毛纲源考研数学辅导系列

全国硕士研究生入学考试考前冲刺必备

考研数学一

全真模拟试题及解析

毛纲源 编著

本书在手 考研无忧

考前冲刺 查漏补缺 检验复习效果

理清思路 轻松上阵 取得理想成绩

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

毛纲源考研数学辅导系列

全国硕士研究生入学考试考前冲刺必备

考研数学一全真模拟试题及解析

（根据教育部最新考研大纲编写）

毛纲源　编著

考前冲刺　查漏补缺　检验复习效果

理清思路　轻松上阵　取得理想成绩

华中科技大学出版社

中国·武汉

内 容 提 要

根据教育部最新考研数学大纲的内容，作者分析了历年常考题型及近几年已考或未考的知识点，精心组织，认真选编了十套全真模拟试卷（每套试卷都给出了详细的解析），其选题覆盖面广，重难点突出.

本书可作为广大考生考前冲刺，查漏补缺，检验复习效果的不可多得的必备复习资料.相信使用过本书的读者能够轻松上阵，取得理想成绩.

图书在版编目(CIP)数据

考研数学一全真模拟试题及解析/毛纲源　编著.—武汉：华中科技大学出版社，2013.11
ISBN 978-7-5609-9502-1

Ⅰ.①考…　Ⅱ.①毛…　Ⅲ.①高等数学-研究生-入学考试-题解　Ⅳ.①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 287047 号

考研数学一全真模拟试题及解析　　毛纲源　编著

策划编辑：王汉江(QQ:14458270)
责任编辑：王汉江
封面设计：范翠璇
责任校对：于　涛
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　　邮编：430074　　电话：(027)81321915
录　　排：武汉市洪山区佳年华文印部
印　　刷：华中理工大学印刷厂
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：12.75
字　　数：264 千字
版　　次：2014 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：28.00 元

前　言

硕士研究生入学数学考试，考查的内容大都是数学基本概念、基本方法和基本原理，以此为基础，考查考生的运算能力、抽象概括能力、逻辑思维能力和综合运用所学知识解决实际问题的能力.

本书选编的十套全真模拟试题，选题覆盖面广，题型新颖，重点题型突出.特别对综合性试题、应用性试题和证明题等有关重点内容的选择，难易适度，符合实际考试要求.每套试题都附有详尽的解析，特别是对选择题和填空题，全部给出了详细的解答.

本书对历年已考过的真题未进行收录(除个别特别典型的考研数学试题外)，主要是为了帮助读者通过做模拟试题能真正检验自己的复习效果，起到查漏补缺的作用.

另外，本人编写的数学一、数学二和数学三的模拟试题基本上不重复，相关的模拟试题均可作为报考数学一、数学二和数学三的考生考前冲刺使用.

建议考生在使用本书时不要就题论题，而是要通过做题发现一些规律性的东西，使隐含在其中的方法技巧为己所有、为己所用，从而迅速提高自己的水平和应试能力，取得理想的考试成绩.

在使用本书时，读者如果感觉基础欠佳，可以参阅本人编写的《考研数学一常考题型解题方法技巧归纳(第二版)》.

希望这本书能对广大考生有所帮助，为考研成功助一臂之力.希望考试时某些试题会让你产生“似曾相识”甚至“一见如故”的感觉，带来意外的惊喜.

在本书编写过程中参考了众多的相关辅导资料，在此特向有关作者表示真诚谢意！

由于时间仓促和作者水平有限，书中难免有疏漏和不妥之处，恳请广大读者、同行的专家赐教！

编　者

2013 年 11 月于武汉理工大学

读者书评

毛纲源老师的考研数学系列辅导书自出版以来，深受读者青睐，受到读者的一致好评。现将各大网站（当当网、卓越网、京东商城、苏宁易购、淘宝网等，关键字搜索“毛纲源”）部分读者的反馈信息收集整理如下，以飨读者.

回愿帖！毛老师的书—你值得拥有！2013-04-18 18:18

去年用的毛纲源老师的考研系列辅导书，数学 148 分，如愿以偿考上清华。呵呵！特赞一下！～

最新考研数学一，很好的一本书！2012-09-18 12:53

对考研的知识点总结得很全面，几乎囊括的所有的解题方法，而且对知识点的分类也很细致。绝对是一本强大的辅导资料，用过之后，你会发现对知识点会有一个清晰的认识，做题时思路也会很清晰。

题型全，试题经典！2012-09-13 23:24

对基本概念、基本理论进行剖析，同时配合经典例题介绍了许多新的、快捷的解题方法和技巧。适合第二轮复习。

相信毛老师的书！2012-04-17 17:59

如果你选择了此书，请就以此书为主，不要再买其他资料，最多再加历年真题、若干模拟题，那么 135 分以上不是梦！

很细致，很到位，值得购买 ！2012-04-05 18:12:35

囊括了大部分考研题型……内容很经典，很实用！强烈推荐！相当不错！

确实物有所值 2011-04-05 18:12:35

准备考研啦！以前的知识点遗忘的差不多了，很是郁闷，师兄推荐了华科大出版社出版的毛纲源编写的考研书，书中归纳的解题方法与技巧是其他参考书里没有的。很赞！对我帮助很大！

题目讲解很细，分难度解析 2010-11-23 16:40:19

很喜欢这本书，题目讲解得很细，归纳得很好，分层次地解答，总结得通俗易懂，基础中有提高，让你很开心地就掌握了方法。内容真的不错！

是老师介绍我们买的 2010-03-11 16:54:29

数学老师说毛纲源的考研系列书很好，买了之后看了，觉得书中的案例太经典了，值得推荐！

书很好，很好，值得一看！2010-12-15 20:28:51

我们数学老师给我们推荐买的，这本书的体系很好，是按照题型来编排的，而且题很好，推荐这本书。

解题方法新颖，独到！2010-05-28 18:20

本书紧扣考研数学大纲，按题型展开。使用后，解题思路更加清晰了，解题效率也提高得很快。

书很好，值得推荐！2010-10-20 11:50:30

注重归纳总结，力求一题多解，解答规范、详细。思路清晰，很适合我用来考前突击。

目　　录

数学一全真模拟试题(试卷一)

一、选择题(1～8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设 $f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上连续,$F(x)=\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$,则下列命题中错误的是(　　).

(A) 若 $f(x)$是偶函数,则 $F(x)$是奇函数

(B) 若 $f(x)$是奇函数,则 $F(x)$是偶函数

(C) 若 $f(x)$以 T 为周期且是偶函数,则 $F(x)$以 T 为周期且是奇函数

(D) 若 $f(x)$以 T 为周期且是奇函数,则 $F(x)$以 T 为周期且是偶函数

2. 设正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln(1+a_n)$ 收敛,则级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\sqrt{a_n a_{n+1}}$(　　).

(A) 条件收敛　　(B) 绝对收敛　　(C) 发散　　(D) 敛散性不确定

3. 设 $F(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t+\int_0^{\frac{1}{x}} \frac{1}{1+t^2}\mathrm{d}t$,则(　　).

(A) $F(x)\equiv 0$　　(B) $F(x)=\pi/2$

(C) $F(x)=\arctan x$　　(D) $F(x)=2\arctan x$

4. 微分方程 $y''-y'=\mathrm{e}^x+1$ 的一个特解具有的形式为(　　).

(A) $A\mathrm{e}^x+B$　　(B) $Ax\mathrm{e}^x+B$　　(C) $A\mathrm{e}^x+Bx$　　(D) $Ax\mathrm{e}^x+Bx$

5. 若 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$ 都是四维列向量,且四阶行列式$|(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_1)|=m$,$|(\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3)|=n$,则四阶行列式$|(\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2)|$等于(　　).

(A) $m+n$　　(B) $-(m+n)$　　(C) $n-m$　　(D) $m-n$

6. 设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关,则下列向量组中线性无关向量组是(　　).

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_3-\boldsymbol{\alpha}_1$

(B) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$

(C) $\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2,2\boldsymbol{\alpha}_2+3\boldsymbol{\alpha}_3,3\boldsymbol{\alpha}_3+\boldsymbol{\alpha}_1$

(D) $\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3,2\boldsymbol{\alpha}_1-3\boldsymbol{\alpha}_2+22\boldsymbol{\alpha}_3,3\boldsymbol{\alpha}_1+5\boldsymbol{\alpha}_2-5\boldsymbol{\alpha}_3$

7. 设 X 为随机变量，若矩阵 $\mathbf{A}=\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & -X \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$ 的特征值全为实数的概率为 0.5，则（　　）.

(A) X 服从区间$[0,2]$上的均匀分布　　(B) X 服从二项分布 $B(2,0.5)$

(C) X 服从参数为 1 的指数分布　　(D) X 服从正态分布

8. 设随机变量 X,Y 相互独立且都服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，若概率 $P(aX-bY<\mu)=1/2$，则（　　）.

(A) $a=1/2,b=1/2$　　(B) $a=1/2,b=-1/2$

(C) $a=-1/2,b=1/2$　　(D) $a=-1/2,b=-1/2$

二、填空题（9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上）

9. 交换二次积分次序 $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^{\arcsin y} f(x,y)\mathrm{d}x=$ ________.

10. 若函数 $f(x,y)=2x^2+ax+xy^2-y$ 在点$(1,1)$处取得极值，则常数 $a=$ ________.

11. 如果幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}a_n(x-1)^n$ 在 $x=-1$ 收敛，在 $x=3$ 发散，则其收敛半径为________.

12. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{(x-1)^{\alpha}}\cos\dfrac{1}{x-1}, & x>1,\\ 0, & x\leqslant 1,\end{cases}$ 若 $f(x)$在 $x=1$ 处可导，则 α 的取值范围是________.

13. 设 $\mathbf{A}$ 是三阶可逆矩阵. 如果 $\mathbf{A}^{-1}$ 的特征值为 1,2,3，则$|\mathbf{A}|$的代数余子式 $A_{11}+A_{22}+A_{33}=$ ________.

14. 设随机事件 A、B 及其和事件 $A\cup B$ 的概率分别是 0.4,0.3 和 0.6. 若 $\overline{B}$ 表示 B 的对立事件，则积事件 $A\overline{B}$ 的概率 $P(A\overline{B})=$ ________.

三、解答题(15～23 小题,共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15.(本题满分 10 分) 设 $f(x)$在$[a,+\infty)$上可导,且当 $x>a$ 时,$f'(x)<k<0$(k 为常数). 证明:如果 $f(a)>0$,则方程 $f(x)=0$ 在区间$\left[a,a-\dfrac{f(a)}{k}\right]$上有且仅有一个实根.

16.(本题满分 10 分) 求抛物线 $y^2=4$ 与直线 $y=-2x+4$ 所围成的均匀薄片的重心.

17.(本题满分 10 分) 求椭球面 $x^2+2y^2+z^2=22$ 上平行于平面 $x-y+2z=0$ 的切平面方程.

18.（本题满分 10 分） 若函数 $F(x,y,z)$满足 $F''_{xx}+F''_{yy}+F''_{zz}=0$，证明

$$\iiint\limits_{\Omega}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2\right]\mathrm{d}v=\oiint\limits_{S}F\frac{\partial F}{\partial n}\mathrm{d}S,$$

其中 Ω 是光滑闭曲面 S 所围的区域，$\frac{\partial F}{\partial n}$是 F 在曲面 S 上沿曲面 S 的外向法线的方向导数.

19.（本题满分 10 分） 作变换 $t=\tan x$，把微分方程

$$\cos^4 x\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}+2\cos^2 x(1-\sin x\cos x)\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+y=\tan x$$

变成 y 关于 t 的微分方程，并求原微分方程的通解.

20.（本题满分 11 分） 设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 是 n 维列向量，且 $\boldsymbol{\alpha}_n\neq\boldsymbol{0}$. 若 $\boldsymbol{A\alpha}_1=\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{A\alpha}_2=\boldsymbol{\alpha}_3,\cdots,\boldsymbol{A\alpha}_{n-1}=\boldsymbol{\alpha}_n,\boldsymbol{A\alpha}_n=\boldsymbol{0}$.

(1) 证明 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_n$ 线性无关；

(2) 求 $\boldsymbol{A}$ 的特征值、特征向量.

21.（本题满分 11 分） 若 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 为两个 n 阶矩阵，且 $\boldsymbol{ABA}=\boldsymbol{B}^{-1}$，证明：

$$\text{秩}(\boldsymbol{E}-\boldsymbol{AB})+\text{秩}(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{AB})=n.$$

22.（本题满分 11 分） 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}(1/2)\cos(x/2), & 0\leqslant x\leqslant \pi,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

对 X 独立地重复观察 5 次，用 Y 表示大于 $\pi/3$ 的次数. 求 Y^2 的数学期望.

23.（本题满分 11 分） 设随机变量 $X\sim N(0,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_{10}$ 是取自总体 X 的简单随机样本，求统计量

$$F=\frac{3(X_1^2+X_2^2+X_3^2+X_4^2)}{2(X_5^2+X_6^2+\cdots+X_{10}^2)}$$

的分布及其自由度.

数学一全真模拟试题(试卷二)

一、选择题(1～8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一个选项符合题目要求,请将所选项前的字母填在题后的括号内)

1. 设 $\ln f(x)=\cos x$,则 $\int \frac{xf'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$ 等于(　　).

(A) $x\cos x-\sin x+C$　　(B) $x\sin x-\cos x+C$

(C) $x(\cos x+\sin x)+C$　　(D) $x\sin x+C$

2. 设在全平面上有 $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}<0$,$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}>0$,则下列条件中能保证 $f(x_1,y_1)<f(x_2,y_2)$ 的是(　　).

(A) $x_1<x_2,y_1<y_2$　(B) $x_1<x_2,y_1>y_2$　(C) $x_1>x_2,y_1<y_2$　(D) $x_1>x_2,y_1>y_2$

3. 设有无穷级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$,$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$,则(　　).

(A) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n=0$,则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$,$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 至少有一个收敛

(B) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_nb_n=1$,则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$,$\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 至少有一个发散

(C) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=0$,则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛,推出 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 发散

(D) 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\infty$,则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 发散,推出 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 发散

4. 设 $y_1=2x+\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{2x}$,$y_2=2x+\mathrm{e}^x$,$y_3=-\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{2x}+2x$ 都是某二阶常系数线性齐次方程的解,则此方程为(　　).

(A) $y''+3y'+2y=2x$　　(B) $y''-3y'+2y=4x-6$

(C) $y''-3y'+2y=x$　　(D) $y''+3y'+2y=x$

5. 设　$\boldsymbol{\alpha}_1=[1,0,0,\lambda_1]^{\mathrm{T}}$,　$\boldsymbol{\alpha}_2=[1,2,0,\lambda_2]^{\mathrm{T}}$,

$\boldsymbol{\alpha}_3=[-1,2,-3,\lambda_3]^{\mathrm{T}}$,　$\boldsymbol{\alpha}_4=[-2,1,5,\lambda_4]^{\mathrm{T}}$,

其中 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4$ 是任意实数,则(　　).

(A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 总是线性相关　　(B) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 总是线性相关

(C) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 总是线性无关　　(D) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 总是线性无关

6. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是四元非齐次线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的三个解向量，且 $\boldsymbol{A}$ 的秩 $\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=3$，$\boldsymbol{\alpha}_1=[1,2,3,4]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3=[0,1,2,3]^{\mathrm{T}}$，$C$ 表示任意常数，则线性方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{b}$ 的通解 $\boldsymbol{X}=$（　　）.

(A) $[1,2,3,4]^{\mathrm{T}}+C[1,1,1,1]^{\mathrm{T}}$　　(B) $[1,2,3,4]^{\mathrm{T}}+C[0,1,2,3]^{\mathrm{T}}$

(C) $[1,2,3,4]^{\mathrm{T}}+C[2,3,4,5]^{\mathrm{T}}$　　(D) $[1,2,3,4]^{\mathrm{T}}+C[3,4,5,6]^{\mathrm{T}}$

7. 已知二维随机变量(X,Y)服从二维正态分布，方差 $D(X)\neq D(Y)$，则（　　）.

(A) X 与 Y 一定独立　　(B) X 与 Y 一定不独立

(C) $X+Y$ 与 $X-Y$ 一定独立　　(D) $X+Y$ 与 $X-Y$ 一定不独立

8. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_{n+1}$ 是来自正态分导体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单随机样本，设

$$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i,\quad S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2,$$

已知 $T=k\dfrac{X_{n+1}-\overline{X}}{S}\sim t(m)$，则 k,m 的值分别为（　　）.

(A) $k=\sqrt{n/(n+1)},m=n-1$　　(B) $k=\sqrt{(n+1)/n},m=n-1$

(C) $k=\sqrt{(n+1)/n},m=n$　　(D) $k=\sqrt{n/(n+1)},m=n$

二、填空题（9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上）

9. 计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a^{x^2}-b^{x^2}}{(a^x-b^x)^2}(a>0,b>0)=$________.

10. 改变二重积分 $I=\int_0^{\pi}\mathrm{d}x\int_0^{\sin x}f(x,y)\mathrm{d}y$ 的积分次序得到 $I=$________.

11. 将函数 $f(x)=\dfrac{1}{(1-x)^2}$ 展为麦克劳林级数是________.

12. 设 S 为椭球 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}+z^2=1$ 的上半部分，已知 S 的面积为 A，则第一类曲面积分 $\iint\limits_S(4x^2+9y^2+36z^2+xyz)\mathrm{d}S=$________.

13. 设三阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1&0&3\\1&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}$，则 $|(\boldsymbol{A}^*)^*+4\boldsymbol{A}|=$________.

14. 设 $X\sim B(3,p)$，$Y\sim B(2,p)$，已知 $P(X\geqslant 1)=\dfrac{19}{27}$，则 $P(Y<1)=$________.

三、解答题(15～33 小题，共 94 分. 请将解答写在答题纸指定位置上，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15.(本题满分 10 分)　求 $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a^x+a^{-x}}{a^x-a^{-x}}(a>0)$.

16.(本题满分 10 分)　已知函数 $f(x)$在区间$[a,b]$上连续，在(a,b)内 $f'(x)$存在. 设连接 $A(a,f(a))$，$B(b,f(b))$两点的直线交曲线 $y=f(x)$于点 $C(c,f(c))$，且 $a<c<b$. 试证：在区间(a,b)内至少存在一点 ξ，使 $f''(\xi)=0$.

17.（本题满分 10 分） 设曲线 $y=y(x),x\in[0,t],y(x)\geqslant 0$. 若 $y=y(x)$ 在 $[0,t]$ 上的曲边梯形绕 x 轴旋转所得的旋转体体积的形心坐标为 $(\bar{x},0)$，$\bar{x}=4t/5$，求 $y=y(x)$.

18.（本题满分 10 分） (1) 求级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n}nx^{2n-1}}{4^{n}(2n)!}$ 的和函数 $S(x)$；

(2) 将 $S(x)$ 展开为 $x-\pi/3$ 的幂级数.

19.（本题满分 10 分） 求解微分方程 $y''-\frac{y'}{x}+\frac{y}{x^2}=\frac{2}{x}$.

20.（本题满分 11 分） 计算 $n(n\geqslant 2)$阶行列式

$$\Delta_n=\begin{vmatrix} x-a & a & a & \cdots & a \\ a & x-a & a & \cdots & a \\ a & a & x-a & \cdots & a \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a & a & a & \cdots & x-a \end{vmatrix}.$$