

■ 岭南实证与计量经济学研究丛书

近似因子模型的 面板单位根与协整检验

余壮雄◎著



科学出版社

岭南实证与计量经济学研究丛书

近似因子模型的面板 单位根与协整检验

余壮雄 著

广东省自然科学基金项目资助（批准号：S2013010013826）

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书主要研究近似因子模型的面板单位根与协整检验。全书从一个详细的文献综述开始,第1章通过梳理面板单位根与协整检验相关研究的发展过程引出该领域最新的研究方向——近似因子模型。第2章提出一种针对处理近似因子模型的估计方法——稳健的GLS估计(RGLS)。第3章和第5章分别考察RGLS- t 统计量在面板单位根与协整检验中的应用以及与已有检验统计量的比较。第4章则是基于响应面分析的技术计算RGLS- t 统计量在面板单位根与协整检验中的小样本矫正参数。第6章集中于考察确定性趋势对面板协整检验的影响,并提出基于准残差的面板协整检验的思路。最后一章以消费函数为例给出了近似因子模型下面板单位根与协整检验的一个实例应用。

本书适合于高校教师和经济学专业的研究人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

近似因子模型的面板单位根与协整检验/余壮雄著. —北京:科学出版社, 2013

(岭南实证与计量经济学研究丛书)

ISBN 978-7-03-103913-4

I. ①近… II. ①余… III. ①计量经济模型—研究 IV. ①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第272955号

责任编辑:马跃 李莉/责任校对:朱光兰

责任印制:阎磊/封面设计:无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014年1月第一版 开本:720×1000 B5

2014年1月第一次印刷 印张:12

字数:234 000

定价:56.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

岭南实证与计量经济学研究丛书编委会

主 编 王美今 徐现祥

编 委 (按姓氏笔画排序)

王美今 (中山大学岭南学院)

龙志和 (华南理工大学经济与贸易学院)

周先波 (中山大学岭南学院)

易行键 (广东外语外贸大学国际经济贸易学院)

徐现祥 (中山大学岭南学院)

舒 元 (中山大学岭南学院)

程振源 (华南师范大学经济与管理学院)

雷钦礼 (暨南大学经济学院)

总 序

中国改革开放 30 多年来沧桑巨变,对经济学科最大的影响之一是计量经济学的引入以及与此相对应的经济学研究范式的极大变化。1980 年夏天,克莱因等国际知名计量经济学家举办了颐和园讲习班,这是我国学者系统性学习和应用计量经济学的开端。从无到有,从弱到强,经过 30 余年的发展,颐和园讲习班播下的计量经济学种子长成了学科之林;《计量经济学》已被教育部确定为高等学校经济学门类各专业的共同核心课程,其相关模型方法更是成为经济学经验研究的主流工具,这是我国经济学教学和科研走向现代化和科学化的重要标志。

中山大学岭南(大学)学院自 1988 年成立至今,一直努力尝试在教学上与国外著名大学实质性接轨,加强现代经济学的训练,作育英才、服务社会。从本世纪初开始,计量经济学进行了本科、硕士研究生以及博士研究生的分层次课程体系建设,从课程设置、教材选择以及教学实践活动等方面全面提升学生对计量经济学学科前沿知识的认识 and 了解,学生从更高的层面切入计量经济学的应用与研究。同时,成立岭南实证与计量经济研究中心,聘请岭南学院 1993 届毕业生、斯坦福大学洪瀚教授担任中心主任。洪瀚教授不遗余力,参与岭南学院计量经济学科发展和研究生培养计划的制订,还多次亲临学院上课、开讲座。在洪瀚教授的指导下,岭南实证与计量经济研究中心建设了能够远程操作、24 小时不间断运行的以 AFS 分布式文件系统为核心的计算机集群平台,为计量经济学的教学和研究提供了良好的条件。此外,得益于毗邻香港的方便,岭南学院能够从香港高校获得计量经济学的师资培养,并展开密切的学术交流与合作研究。所有这些,都直接推动和促进岭南学院在计量经济学的理论研究和应用研究领域长足发展,相关成果发表于 *Journal of Econometrics*、《经济研究》、《经济学》(季刊)、《数量经济技术经济研究》、《统计研究》和《管理世界》等国内外权威期刊。

这套《岭南实证与计量经济学研究丛书》是过去 10 多年间,岭南学院在计量经济学的理论研究和应用研究领域所取得的阶段性成果。丛书选题涵盖理论与应用计量,学术特色主要有两个:一是理论创新明显。理论研究反映了计量经济学某一方面的最新发展状况,形成多个具有学术价值和应用前景的创新点,比如 Tobit 模型的非参数与半参数估计、动态博弈模型估计、面板单位根与协整检验统计量构造,空间相关模型的有效估计等理论计量前沿性问题;另一个是实证研究视角独特。实证研究密切围绕中国社会经济发展转型中的重要问题,努力提炼出具有学术性的一般问题,综合运用前沿实证分析方法与工具进行规范的实证研究,致力于科

研成果国际化。

当前，中国计量经济学已迈入“国际化”的新阶段，需要越来越多的年轻学者致力于理论计量的基础性创新研究，以使得中国在国际计量经济学界占有一席之地；需要越来越多的新模型、新方法应用到中国的经济学实证研究，从而将中国经济故事以科学的经济学语言呈现出来；需要越来越多地关注实证应用研究的规范化问题，全面吸收和借鉴国际计量经济学界对于可信性问题的成果，改进现行的研究模式和教学模式。本丛书的出版，表明一批掌握了现代经济学的研究方法和计量经济学分析工具的青年学者在成长；他们知识结构新，学术素养好，已成为高等院校和研究机构教学、科研的生力军。

我们希望本丛书的出版，能够为对相关领域感兴趣的博士研究生以及研究人员提供一些有用的思考或参照，为有关经济政策的制定提供依据，为中国计量经济学的学科建设添砖加瓦。作为探索性研究的成果，书中肯定有很多需要改进的地方，希望读者批评指正。

王美今 徐现祥

2013年5月

前 言

面板单位根与协整检验是近 20 年来应用与理论计量经济学发展的一个重要方向，其兴起主要有两方面的原因：一是单位根与协整检验具有非常广阔的应用空间，在非平稳数据的研究方面具有极其重要的地位；二是同时包含截面与时序维度的面板数据在应用中越来越容易获得，单位根与协整检验不得不扩展到面板的维度。

早期面板单位根与协整检验的使用主要是为了克服时序单位根与协整检验功效不足的问题，通过引入截面维度，利用中心极限定理对时序检验结果的标准化来改进检验的功效。后期的研究开始注意到面板数据拥有时序数据所没有的数据特征——截面相关，并将其引入到面板单位根与协整检验中。研究 (O'Connell, 1998) 表明，忽略截面相关会导致面板单位根与协整检验得到错误的结论，这使得截面相关成为面板单位根与协整检验不可回避的重要结构设定。此外，空间计量经济学 (Anselin, 2001) 的兴起彰显了截面相关在现实经济中的普遍存在性，也推动了这一领域研究的迅速发展。以是否考虑截面相关为分界点，面板单位根与协整检验被划分为前后两代 (Breitung and Pesaran, 2007)。

一开始，计量经济学家对于截面相关的理解并不相同，有一些认为截面相关是不同个体误差项具有有限非零的协方差的截面弱相关 (O'Connell, 1998; Breitung and Das, 2005)，有一些则把截面相关设定为误差中包含某些共同因子，不同个体的误差项因为含有相同的因子而形成相关 (Bai and Ng, 2004; Pesaran, 2006)。前者衍生了 GLS- t 和 ROLS- t 等面板单位根与协整检验的统计量，而后者则衍生了 PANIC 和 CCE 等检验方法或统计量。随着对截面相关研究的逐步深化，计量经济学家 (Chudik et. al., 2011) 认识到截面弱相关与共同因子结构是两种无法替换的截面相关设定，前者对应截面相关矩阵具有有限的特征根，而后者则对应截面相关矩阵具有随 n 发散的特征根，他们是弱相关与强相关的两种表现。

至此，同时包含截面弱相关与共同因子结构的近似因子结构设定成为了刻画现实经济截面相关的一般化设定，近似因子模型成为了面板单位根与协整检验的新方向。在这种新的结构设定下，原有的分别基于截面弱相关或因子结构的检验方法是否还合适或能否改进都必须重新接受考察。Breitung 和 Das(2008) 的研究表明 ROLS- t 统计量在包含非平稳共同因子的设定下不再收敛于标准正态。Pesaran 和 Tosetti(2011) 将 CCE 估计量扩展到同时存在空间弱相关和共同因子的情形，他们证明了 CCE 估计在这种设定下仍然是一致估计，不过对应的 t 统计量由于忽略截

面弱相关需要进行重新调整。本书着眼于近似因子模型的面板单位根与协整检验, 尝试将空间弱相关与共同因子结构两种设定下的研究思路结合起来, 以获得合适的检验统计量。

本书的第一项工作是介绍基于平稳面板数据构建近似因子模型的更合适的估计方法。由于近似因子结构所刻画的截面相关包含了强相关与弱相关两种形式, 在矩阵求逆时弱相关的部分要远小于强相关的部分, 我们结合 FGLS 和 ROLS 两种估计方法的思路, 通过部分求逆消除强相关的影响, 再使用稳健的方差协方差矩阵, 构建出了稳健的 GLS 估计 (RGLS)。研究表明, RGLS 估计比 ROLS 估计更有效, 并避免了 FGLS 估计由于求逆过程带来的小样本偏差。而且由于 RGLS 估计已经消除了共同因子的影响, RGLS 估计仍然可以适用于共同因子不平稳的情形, 这意味着对于近似因子模型, RGLS- t 比 ROLS- t 会是更合适的统计量。

在上述基础上, 我们将 RGLS 估计的思想应用到非平稳面板数据, 利用 RGLS- t 统计量作为面板单位根与协整检验, 这也是本书的第二项工作。通过理论证明, 我们发现 RGLS- t 统计量能够很好地检验特有误差是否存在面板单位根的问题; 但是, 由于 RGLS 估计本身已经消除了共同因子的影响, 我们无法检验共同因子是否存在单位根的问题。为了克服这一问题, 本书在 RGLS- t 统计量的基础上, 结合 PANIC 分块检验的思想, 将 RGLS- t 统计量与共同因子的 DF- t 统计量合并组成一个新的复合 t 统计量 (Compound- t); 我们发现, 无论非平稳的原因是来自共同因子还是个体特有误差, 使用 Compound- t 统计量进行面板单位根与协整检验都具有非常良好的渐近性质与有限样本表现。

一般而言, 面板单位根检验可以直接应用到基于残差面板协整检验, 通过对回归方程的残差进行面板单位根检验来判断变量之间是否存在协整关系。但是, 从面板单位根检验推广到面板协整检验时, 由于检验的主体从普通的变量变为了残差, 通常都需要重新进行标准化参数的修正, 这主要是由于在计算残差时消除个体趋势的过程使得残差产生了偏差 (Nickell, 1981)。本书的第三项工作是提出一种基于准残差的检验思路以回避上述的这一偏差, 我们建议在第一步计算回归残差时不消除趋势项的影响, 把趋势项和残差合并成准残差, 然后再对准残差进行去趋势后进行面板协整检验。这种思路的可行性在于协整回归系数是超一致估计, 因此, 准残差更接近准误差, 而且, 使用去趋势而不是回归的方法不会带来消除个体趋势所引起的偏差。

本书在佐证各种估计方法与统计量的性质时, 都提供了非常详细且严谨的理论推导, 也提供了详细的数值模拟, 通过两方面相互佐证来揭示各种方法与统计量的性质与表现。同时, 我们也给出了相关的各种方法的性质与表现, 通过对比展现各种方法的优劣性。不可避免地, 书中的若干章节都含有烦琐的理论推导, 我们都

把它们放到了对应章节的附录，以供查阅。希望本书能够为有志于这一领域研究的学者提供帮助。

作 者

2013 年 9 月 27 日

目 录

前言

第 1 章 面板单位根与协整检验的发展	1
1.1 引言	1
1.2 不存在截面相关下的面板单位根检验	3
1.2.1 基本模型	3
1.2.2 LLC 检验	4
1.2.3 IPS 检验	5
1.2.4 P 检验和 Z 检验	6
1.3 存在截面相关下的面板单位根检验	6
1.3.1 Bootstrap 方法	7
1.3.2 SUR 方法	8
1.3.3 共同因子方法	9
1.3.4 非线性 IV 估计	15
1.4 面板协整检验	16
1.4.1 基于残差的面板协整检验	16
1.4.2 基于系统的面板协整检验	19
1.4.3 PANIC 两步检验	20
1.5 面板协整估计	21
1.5.1 不存在截面相关的情形	21
1.5.2 存在截面相关的情形	23
1.6 小结	24
第 2 章 近似因子结构设定下的稳健 GLS 估计	25
2.1 引言	25
2.2 基本模型与假定	27
2.3 参数估计	28
2.3.1 OLS 估计和 GLS 估计	28
2.3.2 ROLS 估计	29
2.3.3 RGLS 估计	30
2.3.4 有效性比较	31
2.3.5 渐近正态性	33

2.4	可行估计量	33
2.4.1	可行的 RGLS 估计	33
2.4.2	迭代 RGLS 估计	34
2.5	模型扩展	34
2.5.1	方程中含有参数随个体变动的共同解释变量	35
2.5.2	方程中含有参数随时间变动的共同解释变量	35
2.5.3	解释变量与共同因子相关	36
2.6	小样本表现	37
2.7	小结	41
第 3 章	近似因子模型的面板单位根检验	43
3.1	引言	43
3.2	基本模型与假定	44
3.3	面板单位根的 DF 检验	46
3.3.1	检验统计量	46
3.3.2	统计量的渐近性质	48
3.4	Compound- t 统计量	53
3.5	小样本表现	56
3.5.1	参数设定	56
3.5.2	RGLS- t 统计量的小样本表现	56
3.5.3	Compound- t 统计量的小样本表现 1	59
3.5.4	Compound- t 统计量的小样本表现 2	63
3.6	小结	65
附录		66
A	一些用到的结论	66
B1	定理 3-1 的证明	68
B2	定理 3-2 的证明	74
B3	定理 3-3 的证明	79
B4	定理 3-4 的证明	83
第 4 章	ROLS-t/RGLS-t 统计量的小样本校正	88
4.1	引言	88
4.2	计算校正参数	90
4.2.1	ROLS- t 统计量的小样本校正	90
4.2.2	RGLS- t 统计量的小样本校正	93
4.3	小样本表现	94
4.3.1	面板单位根检验的小样本表现	94

4.3.2	面板协整检验的小样本表现	95
4.4	小结	96
第 5 章	近似因子模型的面板协整检验	98
5.1	引言	98
5.2	模型与基本假定	100
5.3	面板回归系数估计	104
5.3.1	存在协整的情形	104
5.3.2	不存在协整的情形	108
5.4	面板协整检验	109
5.4.1	存在协整的情形	109
5.4.2	不存在协整的情形	111
5.4.3	面板协整检验	113
5.4.4	确定性趋势	114
5.5	小样本表现	115
5.5.1	基本参数设定	115
5.5.2	面板协整检验的小样本表现 I	116
5.5.3	面板协整检验的小样本表现 II	118
5.6	小结	122
附录		122
C	一些用到的结论	122
D1	定理 5-1 的证明	124
D2	定理 5-2 的证明	126
D3	定理 5-3 的证明	130
D4	定理 5-4 的证明	134
D5	定理 5-5 的证明	136
D6	定理 5-6 的证明	137
D7	定理 5-7 的证明	138
D8	定理 5-8 的证明	139
第 6 章	确定性趋势与面板协整检验	140
6.1	引言	140
6.2	DGP 设定与面板协整检验	141
6.3	基于准残差的面板协整检验	144
6.4	小样本表现	147
6.5	小结	152
附录		152

第 7 章 我国居民消费函数的再检验	154
7.1 引言	154
7.2 面板单位根检验	155
7.2.1 变量生成与数据来源	155
7.2.2 检验方法与结果	156
7.3 面板协整检验	160
7.3.1 消费函数设定	160
7.3.2 检验结果与估计系数	162
7.3.3 稳健性分析	163
7.4 小结	167
参考文献	168
后记	175

第 1 章 面板单位根与协整检验的发展

1.1 引言

面板单位根检验 (PUT) 和面板协整检验 (PCT) 的提出与发展是近 20 年来计量经济学发展的一个重要方向。随着大型面板数据的可获得性越来越高, 原本使用于时序分析或截面分析的很多计量方法与技术都寻求在面板数据中得到应用与拓广, PUT 和 PCT 就是时序分析中单位根与协整检验在面板数据中的拓广。

早期 PUT 发展的一个重要原因是—般时序中的单位根检验 Power 不足, 面板数据增大了检验的样本, 可以提高检验的 Power。基于这种原因发展起来的 PUT 通常对合并的数据使用 Pool 回归, 如最早提出的 LLC 检验^① (Levin et al., 2002), 以下不妨将这种处理称为 Pool 方法。但是, Pool 方法由于没有考虑到 PUT 系数的异质性而一直受到质疑^②。于是, 一类新的处理方法被提出用于克服 Pool 方法的这种缺陷, 这种新方法允许 PUT 系数的异质性, 并且通过修改备择假设来提高检验的功效, 如 IPS 检验^③ (Im et al., 2003), 以下不妨将这种处理称为 H1 方法。

在一般的单位根检验中, 检验系数在零假设下为 0, 在备择假设下非 0, 零假设和备择假设的地位是对等的; 但是, 在 PUT 中, 面临 n 个检验系数, H1 方法下的零假设是所有的检验系数为 0, 备择假设为某些检验系数非 0, 零假设和备择假设显然不对等。通过修改零假设和备择假设的对等性, H1 方法提高了 PUT 的功效。Pool 方法和 H1 方法作为 PUT 发展的两种基本方法, 分别由 Levin 等 (2002) 和 Im 等 (2003) 提出, 后面发展起来的 PUT 方法都是这两种方法的推广。

最早提出的 PUT 仅是单位根检验在面板数据下的延伸, 其检验的构造基本还只是个体单位根检验的组合, 研究的数据过程也只考虑时序上的自相关问题而没有考虑截面相关的问题。但是, 进一步研究 (O'Connell, 1998) 发现, 如果真实的 DGP 存在截面相关而使用了假定不存在截面相关的 PUT, 得到的结论将是不可靠的。另外, 随着空间计量经济学 (Anselin, 2001) 的兴起, 截面相关作为区域经济相

①最早由 Levin 和 Lin(1992) 在他们的工作论文中提出, 后发表在 Levin 等 (2002) 的论文中。考虑到个体参数 (不包括单位根检验系数) 的异质性, 通常这种 Pool 方法是对个体回归的标准化残差进行 Pool 回归, 而不是直接对变量进行 Pool 回归。

②必须强调一点, 对同质 PUT 的这种质疑并不代表其有错, 在很多宏观实证分析中, 通常假定经济理论的普遍适用性, 同一时期不同发展水平的各个地区被当作与同一地区不同发展阶段的等价处理。

③最早出现在 Im 等 (1995) 的工作论文中, 论文正式发表于 2003 年。H1 方法通常是通过对个体单位根检验得到的统计量进行标准化得到。

关度的度量,也越来越受到经济学家的重视。因此,PUT 中必须引入对截面相关性的研究。

基于截面相关的 PUT 已经可以认为是单位根检验的拓展,其研究的数据过程和误差结构超越了单位根检验的内容。目前,基于截面相关的 PUT 的发展正处于快速发展的阶段,从研究的方法看,其发展主要有两个基本方向:一是估计出截面的方差协方差矩阵,再利用它来校正 PUT,如 ROLS 方法 (Breitung and Das, 2005)、PANIC 方法 (Bai and Ng, 2004) 等;二是直接利用其他技术来校正 PUT,如 CIPS 方法 (Pesaran, 2007)、NIV 方法 (Chang, 2002) 等。根据是否考虑截面相关性的影响, Breitung 和 Pesaran(2007) 把 PUT 划分为前后两代 (generation)。

由于继承了时序分析中单位根检验和协整检验之间的内在联系,大部分的 PUT 都可以比较简单地应用到 PCT 中,而且,新维度 n 的增加也使得 PUT 与 PCT 之间的小样本差异相对于其在时序分析中的差异要小得多。总的来说, PCT 相对于 PUT 的独立性不如其在时序中强烈。

同样地,早期发展起来的 PCT 并没有考虑个体截面之间的相关性,大部分 (基于残差的) PCT 统计量 (McCoskey and Kao, 1998; Kao, 1999; Pedroni, 2004) 直接使用 PUT 中的 Pool 方法或 H1 方法对时序分析中的协整检验统计量进行相应的扩展。由于维度 n 的增加引入了中心极限定理的作用, t 统计量在 PUT 和 PCT 中处于非常核心的位置,远超过了其在非平稳时序分析中的地位。

虽然基于残差的 PCT 和 PUT 之间天然就存在明确的对应,另一种基于系统的 PCT 与 PUT 的联系则远不如前者直观,即使其使用的基本思想是相同的 [Larsson 等 (2001) 的研究使用了 H1 方法将时序检验中的 LR 检验扩展到 PCT]。在面板数据中,基于系统的 PCT 需要估计的参数数量非常庞大,在具体估计时通常需要先验地施加大量的约束,其在时序分析中相对于基于残差的协整检验的优势已经不复存在。

截面相关的引入开创了新一代的 PUT,成为 PUT 研究领域的重要分水岭,但其对 PCT 的影响却远没有体现出来。首先,由于截面相关所需要估计的庞大的参数集使得基于系统的 PCT 在 n 略大时几乎成为不可能;其次,第二代的 PUT 大部分可以很容易扩展到基于残差的 PCT,这使得只有很少的学者专门来考虑 PCT 统计量的性质 (Breitung, 2005)。相反,在面板协整系数的估计上,截面相关性的影响已经吸引了不少学者的关注 (Mark, 2004; Moon and Perron, 2005; Bai and Kao, 2006; Bai et al., 2009)。

PUT 的一个重要应用是检验 PPP,这方面的文献很多 (O'Connell, 1998; Wu and Wu, 2001; Cerrato and Sarantis, 2004),伴随着新的检验方法的提出,检验的结论也一再被修改。但是,现有的 PUT 仍然存在很多不足和有待进一步发展的地方, Caporale 和 Cerrato(2004) 在他们对 PPP 检验中的 PUT 方法的综述性文章中

列举了现有的几乎所有的 PUT 方法 (LLC 检验、IPS 检验、 P 检验、 Z 检验、SUR 方法和共同因子方法等) 以及这些方法所存在的不足, 他们最后认为目前的 PUT 方法还不能解决 PPP 之谜。

相比而言, PCT 的应用要广泛得多, 但绝大部分的实证分析基本使用早期的 PCT, 并没有考虑截面相关的影响。Kao 等 (1999) 以及 Kim 和 Jeong (2005) 使用面板协整检验的技术分别研究了国际 R&D 的扩散与国际资本流动情况; Ho (2001) 根据 24 个 OECD 国家的数据利用 PCT 的技术考察了政府支出与私人消费之间的挤入挤出效应; Perman 和 Stern (2003) 使用 PCT 的证据反驳了国际间环境 Kuznets 曲线的存在。国内关于 PCT 的应用也刚刚兴起, 苏良军等 (2006) 根据 PCT 的结果肯定了我国居民消费函数的存在, 杨子晖 (2006) 研究了亚洲国家中政府消费与私人消费之间的竞争关系。

本章回顾 PUT 和 PCT 这一快速发展的领域, 对以前的文献综述 (Baltagi and Kao, 2000; Breitung and Pesaran, 2007) 进行内容更新。具体的结构安排如下, 第 1.2 节第 1.3 节分别介绍不存在截面相关和存在截面相关下的 PUT, 第 1.4 节和 1.5 节分别介绍 PCT 和面板协整系数估计的发展, 最后部分给出本章的一个小结。

1.2 不存在截面相关下的面板单位根检验

正如 Breitung 和 Pesaran (2007) 所划分的那样, PUT 的发展经历了两个不同时期: 在第一个时期^①, PUT 是在个体误差之间相互独立的假定下进行的; 而在第二个时期, 这个假定被放弃了, 截面相关被引入 PUT 中; 他们根据这两个时期的不同研究特点将 PUT 划分为两代。第一代的 PUT 主要包括如下 4 个检验统计量: LLC 检验、IPS 检验、 P 检验^② (Maddala and Wu, 1999) 和 Z 检验^③ (Choi, 2001)。

1.2.1 基本模型

根据备择假设的不同, 存在如下两个简单的模型:

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \rho y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_{ij} \Delta y_{i,t-j} + u_{it}, \quad i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T \quad (1-1)$$

$$\Delta y_{it} = \alpha_i + \rho_i y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^p \gamma_{ij} \Delta y_{i,t-j} + u_{it}, \quad i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T \quad (1-2)$$

①这种划分更多的是从研究的内容来看, 而不是从真实的时间来看。

② P 检验也称逆卡方检验 (inverse chi-square test), 最早见于 Fisher (1932) 的论文。Maddala 和 Wu 将 Fisher 的这一检验应用到单位根的检验。

③ Z 检验也称逆正态检验 (inverse normal test), 最早见于 Stouffer 等 (1949) 的论文。Choi 的论文中还提到了 Geogorger (1977) 的 Logit 检验, 但这一检验被使用的频率并不高, 在此便不列出。

其中, $u_{it} \sim iid(0, \sigma_{ui}^2)$, $\alpha_i = \rho\varphi_i$ 或 $\alpha_i = \rho_i\varphi_i$ 。给定初始值 $y_{i,1-j}$ ($j = 1, \dots, p$), 式 (1-1) 和式 (1-2) 对应的 PUT 都可以看成 ADF 检验 (Dickey and Fuller, 1979) 的推广, 通过在 ADF 回归中引入解释变量的滞后期, 可以消除原始误差中所带有的自相关结构, 而关于误差之间不存在同期相关的假定在 1.3 节将被放弃。

上述基本模型的设定还包含了其他两个方面的简化考虑: 首先, 没有考虑滞后长度或结构的异质性; 其次, 只考虑存在异质截距的情况。引入滞后结构的异质性对基本检验的构造没有太大的困难, 而模型中不含 (或同时有) 截距和趋势项的情况下检验统计量的构造并不存在实质性的不同, 一般只在数据去 (均值) 趋势时存在某些细节的差异, 因此为了表述的简洁, 我们对基本模型做了上述简化。

式 (1-1) 对应的单位根检验 (Levin et al., 2002) 的零假设和备择假设可表示为

$$(\text{假设检验形式 A}) \begin{cases} H_0: \rho_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ H_1: \rho_i < 0, & i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

式 (1-2) 对应的单位根检验 (Im et al., 2003) 的零假设和备择假设可表示为

$$(\text{假设检验形式 B}) \begin{cases} H_0: \rho_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ H_1: \rho_i < 0, & i = 1, 2, \dots, n_1; \rho_i = 0, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n \end{cases}$$

其中, 当 n 固定时, n_1 为大于 0 小于等于 n 的常数; 当 $n \rightarrow \infty$ 时, 假定有 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n_1/n) = \delta, 0 < \delta \leq 1$ 。

显然, LLC 检验对应的假设检验形式 A 可以看成 IPS 检验对应的假设检验形式 B 在 $\delta = 1$ 且 $\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_N$ 时的特殊情况。IPS 检验允许了在单位根检验中检验系数 ρ_i 的异质性, 对应相同的误差结构设定, 它的假设检验形式比 LLC 检验更具有一般性与合理性。后来发展起来的 P 检验和 Z 检验是对 IPS 检验的推广, 它们也延续了 IPS 检验的假设检验形式。

1.2.2 LLC 检验

式 (1-1) 可写成如下向量的形式:

$$\Delta y_i = \rho y_{i,-1} + Q_i \gamma_i + u_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1-3)$$

其中, $y'_i = (y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iT})$, $\gamma_i = (\alpha_i, \gamma_{i1}, \gamma_{i2}, \dots, \gamma_{ip})$, τ_T 为元素为 1 的 T 维列向量; $Q_i = (\tau_T, \Delta y_{i,-1}, \Delta y_{i,-2}, \dots, \Delta y_{i,-p})$ 。不妨定义 $X_i = (y_{i,-1}, Q_i)$, 且对任意满列秩的矩阵 U 有 $M_U = I - U(U'U)^{-1}U'$ 。

LLC 检验统计量可以构造如下。