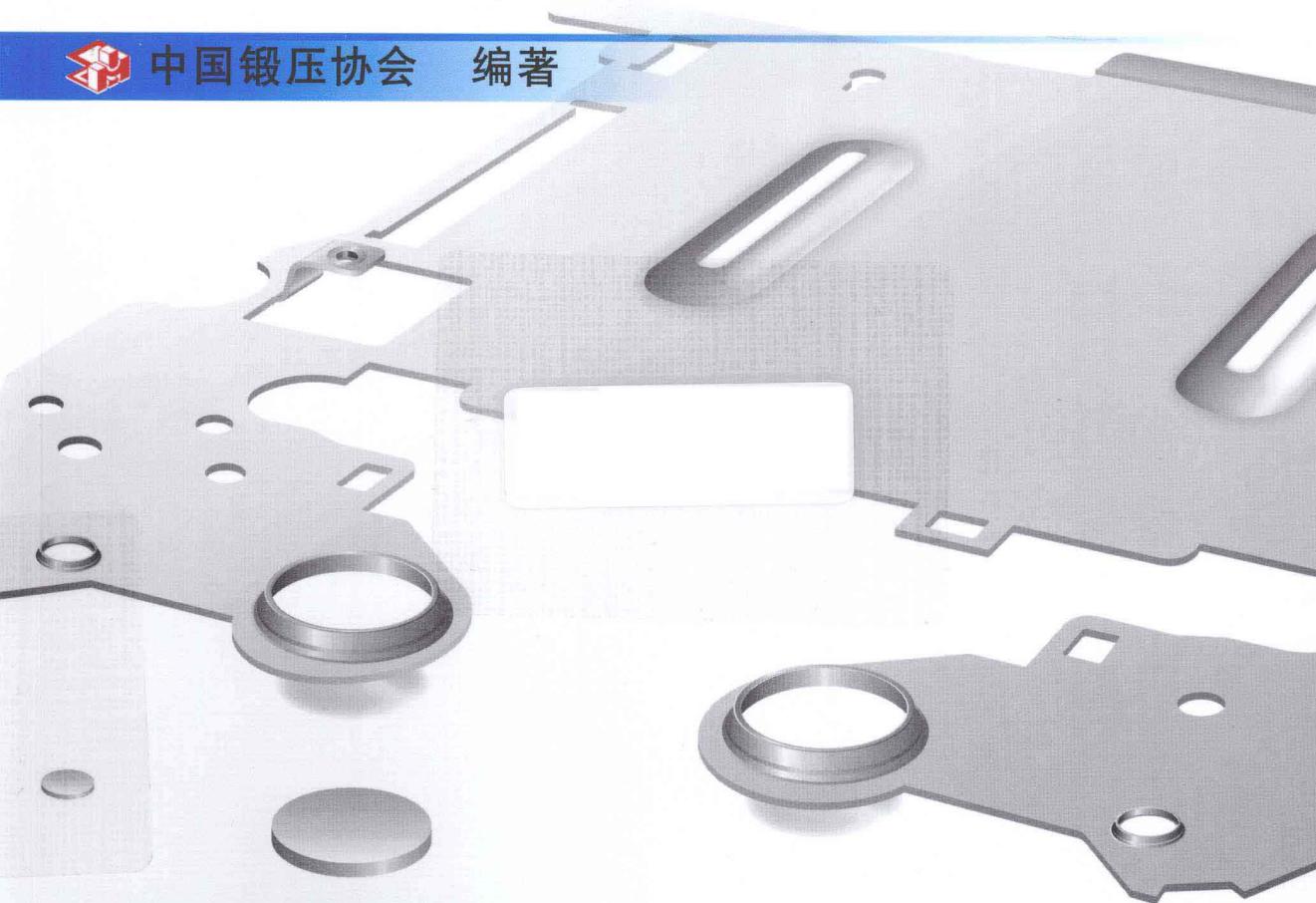




# 冲压技术基础



中国锻压协会 编著



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS



冲压技术丛书

# 冲 压 技 术 基 础

中国锻压协会 编著

主 编 宋拥政

参 编 (按姓氏笔画排序)

马 瑞 王卫卫 王野青 刘振堂 许发樾  
李光瀛 肖金福 张 琦 陈 军 陈勘实  
范建文 赵 军 赵升吨 高 军 管延锦



机械工业出版社

本书介绍冲压制造技术中新的综合性的共性基础内容。重点介绍冲压变形基础理论、冲压用金属板材料、冲压工艺、冲压模具、冲压数值模拟与模具数字化制造、省力与近均匀冲压技术、冲压设备和冲压生产设施。

本书可供冲压领域工程技术人员参考，也可作为理工科中高等院校的教学或培训教材，还适合机械制造与材料工程方向的研究生作为拓展性学习材料。同时还可作为政府部门、行业协会、科研院所和高等院校了解行业现状、制订发展规划、探究科研项目等的参考文献。

## 图书在版编目（CIP）数据

冲压技术基础/中国锻压协会编著. —北京：机械工业

出版社，2013.8

（冲压技术丛书）

ISBN 978-7-111-43836-6

I. ①冲… II. ①中… III. ①冲压 - 工艺 IV. ①TG31

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 203674 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：孔 劲

责任编辑：孔 劲 张丹丹 章承林 王海霞 韩 冰 吕 芳

版式设计：霍永明 责任校对：刘志文

封面设计：姚 毅 责任印制：杨 曦

北京双青印刷厂印刷

2013 年 11 月第 1 版第 1 次印刷

184mm×260mm • 51.25 印张 • 1271 千字

0 001 — 3 000 册

标准书号：ISBN 978-7-111-43836-6

定价：158.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

策划编辑：010-88379772

电话服务

网络服务

社 服 务 中 心：(010) 88361066 教 材 网：<http://www.cmpedu.com>

销 售 一 部：(010) 68326294 机 工 官 网：<http://www.cmpbook.com>

销 售 二 部：(010) 88379649 机 工 官 博：<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线：(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

# 前　　言

本书根据中国锻压协会“冲压技术丛书”主编提出的丛书编撰规划和与参编者进一步商定的编写大纲，由丛书主编组织国内相关高等院校、科研院所和行业协会的专家学者进行编撰。

参编单位有：燕山大学、钢铁研究总院、山东大学、中国模具协会、上海交通大学、西安交通大学、济南铸造锻压机械研究所有限公司、中国汽车工业工程公司、中国锻压协会。

本书介绍冲压制造技术中新的综合性的共性基础内容。重点介绍冲压变形基础理论（第1章）、冲压用金属板材料（第2章）、冲压工艺（第3章）、冲压模具（第4章）、冲压数值模拟与模具数字化制造（第5章）、省力与近均匀冲压技术（第6章）、冲压设备（第7章）和冲压生产设施（第8章）。

第1章由燕山大学赵军、马瑞撰写，第2章由钢铁研究总院李光瀛、王卫卫、肖金福、范建文撰写，第3章由山东大学管延锦、高军撰写，第4章由中国模具协会许发樾撰写，第5章由上海交通大学陈军、陈勘实撰写，第6章由西安交通大学张琦撰写，第7章由西安交通大学赵升吨、中国锻压协会宋拥政、山东大学管延锦、济南铸造锻压机械研究所有限公司刘振堂撰写，第8章由中国汽车工业工程公司王野青撰写。全书由中国锻压协会宋拥政统稿。

在此谨向参与本书编撰的全体专家、学者和出版工作人员表示衷心感谢！

编　　者

# 目 录

丛书序一

丛书序二

前言

## 第1章 冲压变形基础理论 ..... 1

1.1 概述 ..... 1

1.2 应力应变基本概念 ..... 2

  1.2.1 点的应力状态 ..... 2

  1.2.2 点的应变状态 ..... 3

1.3 屈服准则 ..... 3

  1.3.1 各向同性屈服准则 ..... 3

  1.3.2 各向异性屈服准则 ..... 6

1.4 材料模型 ..... 7

1.5 应力应变关系 ..... 8

  1.5.1 塑性应力应变关系与屈服准则的相关性 ..... 8

  1.5.2 各向同性流动理论 ..... 8

  1.5.3 各向异性流动理论 ..... 9

  1.5.4 面内同性厚向异性薄板的平面应力问题 ..... 13

1.6 塑性变形的基本方程 ..... 18

1.7 板材失稳理论 ..... 18

  1.7.1 单向拉伸失稳理论 ..... 18

  1.7.2 双向拉伸失稳理论 ..... 20

  1.7.3 理论成形极限图 ..... 22

1.8 轴对称薄板自由胀形解析 ..... 23

  1.8.1 轴对称薄板自由胀形的几何和力学特点 ..... 23

  1.8.2 轴对称薄板自由胀形解析的理论基础 ..... 24

  1.8.3 主应力之比与胀形轮廓之间的关系 ..... 26

  1.8.4 薄板自由胀形的力学解析 ..... 27

1.9 圆锥形件拉深过程的能量法解析 ..... 32

  1.9.1 轴对称曲面件拉深过程的力学模型 ..... 32

  1.9.2 接触摩擦的简化处理 ..... 33

  1.9.3 拉深力-行程曲线的能量法解析 ..... 34

1.10 板材拉深起皱失稳 ..... 38

  1.10.1 法兰起皱失稳 ..... 38

  1.10.2 圆锥形件拉深的侧壁起皱失稳 ..... 50

参考文献 ..... 54

## 第2章 冲压用金属板材料 ..... 55

2.1 新型金属板材料的品种性能及其技术特征 ..... 56

  2.1.1 材料成形性指数 ..... 56

  2.1.2 新型板材的品种与性能 ..... 58

  2.1.3 新型板材的主要技术特征 ..... 66

2.2 金属板材料的分类 ..... 68

  2.2.1 按晶体结构分类 ..... 68

  2.2.2 按基体金属种类与化学成分分类 ..... 70

  2.2.3 按生产工艺分类 ..... 72

  2.2.4 按用途分类 ..... 74

  2.2.5 按使用性能分类 ..... 75

  2.2.6 按加工与成形工艺特性分类 ..... 78

2.3 金属材料的晶体结构与强塑性 ..... 78

  2.3.1 金属材料的晶体结构 ..... 79

  2.3.2 位错理论与塑性变形 ..... 80

  2.3.3 临界分切应力与屈服强度 ..... 84

  2.3.4 金属材料屈服强度的影响因素 ..... 87

2.3.5 晶体结构对塑性的影响 .....	89
2.4 金属板材料冲压成形性能 .....	90
2.4.1 单向拉伸试验 .....	90
2.4.2 冲压成形用材料的强度 .....	92
2.4.3 成形性能基本参数的物理 意义 .....	95
2.4.4 平面应变拉伸试验 .....	96
2.4.5 双向拉伸试验 .....	96
2.4.6 剪切试验 .....	98
2.5 材料成形性能的评定试验方法 .....	99
2.5.1 冲压成形的基本类型及其对材 料成形性能的要求 .....	99
2.5.2 成形性能的专项评定试验方法 ..	100
2.5.3 成形极限图及其测试方法 .....	113
2.6 国内外常用金属板材料的标准、 牌号与性能 .....	115
2.6.1 冷轧钢板 .....	118
2.6.2 冷轧热镀锌、电镀锌及彩涂 钢板 .....	133
2.6.3 热轧钢板与钢带 .....	142
2.6.4 不锈钢板 .....	148
2.6.5 铝合金板 .....	151
2.6.6 镁合金板 .....	153
2.6.7 钛合金板 .....	155
2.7 典型冲压成形材料的成分、工艺、 组织与性能 .....	156
2.7.1 超深冲钢薄板 .....	156
2.7.2 铝合金薄板 .....	159
2.7.3 中厚钢板 .....	160
2.8 金属材料的强塑化机理与途径 .....	161
2.8.1 金属材料的强化机理与途径 ..	162
2.8.2 提高材料塑性与成形性能的 方法与工艺 .....	163
2.9 金属板材的发展及应用趋势 .....	164
2.9.1 高强度无间隙原子 (IF) 钢板 ..	164
2.9.2 相变诱导塑性 (TRIP) 钢板 ..	165
2.9.3 孪晶诱导塑性 (TWIP) 钢板 ..	167
2.9.4 淬火分离 (Q-P) 钢板 .....	168
参考文献 .....	168
<b>第3章 冲压工艺 .....</b>	<b>172</b>
3.1 冲压工艺概论 .....	172
3.1.1 冲压成形的特点及发展趋势 ..	172
3.1.2 冲压工艺分类 .....	173
3.1.3 冲压成形的基本规律 .....	174
3.2 分离 .....	179
3.2.1 冲裁 .....	179
3.2.2 管材与型材的冲裁 .....	209
3.2.3 精密冲裁 .....	215
3.2.4 高速冲裁 .....	217
3.3 弯曲 .....	223
3.3.1 板料弯曲 .....	223
3.3.2 管材弯曲 .....	249
3.4 拉深 .....	250
3.4.1 拉深基本原理及其工艺性 ..	250
3.4.2 圆筒形件拉深工艺性分析 ..	251
3.4.3 拉深过程的力学分析及尺 寸确定 .....	253
3.4.4 拉深过程易出现的缺陷及 防止措施 .....	257
3.4.5 无凸缘圆筒形件的拉深 工艺计算 .....	259
3.4.6 压边力、拉深力和拉深功 ..	263
3.4.7 有凸缘圆筒形件的拉深 .....	267
3.4.8 阶梯形零件的拉深 .....	270
3.4.9 曲面形状零件的拉深 .....	271
3.4.10 盒形件的拉深 .....	275
3.4.11 变薄拉深 .....	279
3.4.12 温差拉深 .....	281
3.4.13 大型覆盖件拉深 .....	282
3.4.14 关键工艺参数的确定 .....	288
3.5 成形 .....	291
3.5.1 胀形 .....	291
3.5.2 翻边 .....	304
3.5.3 缩口与扩口 .....	318
3.5.4 校形 .....	323
3.5.5 旋压 .....	324
3.6 特种成形 .....	330
3.6.1 板材充液成形 .....	330
3.6.2 管材充液成形 .....	332
3.6.3 电磁成形 .....	333
3.6.4 温热成形 .....	334
3.6.5 爆炸成形 .....	335

3.6.6 电液成形 .....	336	4.10 精冲模的类型及其结构与工艺参数 .....	550
3.6.7 激光冲击成形 .....	337	4.10.1 精冲模的类型与应用 .....	550
3.6.8 增量成形 .....	337	4.10.2 精冲模的结构与工艺参数 .....	550
3.6.9 冲锻复合成形 .....	338	参考文献 .....	552
参考文献 .....	339		
<b>第4章 冲压模具 .....</b>	<b>340</b>	<b>第5章 冲压数值模拟与模具数字化制造 .....</b>	<b>553</b>
4.1 概述 .....	340	5.1 板料冲压成形数值模拟基础 .....	553
4.2 冲模技术设计及冲模类型 .....	340	5.1.1 单元模型 .....	553
4.2.1 冲模技术设计 .....	340	5.1.2 屈服准则 .....	555
4.2.2 冲模的类型及其典型结构 .....	341	5.1.3 流动应力方程 .....	558
4.3 冲件及其技术要求 .....	420	5.1.4 硬化模型 .....	559
4.3.1 冲件的精度与尺寸公差等级 .....	420	5.1.5 失稳判据 .....	562
4.3.2 冲件的结构工艺性 .....	425	5.1.6 模拟算法 .....	562
4.3.3 冲件常用材料及其性能 .....	439	5.1.7 板料成形数值模拟网格划分 .....	565
4.4 冲模设计与制造的技术要求 .....	446	5.2 板料成形软件介绍 .....	566
4.4.1 冲模模架的技术要求 .....	446	5.2.1 全流程集成化板料成形数值模拟软件——FASTAMP .....	566
4.4.2 冲模零件的技术要求 .....	451	5.2.2 全工序板料成形数值模拟软件——AutoForm .....	567
4.5 冲模的结构形式与结构主体设计 .....	454	5.2.3 基于动力显式算法的成形数值模拟软件 LS-DYNA 和 PAM-STAMP 2G .....	568
4.5.1 冲模结构形式的确定 .....	454	5.3 板料成形数值模拟技术在产品设计过程中的应用 .....	568
4.5.2 冲模结构主体及其典型结构 .....	457	5.4 板料成形数值模拟技术在冲压行业中的应用 .....	570
4.6 冲裁模的结构与工艺参数 .....	483	5.4.1 在汽车覆盖件冲压成形中的应用 .....	570
4.6.1 冲裁过程与冲裁间隙 .....	485	5.4.2 在汽车结构件冲压成形中的应用 .....	572
4.6.2 凸、凹模刃口的几何参数 .....	492	5.4.3 在家电钣金件冲压成形中的应用 .....	574
4.6.3 压力中心的计算与确定 .....	494	5.5 冲压工艺和模具数字化设计 .....	575
4.6.4 冲裁成形工艺参数 .....	495	5.5.1 冲压工艺和模具设计的步骤 .....	576
4.7 弯曲模的结构与工艺参数 .....	497	5.5.2 冲压工艺和模具的数字化设计方法 .....	576
4.7.1 弯曲件的结构工艺性与尺寸公差等级 .....	497	5.5.3 应用实例 .....	579
4.7.2 弯曲变形过程与凸、凹模圆角半径 .....	500	5.6 冲压模具的数字化装配 .....	583
4.7.3 凸、凹模间隙及工作部位尺寸 .....	503	5.6.1 三维装配技术 .....	583
4.7.4 弯曲成形条件与工艺参数 .....	504		
4.8 拉深模的结构与工艺参数 .....	511		
4.8.1 凸、凹模圆角半径的计算 .....	510		
4.8.2 凸、凹模间隙的计算与设定 .....	513		
4.8.3 拉深成形的工艺条件 .....	516		
4.9 成形模的结构与工艺参数 .....	535		
4.9.1 起伏成形与胀形模的结构与工艺参数 .....	536		
4.9.2 翻边模的结构与成形工艺参数 .....	539		
4.9.3 缩口与扩口成形工艺参数 .....	547		

5.6.2 冲压模具的数字化装配方法	585	6.5.6 校平	674
5.6.3 应用实例	587	6.5.7 弯曲成形	675
5.7 冲压模具的数控加工技术	589	6.5.8 轧制成形	676
5.7.1 数控加工的基本特点	589	6.5.9 滚弯成形	677
5.7.2 数控加工指令的生成方法	590	6.5.10 单点数控增量成形	678
5.7.3 应用实例	595	6.6 增大自由流动的可能性来实现省	
5.8 冲压模具的检测技术	598	力成形的途径	681
5.8.1 三坐标测量技术	598	6.6.1 省力拉深模具结构	681
5.8.2 冲压模具制造精度的检测		6.6.2 板材拉深时坯料工艺孔的	
方法	601	设计	682
参考文献	606	6.6.3 弯曲步骤制订	684
<b>第6章 省力与近均匀冲压技术</b>	<b>610</b>	6.6.4 分流面锻造	684
6.1 省力成形力学原理及其在屈服图		6.7 成形流程对变形均匀性的影响	686
形上的范围	611	6.7.1 成形次数对变形均匀性	
6.1.1 省力成形力学原理	611	影响	686
6.1.2 应力应变顺序对应规律的证明和		6.7.2 成形顺序对变形均匀性的影响	687
应用	622	6.7.3 采用合理预成形工艺实现均	
6.1.3 平面应力屈服图形的分区及其		匀成形	689
省力成形范围	628	6.8 采用新工艺实现省力及均匀成形	690
6.1.4 三向应力屈服图形的分区及其		6.8.1 液压胀形	690
上低载荷成形范围	632	6.8.2 粘性介质成形	692
6.2 均匀成形及其影响因素	638	6.8.3 板材/体积复合成形工艺	693
6.2.1 均匀变形基本概念	638	6.8.4 内高压省力成形方法	697
6.2.2 变形均匀性与省力成形的		参考文献	701
联系	641	<b>第7章 冲压设备</b>	<b>704</b>
6.3 降低流动应力来实现省力成形的		7.1 冲压设备的分类	704
途径	646	7.2 曲柄压力机	705
6.3.1 影响流动应力的因素	646	7.2.1 概述	705
6.3.2 实现省力成形的途径	647	7.2.2 曲柄连杆滑块机构	707
6.4 改变摩擦状态及实现省力成形		7.2.3 传动系统	711
的途径	656	7.2.4 离合器与制动器	716
6.4.1 影响摩擦的因素	656	7.3 冲压液压机	717
6.4.2 实现省力成形的途径	658	7.3.1 液压机的主要技术参数	718
6.4.3 积极摩擦	662	7.3.2 冲压液压机的结构形式与动	
6.5 减小承压面积来实现省力成形		作方式	719
的途径	664	7.3.3 液压机的发展水平和趋势	720
6.5.1 省力冲裁	664	7.3.4 国内具有代表性的冲压液压机	721
6.5.2 局部锻造	665	7.4 伺服压力机	723
6.5.3 旋压	667	7.4.1 交流伺服直接驱动技术	723
6.5.4 摆动辗压	667	7.4.2 伺服压力机的类型	725
6.5.5 多点成形	670	7.4.3 典型伺服机械压力机	726

7.4.4 伺服机械压力机的典型结构	730	8.4 车间区划与平面布置	773
7.5 数控冲、剪、折机床	732	8.4.1 区划与平面布置的原则	773
7.5.1 数控转塔压力机	732	8.4.2 区划与平面布置的内容	774
7.5.2 数制折弯机	735	8.4.3 区划与平面布置的基本形式	776
7.5.3 数控剪板机	736	8.4.4 车间面积分类及计算	778
7.6 冲压生产机械化、自动化设备与装置	737	8.5 厂房建筑结构形式	783
7.6.1 板材开卷、校平机	737	8.5.1 对厂房建筑结构形式的一般要求	783
7.6.2 冲压自动送料装置	738	8.5.2 厂房建筑的结构形式	784
7.6.3 冲压机械手与机器人	742	8.5.3 车间通道	786
7.6.4 冲压安全保护装置	747	8.5.4 车间内的平台	786
<b>第8章 冲压生产设施</b>	<b>753</b>	8.5.5 地面	786
8.1 概述	753	8.5.6 设备基础	788
8.1.1 冲压生产设施对冲压生产的重要性	753	8.6 厂房环境	790
8.1.2 冲压生产设施涵盖的内容	753	8.6.1 采光与照度	790
8.1.3 确定冲压生产设施的基础	754	8.6.2 通风采暖	791
8.1.4 确定生产设施的原则	756	8.6.3 清洁度	791
8.2 冲压生产设备设施	756	8.7 动能供应	791
8.2.1 生产设备设施涵盖的内容	756	8.7.1 动能种类及要求	791
8.2.2 生产设备设施的选用原则	758	8.7.2 各种介质耗量	794
8.2.3 工艺设备的确定	761	8.7.3 节约能源及合理利用能源	797
8.2.4 冲模与检验夹具的确定	768	8.8 劳动保护及安全技术	798
8.3 车间部门设置及要求	770	8.9 环保、职业卫生要求及采取的措施	799
8.3.1 车间类型及车间组成	770	8.10 消防要求及采取的措施	804
8.3.2 各部门的要求	771		

# 第1章

## 冲压变形基础理论

### 1.1 概述

塑性加工是利用材料塑性在外力作用下使材料发生塑性变形，制备具有一定外形尺寸及组织性能产品的一种加工方法。外力是塑性加工的外因。

在塑性理论中，需要从静力学、几何学和物理学的角度来考虑问题。静力学角度是指从变形体中质点的应力分析出发，根据静力平衡条件得到应力平衡微分方程。几何学角度是指根据变形体的连续性和均匀性假设，用几何的方法导出小变形几何方程。物理学角度是指根据实验和基本假设导出变形体的应力应变的关系式，即本构方程；还要建立变形体由弹性状态进入塑性状态的力学条件，即屈服准则。

在研究板材成形时，不可能用各向同性塑性理论加以描述。关于每个物质单元体保持各向同性的假定只是一种近似，随着变形的加剧，这种近似越来越偏离真实情况。即各个晶粒在最大拉应变的方向上要伸长，因而试件的材料组织呈纤维状。于是，滑移过程的后果就使单晶体在变形时发生转动，使它们趋向于一定的方位，而这个方位表征着特定的应变路径。例如，当六角形的单晶体受拉伸时，底平面逐渐转向平行于加载方向的位置；同样，多晶体的颗粒有一种转向某一极限方位的趋势（由于晶粒间的相互相束，不一定等同于单晶体的方位）。因此，在两块有润滑的平板间受挤压的面心立方金属中，其面对角线将趋向与压缩方向平行。通过这样的结构，开始时由于随机的晶粒方位而显示各向同性的金属，在塑性变形过程中变成各向异性，且各晶粒间方位的分布（可按百分比作为度量的基础）有一个或几个最大值。如果存在一个十分明确的最大值，则该方位称为择优方位。如果单个晶体的方位不是随机分布的，那么屈服应力和宏观应力应变关系将随着方向而改变。例如，经过强烈冷轧后的黄铜，正交于轧制方向的拉伸屈服应力要比平行于轧制方向的应力大 10%。经过一些精密的机械和热处理工序后，其多晶体最终产生一种接近于单晶体的再结晶结构。例如，可以通过辊轧铜片，使立方轴为平行于铜片边缘的晶粒，且占据不同的分量。

随着有限元数值分析技术的不断进步及计算机硬件条件的不断提高，用数值模拟的方法求解复杂的塑性成形问题已经成为可能。一些商业软件（如 ANSYS 等）已将经典的 R. Hill 各向异性塑性理论纳入其求解器之中，并为研究各向异性特性对板材成形过程的影响，获得更精确的板材成形模拟结果提供了有效的手段。因此，了解和掌握各向异性塑性理论具有重要的实际应用价值，发展和完善各向异性塑性理论具有重要的理论意义。

## 1.2 应力应变基本概念

### 1.2.1 点的应力状态

#### 1. 应力状态的表达方式

在外力作用下，物体内各质点之间会产生相互作用的力，称为应力。通过一点可有无限个微分面，不同微分面法线方向的应力不同。任意3个相互垂直的微分面的应力可以表示一个确定点的应力状态，而3个微分面的应力需要用9个分量描述；根据切应力互等定理，点的应力状态需要用6个独立的分量描述。这样一点的应力状态的9个分量便构成了张量，张量存在不变量，且含有3个主方向和3个主值。为了研究P点的应力状态，需要3个相互垂直的微分面，并用3个微分面上的应力表示P点的应力状态，如图1-1所示。

#### 2. 主应力

如果已知一点应力状态的9个应力分量，则过该点的斜切微分面上的正应力 $\sigma$ 和切应力 $\tau$ 都将随外法线的方向余弦 $l$ 、 $m$ 、 $n$ 的变化而变化。任意斜切微分面的应力如图1-2所示。

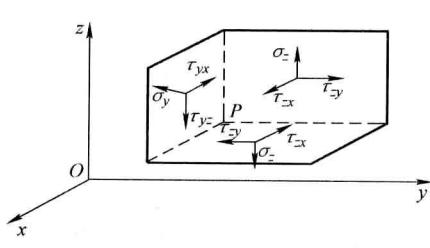


图1-1 3个微分面上的应力分布

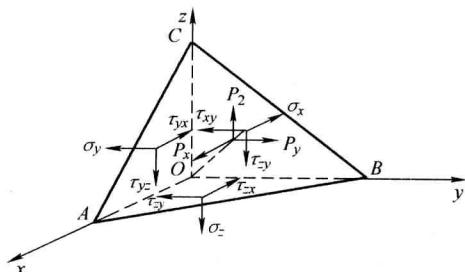


图1-2 任意斜切微分面的应力

当 $l$ 、 $m$ 、 $n$ 在某一组合情况下，斜切微分面上的全应力 $S$ 和正应力 $\sigma$ 重合，而切应力 $\tau=0$ 。这种切应力为零的微分面称为主平面，主平面上的正应力称为主应力。主平面的法线方向（即主应力方向）称为应力主方向或应力主轴。

#### 3. 主切应力

与分析斜切微分面上的正应力一样，切应力也随斜切微分面的方位变化而改变。切应力达到极值的平面称为主切应力平面，其面上作用的切应力称为主切应力。在主轴坐标系下，主切应力平面如图1-3所示。

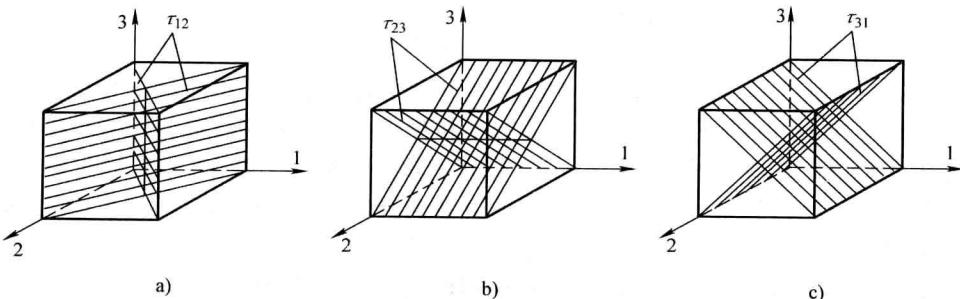


图1-3 主切应力平面

#### 4. 应力强度

取八面体切应力绝对值的  $3/\sqrt{2}$  倍所得的参量称为等效应力，即应力强度。

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_z - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1-1)$$

#### 5. 应力张量变换关系

在一定的外力条件下，受力物体内部任意点的应力状态已被确定。如果取不同的坐标系，则表示该点的应力状态的 9 个应力分量将有不同的数值，而该点的应力状态并没有变化。因此，不同坐标系中的应力分量之间应存在以下关系

$$\sigma_{kr} = \sigma_{ij} l_{ki} l_{rj} \quad (i, j = 1, 2, 3; k, r = 1, 2, 3) \quad (1-2)$$

因此，表示点应力状态的 9 个应力分量构成了一个二阶张量。

### 1.2.2 点的应变状态

#### 1. 微元的应变状态

为了描述一点的应变状态，在空间选取 3 个相互垂直的线素，线素的伸长或缩短表示正应变，线素间夹角的变化表示切应变。根据质点 3 个相互垂直线素方向上的 9 个应变分量，可以确定过该点任意方向的应变分量，即这点的应变状态就确定了。其详细确定方法与一点应力状态的确定方法相同。

#### 2. 主应变

过变形体内一点存在 3 个相互垂直的应变主方向，该方向上线元没有切应变，只有线应变，称为主应变。

#### 3. 主剪应变

与主应变方向成  $45^\circ$  角的方向上存在 3 对各自相互垂直的线元，它们的切应变有极值，称之为次切应变。

#### 4. 等效应变

取八面体切应变绝对值的  $\sqrt{2}$  倍所得的参量称为等效应变，即应变强度。

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + 6(\varepsilon_{xy}^2 + \varepsilon_{yz}^2 + \varepsilon_{zx}^2)} \quad (1-3)$$

#### 5. 应变张量形式

一点的应变状态可以用通过该点 3 个相互正交方向上的 9 个应变分量来表示。当坐标轴旋转后，在新坐标系下的 9 个应变分量与原坐标系中的 9 个应变分量之间的关系符合数学中张量的定义，即

$$\varepsilon_{kr} = \varepsilon_{ij} l_{ki} l_{rj} \quad (i, j = 1, 2, 3; k, r = 1, 2, 3) \quad (1-4)$$

所以，一点的应变状态是张量，且为二阶张量。

## 1.3 屈服准则

### 1.3.1 各向同性屈服准则

屈服准则是有关金属弹性极限状态的一种假说。金属由弹性变形转变为塑性变形，主要取决于以下两个方面的因素：

- 1) 在一定变形条件（变形温度与变形速度）下金属的物理性质。
- 2) 金属所处的应力状态。

第一种因素是转变的根据，第二种因素是转变的条件。对于一定的材料，在一定的变形温度与变形速度下，屈服完全取决于金属所处的应力状态。当应力分量的组合满足以下函数关系

$$f(\sigma_{ij}) = c \quad (1-5)$$

时，应力状态所构成的外部条件与金属屈服时的内在因素恰好相符，金属即从弹性变形转变为塑性变形。

对于上述规律的探索，除了从金属的微观世界寻求物理根据外，主要依靠实验和在实验基础上的逻辑推断。因而产生了有关屈服准则的各种假说，然而经过实践验证，获得公认的只有两种，即 Tresca 准则和 Mises 准则。

### 1. Tresca 准则——最大切应力理论

1864 年，Tresca 在金属的挤压试验中，观察到金属塑性流动的痕迹与最大切应力的方向一致，提出了最大切应力理论。1870 年 Saint – Venant 将此理论作了进一步发展，提出了这一理论的数学表达方法。

最大切应力理论可以表述如下：在一定的变形条件下，金属的塑性变形只有当物体内的最大切应力达到一定值时才有可能发生，这个数值视物体的种类而定，与应力状态无关。

假设任一应力状态  $\sigma_{ij}$ ，如果主应力的大小次序尚未确定，则微元体内可能产生的最大切应力为

$$\begin{cases} \tau_{12} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \\ \tau_{23} = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \\ \tau_{31} = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \end{cases} \quad (1-6)$$

在这 3 对主切应力中，任一者最先达到某一定值，材料即开始屈服。但因为它们的代数和必须为零，所以同时达到某一定值的主剪应力最多只能有两个（符号相反，绝对值相等），而第 3 个主切应力必定为零。

又因屈服准则与应力状态无关，确定此定值时可以利用一种最简单的应力状态，如通过单向拉伸。单向拉伸时，拉应力  $\sigma = \sigma_s$  ( $\sigma_s$  为材料的单向拉伸屈服应力，部分标准中  $\sigma_s$  已被  $R_{eL}$  代替，但此处仍沿用)，金属即开始屈服。这时最大切应力为

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma - 0}{2} = \frac{\sigma_s}{2} \quad (1-7)$$

因此，在复杂应力状态下，只要 3 对主切应力中任何一个或最多两个的数值等于  $\frac{\sigma_s}{2}$ ，金属即开始屈服，于是最大切应力理论可表示为

$$\begin{cases} \tau_{12} = \pm \frac{\sigma_s}{2} \\ \tau_{23} = \pm \frac{\sigma_s}{2} \\ \tau_{31} = \pm \frac{\sigma_s}{2} \end{cases} \quad (1-8)$$

若用主应力表示，则为

$$\begin{cases} |\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_s \\ |\sigma_2 - \sigma_3| = \sigma_s \\ |\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_s \end{cases} \quad (1-9)$$

最大切应力理论虽然可以很简单地表述金属的屈服条件，但在实际问题中，应力分量是未知的，难以确切判断其大小次序，因而也就难以从以上三式中作出正确选择，给实际应用带来了困难。能否用一个统一的连续函数将以上三式加以概括？当然，这种概括是否正确，最终还必须通过实践的检验。

## 2. Mises 准则

1913 年，Mises 从纯粹的数学观点出发，对 Tresca 准则提出了一个修正。他以主切应力为坐标轴，将式 (1-9) 表示为一个正六面体，此六面体各棱边边长为  $\sigma_s$ ，其重心恰为坐标原点。主切应力等于常数的几何图形如图 1-4 所示。因为 3 个主切应力之和必须满足  $\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31} = 0$ ，该式代表通过原点与 3 个坐标轴成等倾角的平面。此平面与正六面体的交线为一正六边形，顶点 A、B、C、D、E、F 恰为正六边形中 6 条棱边的中点（见图 1-4）。满足 Tresca 准则的应力状态，其 3 个主切应力都在这六条边上；换言之，此六边形即代表 Tresca 准则的图形。可以看出：此正六边形的边长为  $\sigma_s/\sqrt{2}$ 。

Mises 提出：为了便于数学运算，可用连续曲线来代替正六边形。此连续曲线即正六边形的外接圆，其方程为

$$\begin{cases} \tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \left(\frac{\sigma_s}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ \tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31} = 0 \end{cases} \quad (1-10)$$

在式 (1-11) 中，第一式代表圆心为原点，半径为  $\sigma_s/\sqrt{2}$  的圆球；第二式为通过原点与坐标轴成等倾角的平面。式 (1-11) 为它们的交线，将主切应力用主应力表示，则式 (1-11) 变为

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2 \quad (1-11)$$

Mises 在对 Tresca 准则作出以上修正的同时指出：当前（指 1913 年以前）对 Tresca 准则的试验验证，还只限于正六边形的 6 个角点，其余应力状态究竟如何尚待验证。虽然如此，他仍然认为 Tresca 准则是准确的，而他的修正则是近似的。后来许多人的试验却证明 Mises 准则更加接近韧性材料的实际情况。

1924 年，H. Hencky 给出了 Mises 准则的物理意义：材料开始屈服时所吸收的弹性形变能为一常数，这就是所谓常数形变能量理论。即

$$U_\phi = \text{常数}$$

1937 年，A. Nadai 对 Mises 准则作了另一解释：材料开始屈服时其八面体切应力为一常数。即

$$\tau_8 = \text{常数}$$

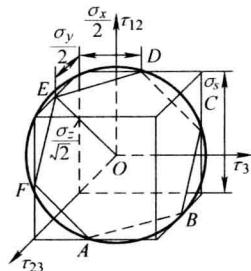


图 1-4 主切应力等于常数的几何图形  
图 1-4 主切应力等于常数的几何图形

Mises 准则的另一常用表述形式为：材料进入屈服状态时，等效应力等于单向拉伸屈服应力。即

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} [ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) ]^{\frac{1}{2}} = \sigma_s \quad (1-12)$$

这就是 A. A. Ильюшин 提出的应力强度一定理论。这一理论将复杂的应力状态与单向拉伸这种简单的应力状态直接联系了起来。等效应力既可作为各种应力状态的一种可比指标，又可将其理解为材料在复杂应力状态下塑性变形的变形抵抗力。这就给人们研究复杂应力状态下应力与应变之间的关系提供了很大的便利。

### 1.3.2 各向异性屈服准则

为简单起见，只考虑每一点上具有 3 个互相垂直的对称平面的各向异性体，这些平面的交线称为各向异性体的主轴。在整个试件中，这些轴的方向可能变动。例如，如果一个圆管在内压力下均匀膨胀而发展出各向异性，那么，3 根主轴必须位于径向、周向和轴向上。从冷轧薄板中心处切出的金属条则是一个方向均匀的各向异性体，它的 3 根主轴位于轧制方向、薄板平面内的横断面方向及垂直于薄板平面的方向，即厚度方向。给定单元体的主轴在继续变形的过程中也会产生相对于单元体本身的变动，如简单剪切的情形。

考虑某一具有 3 个相互垂直的各向异性状态主轴的特殊单元体，并取各向异性主轴为直角坐标轴。对各向同性材料来说，Mises 准则能够近似地描述屈服状态。因此，对各向异性材料来说，最简单的屈服准则应当在各向异性程度趋于零时归转为 Mises 准则。因此，如果假定屈服准则是应力分量的二次式，则必须有以下形式

$$2f(\sigma_{ij}) \equiv F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1 \quad (1-13)$$

其中， $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $L$ 、 $M$ 、 $N$  是瞬时各向异性状态的特征参量。正如各向同性塑性理论一样，假定没有 Bauschinger 效应，所以不包含一次项。由于对称的要求，任何切应力出现为线性的二次项也都被去除。最后，如果假定叠加静水应力不会影响屈服，则只有正应力分量的差才会出现。应当注意，只有当各向异性主轴是参考坐标轴时，屈服准则才具有这种形式；否则，此形式要改变，其改变方式可以从转换应力分量得到。

如果  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  是在各向异性的主方向上的单向拉伸屈服应力，则不难证明

$$\begin{cases} \frac{1}{X^2} = G + H, & 2F = \frac{1}{Y^2} + \frac{1}{Z^2} - \frac{1}{X^2} \\ \frac{1}{Y^2} = H + F, & 2G = \frac{1}{Z^2} + \frac{1}{X^2} - \frac{1}{Y^2} \\ \frac{1}{Z^2} = F + G, & 2H = \frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} - \frac{1}{Z^2} \end{cases} \quad (1-14)$$

显然， $F$ 、 $G$ 、 $H$  之中只有一个量可以为负，并且只有当各屈服应力相差很大时，才有可能出现。同时，当且仅当  $X \geq Y$  时，才有  $F \geq G$ 。

如果  $R$ 、 $S$ 、 $T$  是相对于各向异性主轴的剪切屈服应力，那么

$$2L = \frac{1}{R^2}, \quad 2M = \frac{1}{S^2}, \quad 2N = \frac{1}{T^2} \quad (1-15)$$

由此可见， $L$ 、 $M$ 、 $N$ 为正。

上述内容就是英国学者 R. Hill 给出的各向异性屈服准则的一般形式。

要完全描述一个单元体中的各向异性状态，就需要知道各主轴的方位及 6 个互相独立的屈服应力  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$ 、 $R$ 、 $S$ 、 $T$  的值。因为这一单元体以前是各向同性的，因此必须把屈服应力看做机械处理和热处理的函数；一般说来，它们还将随变形的继续发展而变化。至今人们仍不能定量地把屈服应力和微观结构（如择优方位的程度）联系起来，因此必须假定它们已由实验确定。

## 1.4 材料模型

在复杂应力状态下，材料的本构关系可归结为函数的关系，即

$$\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon}) \text{ 或 } \bar{\sigma} = f(d\bar{\varepsilon}) \quad (1-16)$$

这种函数关系与材料性质和变形条件有关，而与应力状态无关。可以选择单向应力状态来建立这种函数关系，例如选择单向均匀拉伸、压缩及纯剪切等。这样建立的应力应变关系之间的函数关系是具有普遍意义的。

单向均匀拉伸或压缩试验是反映材料力学行为的基本试验。材料开始塑性变形时的应力即为屈服应力。一般材料在进入塑性状态之后，继续变形时会产生强化，这样屈服应力不断变化。不断更新的屈服应力即为后继屈服应力，并可通过单向试验所记录的后继流动应力应变的规律，来获得各种复杂变形条件下的应力应变规律。

试验获得的真实应力-应变曲线一般都不是简单的函数关系。在解决实际塑性成形问题时，将试验所得的真实应力-应变曲线表达为以下几种简化形式。

### 1. 考虑材料的硬化

- (1) 弹塑性硬化模型（见图 1-5）
- (2) 刚塑性硬化模型（见图 1-6）

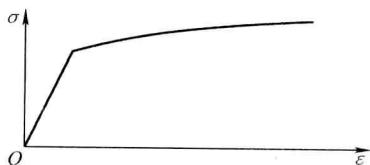


图 1-5 弹塑性硬化模型

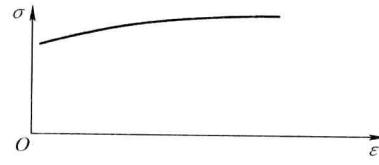


图 1-6 刚塑性硬化模型

### 2. 不考虑材料的硬化

- (1) 理想弹塑性模型（见图 1-7）
- (2) 理想刚塑性模型（见图 1-8）

在考虑材料的硬化行为时，对屈服后的曲线可以选择不同的硬化曲线进行描述。为了便于使用函数描述这段曲线形式，通常可以简化为几种函数形式，如幂指数函数形式  $Y = B\varepsilon^n$ 、线性硬化曲线  $Y = \sigma_s + B_2\varepsilon$ 、无硬化曲线  $Y = \sigma_s$  等。

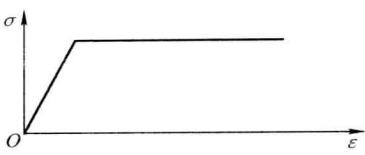


图 1-7 理想弹塑性模型

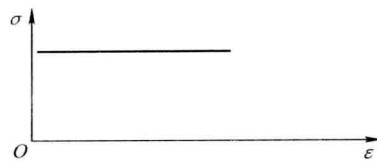


图 1-8 理想刚塑性模型

## 1.5 应力应变关系

### 1.5.1 塑性应力应变关系与屈服准则的相关性

一般应力状态下塑性变形的发生、发展可以理解为一系列弹性极限状态——初始屈服曲面与继续屈服曲面（加载或强化曲面）的连续突破。所以，塑性应力应变关系与屈服准则之间必然直接相关。例如，Levy-Mises 方程实际上包含了 Mises 准则，是与 Mises 准则相关联的流动规律。

D. Drucker 从加工硬化材料加载时必须完成正功 ( $d\sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} > 0$ ) 的前提出发，假定应力增量与应变增量成比例，通过严密的数学推导得出了加工硬化材料与屈服准则（加载函数）相关联的一般性流动规律，即

$$d\varepsilon_{ij} = dc \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (1-17)$$

式中  $d\varepsilon_{ij}$ ——塑性应变增量；

$f(\sigma_{ij})$ ——加载函数（屈服准则）；

$dc$ ——与应力、应变、变形历史有关的常数因子，由试验确定。

式(1-17)的几何意义是明显的。 $\frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$  为加载曲面  $f(\sigma_{ij})$  法向的方向数。 $d\varepsilon_{ij}$  与  $\frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}$  成比例，表示应变增量与法向一致或者与加载曲面垂直。

利用式(1-18)可以推导出与不同屈服准则相关联的流动规则。为简单起见，下面在主轴坐标下进行讨论。

### 1.5.2 各向同性流动理论

假定材料服从 Mises 准则，即

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} [ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 ] \quad (1-18)$$

则有  $\frac{\partial f}{\partial \sigma_1} = 2\sigma_1 - (\sigma_2 + \sigma_3) = 3\sigma_1 - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 3(\sigma_1 - \sigma_m) = 3\sigma'_1$

同理

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_2} = 3\sigma'_2$$

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_3} = 3\sigma'_3$$