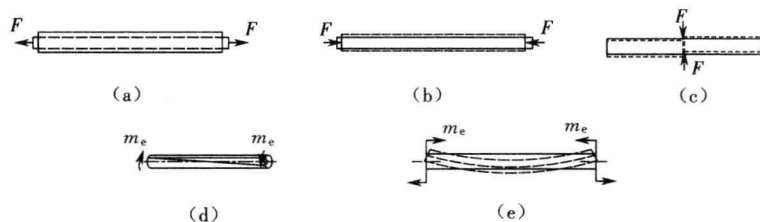


图 0-1

(a) 拉伸; (b) 压缩; (c) 剪切; (d) 扭转; (e) 纯弯曲

工程中常用构件在荷载作用下的变形,大多为上述几种基本变形形式的组合,纯属于一种基本变形形式的构件较为少见。但若以某一种基本变形形式为主,其他属于次要变形的,则可按该基本变形形式计算。若几种变形形式都是非次要变形的,则属于组合变形问题。

第 1 章 轴向拉伸和压缩

1.1 轴向拉伸和压缩的概念

在不同形式的外力作用下,杆件的内力、变形及应力、应变等也相应不同。

承受拉伸或压缩的构件是材料力学中最简单的也是最常见的一种受力构件。它们在工程实际中得到广泛的应用,例如,钢木组合桁架中的钢拉杆(见图 1-1)和全能试验机的立柱等,除连接部分外都是等直杆,作用于杆上的外力(或外力的合力)的作用线与杆轴线重合。在这种外力作用下,杆的主要变形则为轴向伸长或缩短。作用线沿杆轴线的荷载称为轴向荷载。以轴向伸长或缩短为主要特征的变形形式,称为**轴向拉伸**或**轴向压缩**。以轴向拉伸或压缩为主要变形的杆件称为**拉压杆**。

实际拉压杆的端部可以有各种连接方式。如果不考虑其端部的具体连接形式,则其计算简图如图 1-2 所示。

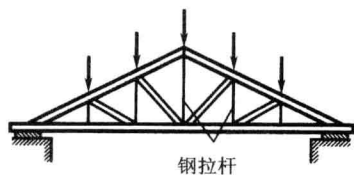


图 1-1

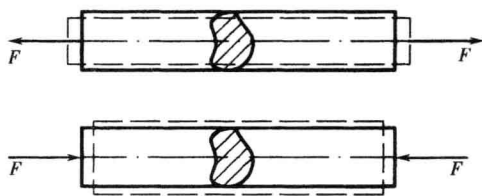


图 1-2

有一些直杆,例如,图 1-3 所示的杆,受到两个以上的轴向荷载作用,这种杆仍属于拉压杆。



图 1-3

本章主要研究拉压杆的内力、应力、变形及材料在拉伸和压缩时的力学性质,并在此基础上,分析拉压杆的强度和刚度问题,研究对象涉及拉压静定与静不定问题。此外,本章还将研究拉压杆连接部分的强度计算。

1.2 内力、截面法、轴力及轴力图

1.2.1 内力

在外力作用下,构件将发生变形,其内部各质点间的相对位置亦将有所变化。与此同时,各质点间相互作用的力也会发生变化。由于外力作用而引起的构件内部各部分之间的相互作用力的改变量就是材料力学中所研究的内力。由于已经假设物体是连续均匀的可变形固体,因此在物体内部相邻部分之间的相互作用的内力,实际上是一个连续分布的内力系,而将分布力系的合力(力或力偶),简称为内力。即内力是指由外力作用所引起的物体内部相邻部分之间分布内力系的合力。

由于构件的强度、刚度和稳定性与内力的大小及其在构件内的分布情况密切相关,因此,内力分析是解决构件强度、刚度与稳定性问题的基础。

1.2.2 截面法、轴力及轴力图

由于内力是由外力作用而引起的构件内部相邻部分之间的相互作用力的合力,为了显示内力,内力通常采用截面法来求解。如图 1-4 所示的等直杆在两端轴向拉力 F 的作用下处于平衡,欲求杆件横截面 $m-m$ 上的内力。可先用一假想截面将杆件在 $m-m$ 处切开,分为左右两部分。现在任取其中一段研究,例如,取左段作为研究对象,弃去右段,并将弃去部分对保留部分的作用力以切开面上的内力来代替。

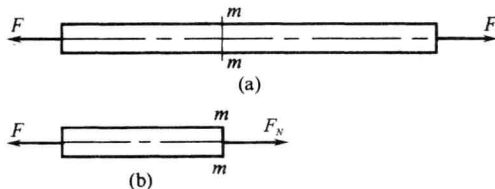


图 1-4

对于保留下来的左段而言,切开面 $m-m$ 上的内力 F_N 就成为外力。由于整个构件处于平衡状态,构件的任一部分亦必保持平衡,那么对于保留下来的左段也应保持平衡。因此,左段除了受原有外力 F 的作用外,在截面 $m-m$ 上必然还作用有与力 F 相平衡的力 F_N ,该力即是所弃去的右段对于保留下来的左段的作用力,亦即截面 $m-m$ 上的内力。由于对材料进行了连续性假设,内力实际上是指连续分布的内力的合力,合力的作用线应沿着杆件的轴线,其大小和方向可由左段的平衡条件求得。

由平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F = 0$$

得

$$F_N = F$$

式中 F_N ——杆件任一横截面 $m-m$ 上的内力,其作用线与杆的轴线重合,即垂直于横截面并通过其形心。因此该内力称为轴向内力,简称**轴力**,用 F_N 表示。杆件在轴力的作用下即产生轴向拉伸(或轴向压缩)变形。

轴力的符号由杆的变形情况来确定。当轴力的方向与截面外法线的方向一致时,杆件会产生沿纵向的伸长变形,此时的轴力称为拉力。反之,当轴力的方向指向截面内侧时,杆件会产生沿纵向的缩短变形,此时的轴力称为压力。规定杆件受拉伸长,其轴力为正;反之,受压缩短,其轴力为负。

用假想的截面将杆件切开以显示内力,并运用平衡条件建立内力与外力间的关系或由外力确定内力的方法,称为**截面法**,它是材料力学分析杆件内力的一个基本方法。

截面法解题一般有以下三个步骤。

① 截开。即在需要求内力的截面处,假想地将杆截分为两部分。

② 代替。取其中的任一部分作为研究对象,而将弃去部分对留下部分的作用代之以作用在截开面上的内力。

③ 平衡。对留下部分建立平衡方程,从而确定欲求截面的内力的大小及方向。在这一过程中,将欲求内力视为外力,留下部分在欲求内力和原有的其他外力的共同作用下处于平衡。

工程实际中的拉(压)杆,往往同时受到几个力的作用,因此,各段杆的轴力也有所不同,为了形象地表示出轴力沿杆横截面(或杆轴线)的变化,并确定最大轴力的大小及所在截面的位置,通常用平行于杆轴线的坐标表示横截面的位置,用垂直于杆轴线的坐标表示轴力的大小,这样所绘制出的表示轴力沿杆轴线变化的图线,称为**轴力图**。习惯上将正值的轴力画在坐标轴上方,负值的轴力画在坐标轴下方。

【例 1-1】 一等直杆及其受力情况如图 1-5(a)所示,试求各段杆的轴力并绘制轴力图。

解 ① 计算各段轴力。

运用截面法将各段杆分别用假想截面法在图 1-5 所示截面 1—1、2—2、3—3 处截开,单独研究各段杆的平衡,设 AB 段、BC 段与 CD 段的轴力均为拉力,并分别用 F_{N1} 、 F_{N2} 与 F_{N3} 表示,如图 1-5(b)、(c)、(d)所示,分别计算各段杆的轴力。

首先取截面 1—1 左侧为研究对象,列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad 20 \text{ kN} + F_{N1} = 0$$

得

$$F_{N1} = -20 \text{ kN}$$

所得结果 F_{N1} 为负值,说明 AB 段轴力的实际方向与所设方向相反,即为压力。

取截面 2—2 左侧为研究对象,列平衡方程

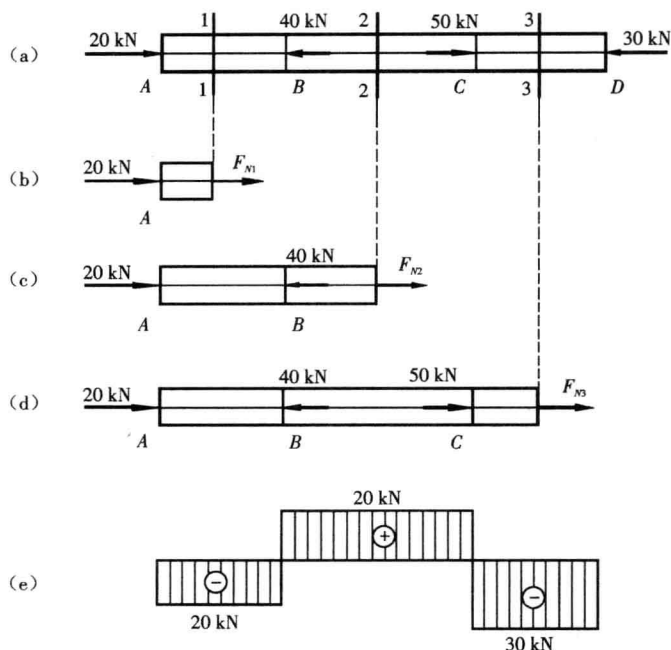
轴力图 (F_N 图)

图 1-5

$$\sum F_x = 0, \quad 20 \text{ kN} - 40 \text{ kN} + F_{N2} = 0$$

得

$$F_{N2} = 20 \text{ kN}$$

所得结果 F_{N2} 为正值, 说明 BC 段轴力的实际方向与所设方向相同, 即为拉力。

取截面 3—3 左侧为研究对象, 列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad 20 \text{ kN} - 40 \text{ kN} + 50 \text{ kN} + F_{N3} = 0$$

得

$$F_{N3} = -30 \text{ kN}$$

所得结果 F_{N3} 为负值, 说明 CD 段轴力的实际方向与所设方向相反, 即为压力。

②画轴力图。

根据上述轴力值, 绘制轴力图, 如图 1-5(e) 所示。由轴力图可知, 轴力的最大绝对值为

$$|F_N|_{\max} = |F_{N3}| = 30 \text{ kN}$$

【例 1-2】 如图 1-6 所示阶梯形杆, 承受轴向荷载, 已知 $F_1 = 30 \text{ kN}$, $F_2 = 10 \text{ kN}$, 试确定最大轴力值, 并绘制轴力图。

解 ①计算支反力。

设杆左端的约束力为 F_R , 则由整个杆的平衡方程为