

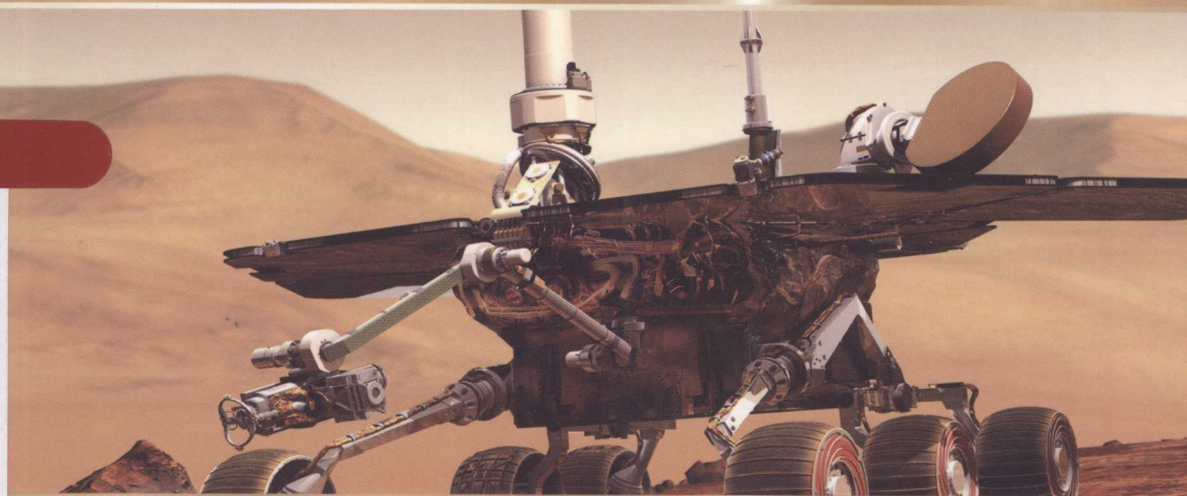


普通高等教育“十二五”规划教材
教育部世行贷款教改项目成果

大学物理解题思路、 方法与技巧

第2版

王建邦 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



014013259

04-44

181-2

普通高等教育“十二五”规划教材

教育部世行贷款教改项目成果

大学物理解题 思路、方法与技巧

第 2 版

主 编 王建邦
参 编 赵瑞娟 侯利洁 崔文丽
张永梅 郑忠喜 胡俊丽
杨 艳



机械工业出版社



北航

C1700523

04-44
181-2

014013529

本书是与王建邦主编的《大学物理学》第一、二卷(第4版)(机械工业出版社,2014年出版)配套的教材,书中内容按《大学物理学》第一、二卷的章节体系编排。为了符合学习者的认知规律,适应学习者自主学习的要求,本书组织了生动的物理素材,共收录157个例题和236个习题。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理解题思路、方法与技巧/王建邦主编. —2版. —北京:机械工业出版社,2014.1

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-111-45328-4

I. ①大… II. ①王… III. ①物理学—高等学校—题解 IV. ①04-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第315573号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:李永联 责任编辑:李永联

版式设计:常天培 责任校对:樊钟英

封面设计:马精明 责任印制:乔宇

北京机工印刷厂印刷(三河市南杨庄国丰装订厂装订)

2014年1月第2版第1次印刷

170mm×227mm·12.75印张·246千字

标准书号:ISBN 978-7-111-45328-4

定价:17.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649 机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

第2版前言

2010年出版的《大学物理解题思路、方法与技巧》已印刷4次,也使用了4届。为适应教学改革形势的发展和改进使用中发现的不足,遂进行修订。修订思路是:为纠正部分学生轻视数字运算能力的培养,在修订版中,对许多例题增加了数字运算,同时对许多习题的答案进行了订正;在第1版基础上增加了例题与习题,为进一步做到教学内容、例题与习题的有机结合,对部分例题与习题的顺序也进行了调整。

本次修订中的重大变化是,在每章后增加了第三部分“学生提问精选”。陶行知说“教学的成败,应不在于教师讲了多少知识,而在于学生问了多少为什么;不在于学生在课堂上接受了多少知识,而在于学生质疑、评判了多少”。这就意味着教学目的应重在促进学生积极思考与提问、促进学生注重探究与创新。著名物理学家李政道先生也告诫青年学子:“要创新,需学问,只学答,非学问;要创新,需学问,问愈透,创更新”。培养学生质疑问难意识和能力显得非常重要。“只要人类知识传承的历史过程没有质的技术性飞跃,问答模式将永远担当着知识学习的基础范本”。当前,学生缺少的就是发现问题、研究问题和分析问题的能力。提问是引导学生发现问题、解决问题的重要手段,如果能够为学生创造一个宽松的质疑、提问氛围,学生才能不被课堂、教师、书本所束缚,才能更好地激发联想能力、发散思维能力、发现问题的能力。为此,中北大学大学物理教学改革项目组搭建了一个学生自主提问的教学平台。“我有问题问老师”,为使每位学生无拘束地向老师自由提问,不限问题的深浅,只要是物理学及其应用范畴的问题,都可提出来与老师交流。从2009年开始,在开学的第一堂课给每位学生发一张A4纸,每次课结束前预留10~20分钟,让学生看书、交流,并将自己的问题写在A4纸上,课后交回教师,教师在提问纸上简易作答,下次课(或下一周)返回学生继续提问,如此循环直至期末。实施几年来,学生共提问3万多条(含内容相同的问题)。本次修订精选了其中一小部分供师生参考。既是学生提问,语气与文字尽量保持“原生态”,必要时用括号的方式进行修正。这些“学生提问精选”按不同层次,粗略分为以下几种类型:(1)基础知识型;(2)知识延伸型;(3)知识应用型;(4)学科间联想型;(5)深度思考型;(6)思维方法型等。“学生提问精选”有可能叙述不准确,

不完整,也未做答案,读者要在思考中判断。“学生提问精选”与教学安排密切相关,如第七、八、十七、十九章未选“学生提问精选”就是这一原因。

本书由王建邦担任主编,负责全书的统编与审核。参加本书修订的有赵瑞娟(第一~三章)、侯利洁(第四~六章)、张永梅(第七、第十四~十七章)、崔文丽(第九~十二章)、郑忠喜(第十八、第二十~二十三章)、胡俊丽(第二十四~二十五章、第二十七~三十章)、王建邦(第八、第十三、第十九、第二十六章),杨艳(选编第一~三十章“学生提问精选”)。

编者

译 (章三十二~三十二章, 章八十章) 曹忠康, (章三十一~四十章, 章六章) 孙永
三十, 八章) 陈鹤王 (章十三~三十二章, 章五十二章, 章四十二章) 邵剑峰
(章六十二, 六十

第1版前言

曹忠康

“大学物理”作为理工科院校非物理专业的一门重要基础课,不但有助于培养学生处理复杂事物和探索未知领域的能力,而且是提高科学素质的一门核心课程。为了帮助学生更好地掌握大学物理的基本知识,加强理论联系实际的能力培养,增强个性化学习,调动学习主动性,反复加强练习,特将王建邦主编的《大学物理学》第一卷与第二卷(简称教材)中的大部分例题与习题剥离出来而编写成此配套教材,取名为《大学物理解题思路、方法与技巧》(简称题解)。“题解”共收入例题148道,习题226道,与“教材”一并供学生配套使用。

目前,国内外各大学在改革大学物理教学内容的同时,都十分重视全面系统地编写例题及习题。经验表明,即使学生还处在并不十分理解物理意义的阶段,如能反复做题,也会逐步加深对物理学的理解,因为通过做题,可以起到复习、巩固所学知识、加深对教学内容的理解、提高运用所学知识解决问题的能力以及扩大知识面的作用。解题这一教学环节对学生明确课程重点,掌握主要概念、基本原理及定律,及其灵活运用知识都有十分重要的作用。正如索末菲对海森堡所说,“通过孜孜不倦地做习题,就可以明了,哪些知识你已经掌握了,哪些还没有”。

解题是思维的体操,本书侧重使读者从例题中逐步领悟和学会解题的思路、方法与技巧,然后在解题中举一反三,触类旁通,为了达到既不增加学生学习负担,又要提高其分析问题与解决问题的能力之目的,本书中有的题解较为详尽,有的较为简练,有的给出的解答并不唯一,鼓励学生尝试用其他方法求解。学生每做一题,应对该题的物理内容有完整的理解,而不要仅满足得出一个正确答案。

本书按“教材”章节结构与理论体系进行编排,注意“教材”与“题解”的内在联系与衔接,以问题为中心,从实践出发,按学科知识的内在逻辑组织生动的物理素材,适应学习者自主学习的要求;通过循序渐进的知识体系安排,符合学习者的认知规律。

本书由王建邦担任主编,负责全书的统编与审核。参加本书编写工作的有赵瑞娟(第一~三章)、侯利洁(第四~六章)、崔文丽(第九~十二章)、张

目 录

第 2 版前言

第 1 版前言

第一章 质点力学 1

一、例题 1

二、习题 7

三、学生提问精选 10

第二章 质点系统的守恒定律 12

一、例题 12

二、习题 17

三、学生提问精选 19

第三章 连续体力学 20

一、例题 20

二、习题 25

三、学生提问精选 27

第四章 真空中的静电场 30

一、例题 30

二、习题 39

三、学生提问精选 41

第五章 真空中的稳恒磁场 43

一、例题 43

二、习题 52

三、学生提问精选 55

第六章 变化的电磁场 57

一、例题 57

二、习题 62

三、学生提问精选 65

第七章 引力场简介 67

一、例题 67

二、习题 69

第八章 标量场 71

一、例题 71

二、习题 74

第九章 机械振动 76

一、例题 76

二、习题 79

三、学生提问精选 80

第十章 机械波 82

一、例题 82

二、习题 87

三、学生提问精选 89

第十一章 光的干涉 92

一、例题 92

二、习题 96

三、学生提问精选 98

第十二章 光的衍射 100

一、例题 100

二、习题 103

三、学生提问精选 104

第十三章 光的偏振 106

一、例题 106

二、习题 108

三、学生提问精选 108

第十四章 热力学第一定律 110

一、例题 110

二、习题 114

三、学生提问精选 115

第十五章 热力学第二定律 117

一、例题 117

二、习题 119

三、学生提问精选 119

第十六章 热平衡态的气体分子

动理论	121	二、习题	159
一、例题	121	三、学生提问精选	160
二、习题	124	第二十四章 激光原理	162
三、学生提问精选	125	一、例题	162
第十七章 气体中的输运现象	127	二、习题	164
一、例题	127	三、学生提问精选	164
二、习题	130	第二十五章 晶体结构与结合力	168
第十八章 狭义相对论	132	一、例题	168
一、例题	132	二、习题	171
二、习题	136	三、学生提问精选	172
三、学生提问精选	137	第二十六章 晶格振动	174
第十九章 广义相对论简介	139	一、例题	174
一、例题(略)	139	二、习题	175
二、习题(略)	139	三、学生提问精选	176
第二十章 光(辐射)的波粒		第二十七章 物质的电磁性质	177
二象性	140	一、例题	177
一、例题	140	二、习题	179
二、习题	143	三、学生提问精选	180
三、学生提问精选	145	第二十八章 能带论基础	182
第二十一章 电子的波粒		一、例题	182
二象性	147	二、习题	183
一、例题	147	三、学生提问精选	183
二、习题	150	第二十九章 半导体	185
三、学生提问精选	151	一、例题	185
第二十二章 薛定谔方程	153	二、习题	187
一、例题	153	三、学生提问精选	188
二、习题	154	第三十章 原子核	190
三、学生提问精选	155	一、例题	190
第二十三章 氢原子中的电子	157	二、习题	193
一、例题	157	三、学生提问精选	194

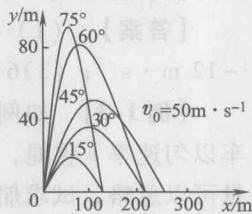
第一章 质点力学

一、例题

【例 1-1】 求斜抛小球的运动轨道方程。

【解题思路】 将小球视为质点，从质点运动学方程的分量式 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$ 中消去时间参量 t ，得 $y = y(x)$ ，即为质点运动轨道方程。

【解题方法】 取平面坐标系画图(例 1-1 图)。设斜抛小球初速度为 v_0 ，斜抛仰角为 θ_0 (图中未标出)，按高中物理，先分别写出小球水平方向、竖直方向的位置坐标-时间函数关系



$$x = v_0 \cos \theta_0 t \quad (1)$$

$$y = v_0 \sin \theta_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

例 1-1 图

联立式(1)与式(2)，消去参数 t ，得轨道方程

$$y = \tan \theta_0 x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2 \quad (3)$$

【解题技巧】 在以小球抛出点为坐标原点的平面坐标系中求解。

【答案】 $y = \tan \theta_0 x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta_0} x^2$ (例 1-1 图所示为同一 v_0 、不同 θ_0 时对应的运动轨道)

【例 1-2】 质点作直线运动，运动方程为 $x = 12t - 6t^2$ (式中， x 以 m 为单位， t 以 s 为单位)。

求：(1) $t = 4\text{s}$ 时质点的位置、速度和加速度；

(2) 质点通过原点时的速度和加速度；

(3) 质点速度为零时所在的位置。

【解题思路】 先将 $x = x(t)$ 对时间求导，然后利用位置、速度、加速度与时间 t 的函数关系求解。

【解题方法】 (1) 将 $t = 4\text{s}$ 代入运动方程，得 $t = 4\text{s}$ 时质点位置 $x = -48\text{m}$ ，将 $x = 12t - 6t^2$ 对时间求一阶导数，得质点速度表达式

$$v = \frac{dx}{dt} = 12 - 12t \quad (1)$$

按题意, $t=4\text{s}$ 时, $v = -36\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

将式(1)再对时间求导, 得质点加速度表达式

$$a = -12\text{m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (2)$$

此题加速度为常数。

(2) 质点过原点时 $x=0$, 将 $x=0$ 代入 $x=12t-6t^2$ 得

$$12t-6t^2=0 \quad (3)$$

解得质点过原点的时刻为 $t=0$, $t=2\text{s}$, 将其代入式(1), 可得质点通过原点的速度。而加速度在此例中始终不变。

(3) 令式(1)为零, 得质点速度为零的时刻为 $t=1\text{s}$, 将 $t=1\text{s}$ 代入 $x=12t-6t^2$ 中, 得质点速度为零时的位置。

【解题技巧】 从已知条件中求出相应时刻(间)的速度、加速度表达式。

【答案】 (1) -48m , $-36\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $-12\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; (2) $\pm 12\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $-12\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; (3) 6m 。

【例 1-3】 如例 1-3 图所示, 湖面上有一条船, 在岸边高崖上的船工通过绞车以匀速率 v 收绳, 将船拉向岸边。如果绳子的质量可以忽略, 试求船沿 x 轴的速度与加速度。

【解题思路】 先建立小船沿 x 轴的运动方程, 然后将方程对时间求导, 即可依次得到小船的速度和加速度。

【解题方法】 如例 1-3 图所示, 取绞车对湖面的垂足 O 为坐标原点。图中直角三角形的斜边 l 为某时刻的绳长, h 为绞车离湖面的距离, 由直角三角形可知小船在任意时刻 t 的位置坐标 x 满足以下关系

$$x^2 = l^2 - h^2 \quad (1)$$

将式(1)开方得小船的运动方程, 为简化运算, 将上式两边直接对时间求一阶导数, 可得

$$2x \frac{dx}{dt} = 2l \frac{dl}{dt} \quad (2)$$

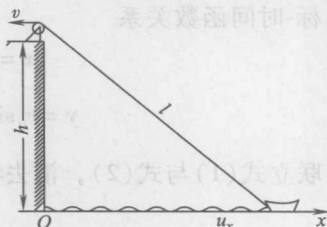
式中, dx/dt 为小船速度; dl/dt 为收绳速率。由于崖上的船工以匀速率 v 收绳, 因此有

$$dl/dt = -v \quad (3)$$

将式(3)代入式(2), 经整理, 得船的速度为

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{l}{x} \frac{dl}{dt} = -\frac{l}{x} v = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x} v \quad (4)$$

式中, 负号表示船速逆 x 轴方向, 将式(4)对时间求导, 得小船的加速度



例 1-3 图

$$a_x = \frac{du_x}{dt} = \frac{vh^2}{x^2 \sqrt{x^2 + h^2}} \frac{dx}{dt} = -\frac{v^2 h^2}{x^3} \quad (5)$$

式中, 负号表示船速不断减小。

【解题技巧】 从图中直角三角形找出小船在任意时刻 t 的位置坐标 x 。

【答案】 $-\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v, -\frac{v^2 h^2}{x^3}$ 。

【例 1-4】 如例 1-4 图所示, 一质点在半径为 R 的圆周上以恒定的速率 v 运动, 质点由位置 A 运动到位置 B , OA 和 OB 间的圆心角为 $\Delta\theta$ 。

(1) 试证位置 A 和 B 之间的平均加速度大小为 $\langle a \rangle = \sqrt{2(1 - \cos\Delta\theta)} v^2 / (R\Delta\theta)$;

(2) 当 $\Delta\theta$ 分别等于 90° 、 30° 、 10° 和 1° 时, 平均加速度各为多少? 并对结果加以讨论。

【解题思路】 由平均加速度定义求其大小。

【解题方法】 (1) 设例 1-4a 图中质点在 A 点、 B 点的速度分别为 $\mathbf{v}_1$ 和 $\mathbf{v}_2$, 平均加速度定义为

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1)$$

平均加速度的大小为

$$\langle a \rangle = \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} \quad (2)$$

上式中 $|\Delta \mathbf{v}|$ 可由例 1-4 图 b 中的速度矢量三角形得到, 图中 $\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$, 对矢量三角形应用余弦定理

$$|\Delta \mathbf{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos\Delta\theta} = v \sqrt{2(1 - \cos\Delta\theta)} \quad (3)$$

而式(2)中 Δt 可由速度矢量 $\mathbf{v}$ 转过的角度 $\Delta\theta$ 求出, 即

$$\Delta t = \frac{\Delta S}{v} = \frac{R\Delta\theta}{v} \quad (4)$$

将式(3)与式(4)代入式(2)得

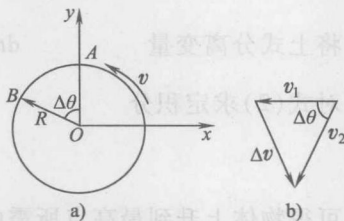
$$\langle a \rangle = \frac{|\Delta \mathbf{v}|}{\Delta t} = \sqrt{2(1 - \cos\Delta\theta)} \frac{v^2}{R\Delta\theta} \quad (5)$$

式(5)即为要证明的结果。

(2) 将 $\Delta\theta = 90^\circ$ 、 30° 、 10° 、 1° 分别代入式(5), 得 $\langle a_1 \rangle$ 、 $\langle a_2 \rangle$ 、 $\langle a_3 \rangle$ 、 $\langle a_4 \rangle$ 。

【解题技巧】 构建速度矢量三角形。

【答案】 (2) $0.9003 \frac{v^2}{R}$ 、 $0.9886 \frac{v^2}{R}$ 、 $0.9887 \frac{v^2}{R}$ 、 $1.000 \frac{v^2}{R}$ 。



例 1-4 图

【讨论】 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $\Delta\theta \rightarrow 0$, 匀速率圆周运动的平均加速度趋近于一极限值, 该值即为向心加速度 v^2/R , 本题隐含求向心加速度的方法。

【例 1-5】 质量为 1.5kg 的物体被竖直上抛, 初速度为 $60\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 物体受到的空气阻力数值与其速率成正比, 即 $F = kv$, 已知 $k = 0.03\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$, 求物体上升到最高点所需的时间及上升的最大高度。

【解题思路】 分析物体(质点)受力情况, 然后应用牛顿第二定律求解(变力问题)。

【解题方法】 如例 1-5 图所示, 以抛出点为坐标原点, 取竖直向上为 y 轴正向。物体受两个力, 分别是重力 $-mgj$ 与空气阻力 $-kvj$, 则在图示坐标系中牛顿第二定律可写为

$$-mg - kv = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

将上式分离变量

$$dt = -m \frac{dv}{mg + kv} \quad (2)$$

对式(2)求定积分

$$\int_0^t dt = -m \int_{v_0}^0 \frac{dv}{mg + kv} \quad (3)$$

可得物体上升到最高点所需的时间 t 。

$$t = -\frac{m}{k} \int_{v_0}^0 \frac{d(mg + kv)}{mg + kv} = -\frac{m}{k} \ln(mg + kv) \Big|_{v_0}^0$$

$$= -\frac{m}{k} \ln(mg) - \left[-\frac{m}{k} \ln(mg + kv_0) \right]$$

整理得

$$t = \frac{m}{k} \ln\left(\frac{kv_0}{mg} + 1\right) \quad (4)$$

代入相关数据可得 $t = \frac{1.5}{0.03} \times \ln\left(\frac{0.03 \times 60}{1.5 \times 9.8} + 1\right) \text{s} = 5.8 \text{s}$

利用微分变换

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} \quad (5)$$

将式(4)代入式(1), 得

$$-mg - kv = mv \frac{dv}{dy} \quad (6)$$

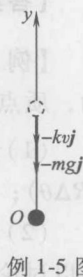
根据始末条件, 分离变量后积分

$$\int_0^y dy = - \int_{v_0}^0 \frac{mv dv}{mg + kv} \quad (7)$$

得物体上升的最大高度 y 。

利用积分公式

$$\int \frac{x dx}{a + bx} = \frac{1}{b^2} [bx - a \ln(a + bx)] + C$$



例 1-5 图

$$y = -m \int_{v_0}^0 \frac{v dv}{mg + kv} = -\frac{m}{k^2} [kv - mg \ln(mg + kv)] \Big|_{v_0}^0$$

整理得物体上升的最大高度 y

$$y = -\frac{m}{k^2} \left[mg \ln \left(\frac{kv_0}{mg} + 1 \right) - kv_0 \right] \quad (8)$$

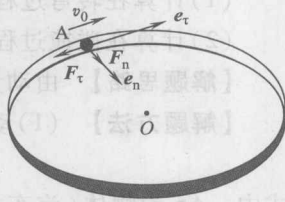
代入相关数据可得

$$y = -\frac{1.5}{0.03^2} \times \left[1.5 \times 9.8 \times \ln \left(\frac{0.03 \times 60}{1.5 \times 9.8} + 1 \right) - 0.03 \times 60 \right] \text{m} = 236 \text{m}$$

【解题技巧】将方程中出现的两个变量及其函数分列等式两侧以便积分(本题也可用求不定积分法)。

【答案】5.8s, 236m。

【例1-6】如例1-6图所示, 质量为 m 的物体 A 在光滑水平面上紧靠着固定于其上的圆环(半径为 R) 内壁作顺时针圆周运动, 物体与环壁间的动摩擦因数为 μ , 已知物体初速率为 v_0 , 求任一时刻 t 时物体的速率 v 。



例1-6图

【解题思路】分析物体(质点)A 的受力情况, 应用牛顿第二定律求解。

【解题方法】如例1-6图所示, 物体除受铅垂方向重力和桌面支持力(图中未标出)外, 在水平面内还受到环壁的正压力 F_n 及滑动摩擦力 F_f 的作用。由于 A 在水平面内作变速圆周运动, 属二维变力问题, 此题宜取自然坐标(切向与法向坐标架)列牛顿第二定律的分量式

$$-\mu F_n = m \frac{dv}{dt} \quad (1)$$

$$F_n = m \frac{v^2}{R} \quad (2)$$

为解方程, 将式(2)代入式(1)得

$$-\mu \frac{v^2}{R} = m \frac{dv}{dt} \quad (3)$$

分离变量 v, t 后求定积分

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R} dt \quad (4)$$

式(4)两边同时积分

$$\left(-\frac{1}{v} \right) \Big|_{v_0}^v = \left(-\frac{\mu}{R} t \right) \Big|_0^t$$

$$\left(-\frac{1}{v} \right) - \left(-\frac{1}{v_0} \right) = \left(-\frac{\mu}{R} t \right)$$

整理得

$$v = v_0 \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu v_0}{R} t} \right)$$

即时刻 t 时的速率 v 。

【解题技巧】 采用牛顿运动定律的自然坐标分量式。

【答案】 $v_0 \left(\frac{1}{1 + \frac{\mu v_0}{R} t} \right)$ 。

【例 1-7】 一辆汽车质量为 1500kg ，速率为 $18\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ，在 4.5s 内完成了一个 90° 的向右急转弯后，撞在路边护栏上，并在 0.5s 内止动。

(1) 计算在转弯过程中作用在汽车上的平均冲力。

(2) 计算在碰撞过程中作用在汽车上的平均冲力。

【解题思路】 由动量定理，求平均冲力。

【解题方法】 (1) 动量定理是

$$I = \langle F \rangle \Delta t = \Delta p \quad (1)$$

式中， Δp 为物体(汽车)受平均冲量前后动量的变化。如例 1-7 图所示，设汽车在转弯过程中受到的平均冲力大小为 $\langle F_1 \rangle$ ，汽车转弯时间为 Δt_1 ，转弯前速度为 v_1 ，转弯后的速度为 v_2 ，按式(1)有

$$\langle F_1 \rangle \Delta t_1 = m(v_2 - v_1) = m\Delta v \quad (2)$$

由于汽车转弯过程速度方向改变 90° ，由例 1-7 图直角三角形得， Δv 的大小为

$$\Delta v = \frac{v}{\cos 45^\circ} \quad (3)$$

将式(3)代入式(2)，得平均冲力的大小 $\langle F_1 \rangle = \frac{mv}{\Delta t_1 \cos 45^\circ} = \frac{1500 \times 18}{4.5 \times \frac{\sqrt{2}}{2}} \text{N} = 8.49$

$\times 10^3 \text{N}$ ，方向沿 Δv 方向。

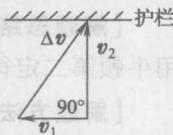
(2) 设在汽车碰撞路边护栏的过程中，作用在汽车上的平均冲力的大小为 $\langle F_2 \rangle$ ，作用时间为 Δt_2 ，因碰后汽车停止，速度为零，改写式(1)

$$\langle F_2 \rangle \cdot \Delta t_2 = 0 - mv \quad (4)$$

由式(4)得 $\langle F_2 \rangle = \frac{-mv}{\Delta t_2} = \frac{-1500 \times 18}{0.5} \text{N} = -5.4 \times 10^4 \text{N}$ ，方向沿 v_2 的相反方向。

【解题技巧】 正确画出汽车碰护栏转弯前后的速度矢量图。

【答案】 (1) $8.49 \times 10^3 \text{N}$ ，方向沿 Δv ，(2) $-5.4 \times 10^4 \text{N}$ ，方向沿 v_2 的相反方向。



例 1-7 图

【例 1-8】 某质点沿 x 轴作直线运动, 受力为 $F = (4 + 5x)i(N)$, 试求质点从 $x_0 = 0$ 运动到 $x = 10m$ 的过程中, 该力做的功。

【解题思路】 按求变力的功的方法积分。

【解题方法】 将变力 F 代入求功积分公式

$$A = \int_{x_0}^x \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} = \int_{x_0}^x (4 + 5x)\mathbf{i} \cdot d\mathbf{x} = \int_0^{10} (4 + 5x)dx = 290J \quad \text{【答案】}$$

上式中 $\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = 1$, 积分过程略。

【解题技巧】 写出一维变力做功积分公式。

【答案】 290J。

【例 1-9】 如例 1-9 图所示, 质点 m 以速率 v 在半径为 r_0 的水平圆周上作圆锥摆运动, 求质点对 A 点和 O 点的角动量。

【解题思路】 按角动量的定义式, 在图中标出质点对 A 点及 O 点的位置矢量后求解。

【解题方法】 角动量的定义式是

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (1)$$

图中以 A 点为参考点时, 将质点位矢 $\mathbf{r}_A$ 代入式(1), 得质点对 A 点的角动量

$$\mathbf{L}_A = \mathbf{r}_A \times m\mathbf{v} \quad (2)$$

其大小为

$$L_A = mvr_A = \frac{mvr_0}{\sin\theta} \quad (3)$$

方向与 $\mathbf{r}_A$ 垂直, 如图所示。

同理, 质点 m 对 O 点的角动量为

$$\mathbf{L}_O = \mathbf{r}_O \times m\mathbf{v} \quad (4)$$

其大小为

$$L_O = mvr_0 \quad (5)$$

其方向垂直向上。

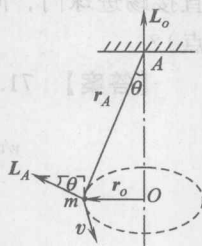
【解题技巧】 注意质点角动量所相对的参考点。

【答案】 $mvr_0/\sin\theta$, 在纸面上, 与 $\mathbf{r}_A$ 垂直; mvr_0 , 方向垂直向上。

二、习 题

【1-1】 已知质点在 xy 平面内运动, 如习题 1-1 图所示, 其运动方程分量为

$$x = 2t \quad y = 2t^2 \quad (1-1)$$



例 1-9 图

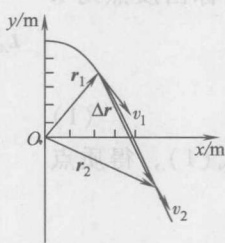
运动方程, (1) $y = 6 - 2t^2$ 求轨道方程, 并画出轨迹图。【8-1 题】

(2) 求 $t = 1\text{s}$ 到 $t = 2\text{s}$ 之间的 Δr , Δr 和 $\langle v \rangle$; 本题中 x, y 的单位是 m , t 的单位是 s , v 的单位为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

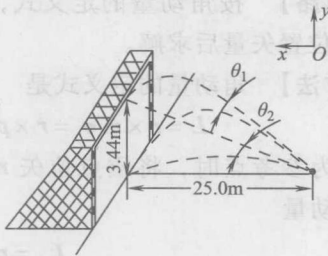
【答案】 (1) $y = 6 - \frac{x^2}{2}$, (2) $2i - 6j$, 0 , $2i - 6j$ 。

【1-2】 如习题 1-2 图所示, 一足球运动员在正对球门前 25.0m 处以 $20.0\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的初速率罚任意球, 已知球门高为 3.44m 。若要在垂直于球门竖直平面内将足球直接踢进球门, 问他应在与地面成什么角度的范围内踢出足球(足球可视为质点)?

【答案】 $71.11^\circ \geq \theta_1 \geq 69.92^\circ$, $27.92^\circ \geq \theta_2 \geq 18.89^\circ$ 。



习题 1-1 图



习题 1-2 图

【1-3】 一质点在 xy 平面内运动, 在某一时刻它的位置矢量 $r = (-4i + 5j)\text{m}$, 经 $\Delta t = 5\text{s}$ 后, 其位移 $\Delta r = (6i - 8j)\text{m}$ 。求: (1) 此时刻的位矢; (2) 在 Δt 时间内质点的平均速度。

【答案】 (1) $(2i - 3j)\text{m}$, (2) $\left(\frac{6}{5}i - \frac{8}{5}j\right)\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ 。

【1-4】 质点在半径为 R 的圆周上以角速度 ω ($\omega = 2\pi/T$, T 为周期) 作匀速率圆周运动, 试用笛卡儿坐标系表示其运动的速度及加速度。

【答案】 $\omega R[(-\sin\omega t)i + (\cos\omega t)j]$, $-\omega^2 R[(\cos\omega t)i + (\sin\omega t)j]$ 。

【1-5】 当物体以较低速度通过流体(气体或液体)时, 假定黏滞力 $F = -k v$, 试求: (1) 物体竖直自由下落后的极限速度(极大速度); (2) 在物体竖直自由下落过程中速度随时间的变化规律; (3) 在物体竖直自由下落过程中位置随时间的变化规律。(设所受浮力为 F')

【答案】 (1) $v_{\max} = (mg - F)/k$, (2) $v = v_{\max}(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$, (3) $x = v_{\max}\left(t + \frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t} - \frac{m}{k}\right)$ 。

【1-6】 如习题 1-6 图所示, 有一带电粒子沿竖直方向高速向上运动, 初速