

另类结构力学 (JGLX) 进展

王前信 著

地震出版社

中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项，项目号 2013A01

另类结构力学（JGLX）进展

王前信 著



地震出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

另类结构力学 (JGLX) 进展/王前信著. —北京: 地震出版社, 2013. 10
ISBN 978-7-5028-4256-7

I. ①另… II. ①王… III. ①结构力学—研究 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 082238 号

地震版 XM3042

另类结构力学 (JGLX) 进展

王前信 著

责任编辑: 王 伟

责任校对: 孔景宽

出版发行: 地震出版社

北京民族学院南路 9 号

邮编: 100081

发行部: 68423031 68467993

传真: 88421706

门市部: 68467991

传真: 68467991

总编室: 68462709 68423029

传真: 68455221

E-mail: 68721991@sina.com

<http://www.dzpxess.com.cn>

经销: 全国各地新华书店

印刷: 九洲财鑫印刷有限公司

版 (印) 次: 2013 年 10 月第一版 2013 年 10 月第一次印刷

开本: 787 × 1092 1/16

字数: 339 千字

印张: 13.25

印数: 0001 ~ 2000

书号: ISBN 978-7-5028-4256-7/O (4944)

定价: 60.00 元

版权所有 翻印必究

(图书出现印装问题, 本社负责调换)



谨奉献这本“科研历程回顾”册子

祝 贺

中国地震局工程力学研究所

(原中国科学院土木建筑研究所)

建立六十周年大庆

前 言

著者于大二暑假期间预习结构力学^①，兴趣甚浓，十分投入，记忆犹新。大三、大四受教结构力学于俞忽老师，渐有心得积累。老师建议写成文章，推荐在科技期刊发表，著者深受激励。老师较早辞世，著者久久思念。

毕业后进入研究所工作，起初参与基本建设中的结构设计，结构力学知识致用了。接着研究所试招研究生，考试中著者发挥不失水准，于是成为钱令希老师与刘恢先老师的门生。专业方向是结构力学，符合著者的心愿。此后一直在研究所工作，主攻抗震，研究手段之一正是结构（动）力学。

研究所拼搏四十年，著者退休后仍念念不忘结构力学，几番笔耕成卷。又因受家人（祖辈和儿辈）的“熏染”，对历法（公历、农历）规则深感兴趣，近十余年以业余身份、借用从结构力学研究中体验的思考方法，参与“节构历学”^②的点滴探究。

著者为之效力的研究所逐年积累成果，知名度不断提升，现在已在抗震（地震工程）学科领域蜚声世界，即将迎来建所六十周年的喜庆。

现任所长孙柏涛研究员热诚建议著者将自己历年积累的研究成果删繁补缺，加工润色，还添加近期的研究收获，汇集成册，恭祝所庆。著者身为六十年来

① 汉语拼音简写为 JGLX。

② 汉语拼音也可简写为 JGLX。

受惠多多的所友之一，能不欣然接受？

经过一年多的伏案辛劳，这部“科研历程回顾”完稿了，卷名是《另类结构力学（JGLX）进展》。

全卷内容都是表述各式各样的结构力学求解中的另类方法：有的另类方法可用以求解通常方法不能求解的问题（例如第二章第五节）；有的另类方法可以弥补通常方法的缺陷，或者改进现有方法的功效（例如第一章第五节）；有的另类方法提出新的观点，使人们受到启发，思路开阔（例如第一章第七、八节）；有的另类方法手段独特，引发人们对结构力学或节构历学的兴趣和爱好（例如第一章第四节、第三章第八节）。

这些方法都各自在不同程度上具有一点儿、一些，甚至较多新意，新意必然推动结构力学进展。

将本卷目录与一般结构力学专著的目录对比，可觉察出本卷探讨的内容确应划归为结构力学另类。当然，在这里另类并无贬义。

为了解说卷名中的两个用辞——**另类**和**进展**，前言多费笔墨了。

卷中的引文摘取、理论阐述、公式推演、示例计算工作繁多，恐难免出现疏漏、甚至谬误。热诚欢迎读者们，特别是曾经朝夕相处、并肩“战斗”的所友们不吝指正。

目 录

前言

第一章 杆系结构力学

第一节	古朴的三力矩方程精练构想再现·····	1
第二节	便捷的力矩分配法数解技巧改造、移植·····	5
第三节	桁架内力拼接图变革绘制·····	11
第四节	另一种结构力学互等性的采掘和利用·····	18
第五节	解析几何法替代虚功法连锁计算桁架结点变位·····	29
第六节	解析几何法替代虚功法联立求解桁架变形全图·····	40
第七节	桁架杆件变形的六边形相容关系·····	44
第八节	利用六边形相容关系图解桁架结点变位·····	49
第九节	桁架中三角形杆件组合单元变形的多边形展示·····	51
第十节	仿弹性力学思路求解超静定桁架·····	54
第十一节	参仿弹性力学思路求解斜交框架·····	63

第二章 抗震结构力学

第一节	各阶自振频率——对应相等的结构振型未必对应相同·····	68
第二节	悬吊体系工程振动问题选析·····	72
第三节	少为人知的 Duhamel 积分的 1962 数值解·····	82
第四节	厂区延伸管架的极值地震反应·····	91
第五节	另辟蹊径求解伸臂结构地震反应极值·····	105
第六节	多支点地面运动输入下的拱桥反应·····	116
第七节	摇摆地面运动输入下的结构反应·····	124
第八节	《工程抗震三字经》摘要·····	125

第三章 “节构历学 (JGLX)”

第一节	用初浅算术演算年历中的日常作业题	146
第二节	试命名几个年历中的称谓	149
第三节	年序号与样本年历的对应关系寻求	155
第四节	简练的通用世纪历	157
第五节	公历月、日与农历月、日互相推算的建议	160
第六节	农历年、月、日与星期制的对应关系表解	166
第七节	法定农历节日在公历年历中提前或后延的近似规律	166
第八节	一目了然的公历—农历月、日近似关系图	169
第九节	妄议公历年历中月、日排序规则化	172
第十节	学用回历	182
主要符号表		191
结束语		197
参考资料		198

第一章 杆系结构力学

第一节 古朴的三力矩方程精练构想再现

连续梁（桁架）是最早被工程采用和研究的最简单的超静定结构，特有的求解工具是古朴的三力矩方程。它构想精练，联立方程中每个方程仅包含三个相邻支座处的未知力矩。

若将连续的支座更换为图 1.1.1 所示的斜方形支座，它就成为静定连续梁（桁架）。这里专门导出三反力方程供求解之用，联立方程中每个方程仅包含三个相邻支座的未知反力，于是三力矩方程的精练构想再现。

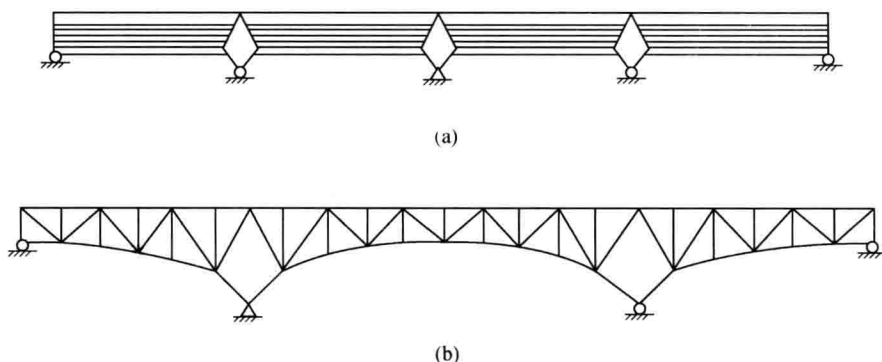


图 1.1.1 静定连续梁

图 1.1.2 (a) 所示的桁架中每个斜方形都关于其顶铰和底铰的连线对称，此竖直连线与荷载的作用方向平行。当求解反力时，若以图 1.1.2 (b) 所示结构替代，荷载作用效果不变。

为了推演方便，将桁架上每跨的荷载都分解成两个平行的分荷载，作用在每跨的两端（在中间者为斜方形的顶铰，在旁边者为桁架端点）。这样处理，对反力的效果没有改变。

至此，我们便可取出中间部分任意相邻的两跨作为计算模型，如图 1.1.2 (c) 所示。图中， X_l 、 P 和 X_r 分别表示左端、中间铰和右端处桥面荷载的合力； R_l 、 R_m 和 R_r 分别表示左侧、中间和右侧支座的反力； l_l 和 l_r 分别为左侧和右侧跨长；几何尺寸 a_l 、 a_m 和 a_r 都示如图中。

左部和右部各力分别对中间铰取力矩，可得

$$X_l l_l - \frac{R_l}{2} (l_l - a_l) - \frac{R_m}{2} a_m = 0 \quad (1.1.1)$$

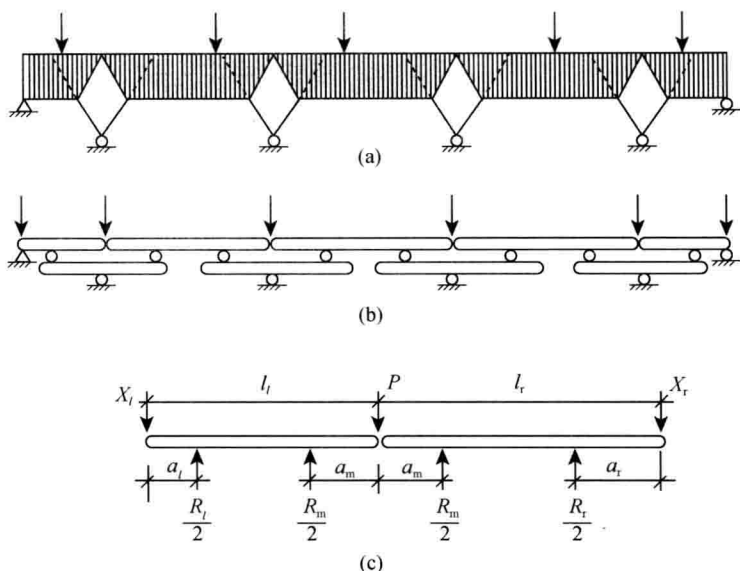


图 1.1.2 计算模型

和

$$X_l l_r - \frac{R_r}{2}(l_r - a_r) - \frac{R_m}{2}a_m = 0 \quad (1.1.2)$$

又根据竖向各力的平衡条件，写出

$$\frac{R_l}{2} + R_m + \frac{R_r}{2} - X_l - P - X_r = 0 \quad (1.1.3)$$

自此三式中消去 X_l 和 X_r ，便可得到包含三反力 R_l 、 R_m 和 R_r 的方程。消去运算过程简述如下：

自式 (1.1.1) 和式 (1.1.2) 解出 X_l 和 X_r ，然后代入式 (1.1.3) 并做整理，即可完成。

此三反力方程形式如下：

$$a_l l_r R_l + (2l_l R_r - a_m l_l - a_m l_r) R_m + a_r l_l R_r = 2l_l l_r P \quad (1.1.4)$$

若左、右两跨相等， $l_l = l = l_r$ ，式 (1.1.4) 简化为

$$a_l R_l + 2(l - a_m) R_m + a_r R_r = 2lP \quad (1.1.5)$$

若左跨或右跨为端跨, $a_l = 0$ 或 $a_r = 0$, 则有

$$(2l_l l_r - a_m l_l - a_m l_r) R_m + a_r l_l R_r = 2l_l l_r P \quad (1.1.6)$$

和

$$a_l l_r R_l + (2l_l l_r - a_m l_l - a_m l_r) R_m = 2l_l l_r P \quad (1.1.7)$$

式 (1.1.6) 和式 (1.1.7) 中只含两个反力, 更加简单。

现在举出几个算例。

例 1.1.1 静定连续梁如图 1.1.3 所示, 求图示荷载作用下中间支座反力。

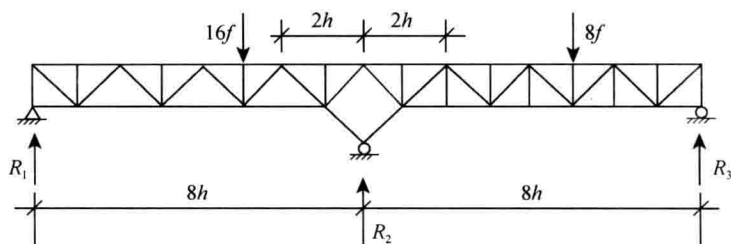


图 1.1.3 二跨模型

[解] $l_l = l_r = 8h, a_l = a_r = 0, a_m = 2h, P = \frac{5}{8} \times 16f + \frac{3}{8} \times 8f = 13f$

将以上数据代入三反力方程, 可以写出

$$(2 \times 8 \times 8 - 2 \times 8 - 2 \times 8) R_2 = 2 \times 8 \times 8 \times 13f$$

解之即得

$$R_2 = \frac{52}{3}f$$

例 1.1.2 三跨桁架及作用荷载示如图 1.1.4, 求支座反力 R_2 和 R_3 。

[解] 根据式 (1.1.6) 和式 (1.1.7), 对于左侧二跨和右侧二跨, 可以分别写出

$$(2 \times 6 \times 6 - 2 \times 6 - 2 \times 6) R_2 + 2 \times 6 R_3 = 2 \times 6 \times 6 \times \frac{6}{3}f$$

$$2 \times 6 R_2 + (2 \times 6 \times 6 - 2 \times 6 - 2 \times 6) R_3 = 0$$

联立解此二式, 便得

$$R_2 = \frac{16}{5}f \quad R_3 = -\frac{4}{5}f$$

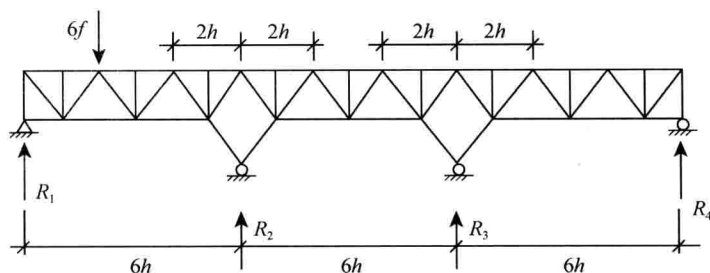


图 1.1.4 三跨模型

例 1.1.3 跨度不等的桁架及作用荷载如图 1.1.5 所示，求所有 5 个支座反力。

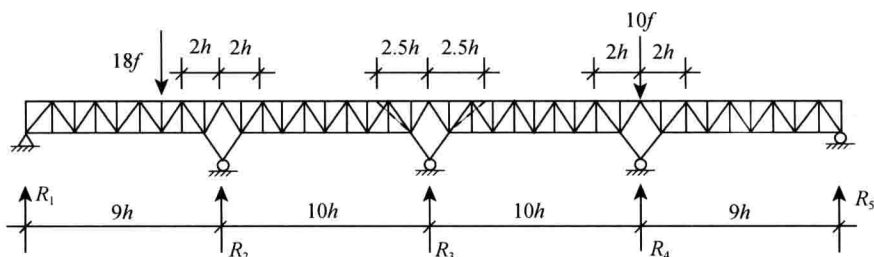


图 1.1.5 四跨模型

〔解〕 根据式 (1.1.6) (左端为端跨)，写出

$$(2 \times 9 \times 10 - 2 \times 9 - 2 \times 10)R_2 + 2.5 \times 9R_3 = 2 \times 9 \times 10 \times \frac{6}{9} \times 18f$$

根据式 (1.1.5)，写出三反力方程 (左、右跨相等)

$$2R_2 + 2(10 - 2.5)R_3 + 2R_4 = 0$$

根据式 (1.1.7) (右端为端跨)，写出

$$2.5 \times 9R_3 + (2 \times 10 \times 9 - 2 \times 10 - 2 \times 9)R_4 = 2 \times 10 \times 9 \times 10f$$

整理可得

$$142R_2 + 22.5R_3 = 2160f$$

$$2R_2 + 15R_3 + 2R_4 = 0$$

$$22.5R_3 + 142R_4 = 1800f$$

联立求解的结果如下：

$$R_2 = \frac{38205f}{2414} = 15.826f$$

$$R_3 = -\frac{66f}{17} = -3.882f$$

$$R_4 = \frac{32085f}{2414} = 13.291f$$

对右端取力矩，解得

$$R_1 = \frac{10239f}{2414} = 4.242f$$

根据竖向力的平衡条件，可得

$$R_5 = -\frac{3565f}{2414} = -1.477f$$

最后，对左端取力矩，

$$18f \times 6h - R_2 \times 9h - R_3 \times 19h + 10f \times 29h - R_4 \times 29h - R_5 \times 38h = 0$$

这样便完成了校核。

第二节 便捷的力矩分配法数解技巧改造、移植

求解连续梁的支点力矩，除三力矩方程外，还有另一种十分有效的方法，这就是 Hardy Cross 大师创立的力矩分配法。此法一直为从事结构设计的工程师们喜爱，即使在电脑计算十分发达的今天，便捷的力矩分配法依然明显展现出它的工程适用性。

对于静定连续梁，这里推演出一种对支座反力逐步做校正的求解方法——反力逐次校正法。反力逐次校正法改造、移植力矩分配法的便捷数解技巧。

对图 1.2.1 (a) 所示的等跨桁架，当求解反力时可用图 1.2.1 (b) 所示结构替代。

当有一荷载置于中间铰时，可列出如下方程：

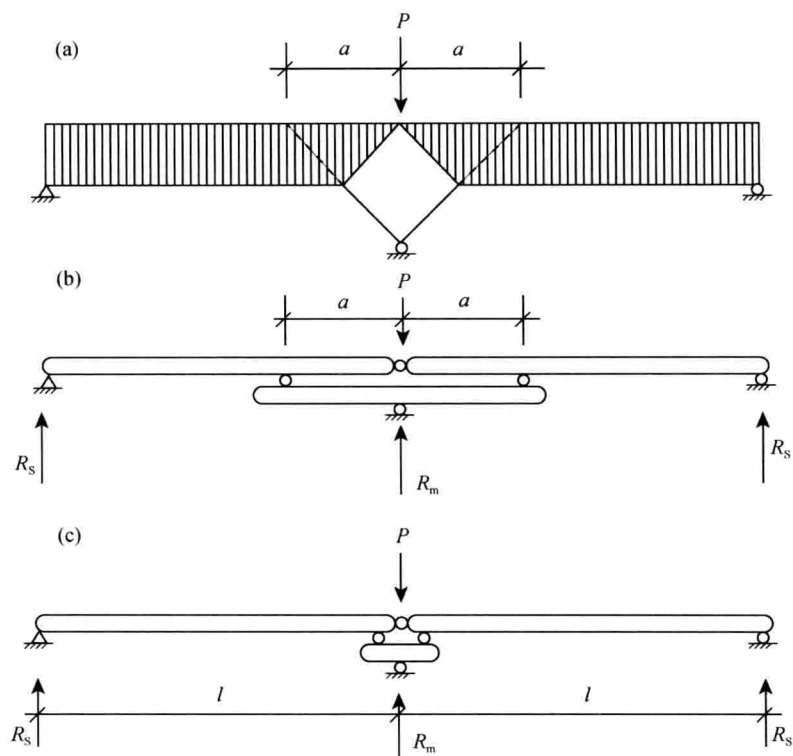


图 1.2.1 反力逐次校正计算步骤图示

$$R_s l + \frac{R_m}{2} a = 0 \quad (1.2.1)$$

$$2R_s + R_m = P \quad (1.2.2)$$

式中, R_s 为旁边支座反力。

联立求解式 (1.2.1) 和式 (1.2.2) 得到

$$R_m = \frac{lP}{l-a} \quad (1.2.3)$$

$$R_s = -\frac{aP}{2(l-a)} \quad (1.2.4)$$

如果 $a = 0$ [图 1.2.1 (c)], 则有

$$R_m = P \quad (1.2.5)$$

$$R_s = 0 \tag{1.2.6}$$

由此结果，我们便可以做这样的设想：当荷载和结构情况如图 1.2.1 (c) 所示时，荷载由中间反力 R_m 承担；若在中間支座处增设一垫梁，如图 1.2.1 (b) 所示，则 R_s 由 0 减至 $-\frac{aP}{2(l-a)}$ ，故 R_m 的增加值必为 $\frac{2aP}{2(l-a)} = \frac{aP}{l-a}$ 。

由此假想，可归结出一组求解此类结构反力的逐次校正的系列步骤，现用图 1.2.2 所示简单的二跨模型数例做说明。

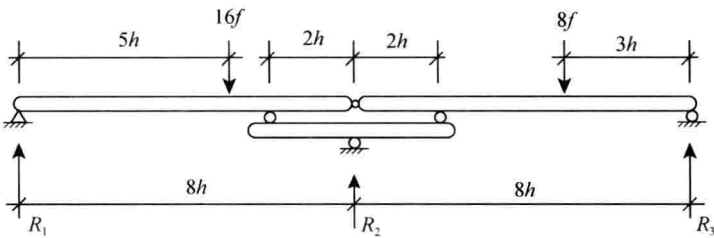


图 1.2.2 二跨模型

(1) 根据以上叙述，中间反力 R_2 的校正系数为

$$\frac{a}{l-a} = \frac{2h}{8h-2h} = \frac{1}{3} \quad (\text{增加})$$

边反力的校正系数为中间反力校正系数一半的负值，为 $-\frac{1}{6}$ (减少)。

(2) 结构模型为二简支梁时的支座反力称为简支反力。

(3) 根据简支反力 R_2 对 R_1 、 R_2 和 R_3 做校正，算得校正反力。

(4) 简支反力与校正反力的总和就是最终结果。

表 1.2.1 中结果与上节例 1.1.1 的三反力方程计算结果符合。

表 1.2.1 反力逐次校正计算 (二跨模型)

反力	R_1	R_2	R_3
校正系数		$-\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{6}$	
简支反力	6	$10 + 3 = 13$	5
校正反力	$-\frac{13}{6}$	$13 \times \frac{1}{3} = \frac{13}{3}$	$-\frac{13}{6}$
结果 (f)	$\frac{23}{6}$	$\frac{52}{3}$	$\frac{17}{6}$

对于上节中图 1.1.4 所示的三跨模型，反力的校正可多次交错进行，计算过程见表 1.2.2。最终结果用无穷降等比级数求和公式完成计算，例如：

$$R_1 = \left[4 + \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{16}} \right) \right] f = \frac{52}{15} f$$

$$R_2 = (2 + 1) \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{16}} \right) f = \frac{16}{5} f$$

.....

表 1.2.2 中的计算结果与上节中例 1.1.2 的联立求解结果一致。

表 1.2.2 反力逐次校正计算（三跨模型）

反 力	R_1	R_2	R_3	R_4
校正系数		$-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$	
简支反力	4	2		
R_2 第一次校正	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	
R_3 第一次校正		$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
R_2 第二次校正	$-\frac{1}{32}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{32}$	
R_3 第二次校正		$\frac{1}{128}$	$-\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$
R_2 第三次校正	$-\frac{1}{512}$	$\frac{1}{256}$	$-\frac{1}{512}$	
R_3 第三次校正		$\frac{1}{2048}$	$-\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{2048}$
...	...	...	...	...
结果（ f ）	$\frac{52}{15}$	$\frac{16}{5}$	$-\frac{4}{5}$	$\frac{2}{15}$