

XIAOXUE SHUXUE
JIAOXUE XINLI

中小学教师
继续教育用书

小学数学教学心理

王明达 姜鹿尹 编著



东北师范大学出版社

中小学教师继续教育用书

XIAOXUE SHUXUE JIAOXUE

XINLI

■ 东北师范大学出版社

长 春

小学数学教学心理

■ 王明达 姜鹿尹 编 著

(吉) 新登字 12 号

☐ 出 版 人：贾国祥

☐ 策划编辑：王 慧

☐ 责任编辑：王 慧

☐ 封面设计：未 名

☐ 责任校对：李大伟

☐ 责任印制：张允豪

中小学教师继续教育用书

小学数学教学心理

王明达 姜鹿尹 编著

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 138 号 (130024)

电话：0431—5695744 5688470

传真：0431—5695744 5695734

网址：<http://www.nenu.edu.cn>

电子函件：SDCBS@MAIL.JL.CN

东北师范大学出版社激光照排中心制版

吉林工学院印刷厂印刷

2000 年 9 月第 1 版 2000 年 9 月第 1 次印刷

开本：850×1168 1/32 印张：6.875 字数：165 千

印数：0 001 — 5 000 册

ISBN 7 - 5602 - 2659 - 0/G · 1557

定价：7.80 元

中小学教师继续教育教材编写委员会

主 任：史宁中 盛连喜

委 员：张贵新 何艳茹

梁忠义 李 全

贾国祥 李殿国

陆志平

本册书编委会

本册主编：王明达 姜鹿尹

本册撰稿：王明达 姜鹿尹 蒋志雄

张妙娣 姜毓麟 邵希君

张慧英 王兰英 张建国

张桂英 王莉萍

出版说明

历史将翻开新的一页，人类即将跨入 21 世纪。21 世纪是充满机遇和挑战的世纪，是一个科学技术更加发达，竞争更加激烈，社会对人的素质要求更高的世纪。提高人的素质的关键在教育，振兴教育的关键在教师，只有造就一支高素质的教师队伍，才能满足 21 世纪教育发展的要求。而建立和完善适应 21 世纪需要的中小学教师继续教育制度，则是造就高素质中小学教师队伍的根本措施。

1998 年 6 月，国家教育部师范教育司制定并印发了《中小学教师继续教育课程开发指南》（以下简称《指南》）。《指南》对中小学教师继续教育的教学内容和课程体系作了原则规定，对现阶段中小学教师继续教育提出了基本要求，这标志着我国中小学教师继续教育教学内容和课程体系的确立。

我们组织编写的这套教材是以《指南》为指导，按《指南》所规定的课程、内容和要求而编写的。我们目前出版的这些教材，大部分都是《指南》中规定的必修课。根据中小学教师继续教育开展的情况，我们还将陆续组织编写出版《指南》中规定的其他教材。

在教材编写过程中，我们认真汲取了“八五”期间全国各地

开展中小学教师继续教育的宝贵经验，坚持从中小学教师队伍建设需要和中小学的实际出发，力求反映先进的教育思想、教育理论，反映最新的学科知识发展动态、教育教学改革实践和研究成果，反映现代教育技术和先进教学方法，在确保科学性的前提下，进一步突出了教材内容的针对性、实效性、先进性和时代性，体现了中小学教师继续教育的特点和要求。

由于时间仓促，加之中小学教师继续教育教材建设尚处在起步阶段，缺乏足够的经验，缺憾之处在所难免，恳请广大读者不吝赐教，并在研究和探讨方面与我们进行更多的合作。

希望本教材能对广大中小学教师完善自我，提高自身素质，顺利地跨入 21 世纪，助一臂之力。

东北师范大学出版社

1999 年 7 月

目 录

第一章 小学生数学认知结构/1

- 第一节 小学数学学习及其特点/1
- 第二节 数学认知结构及性质/6
- 第三节 小学生数学认知结构的形成与发展/11

第二章 数学计算教学心理/16

- 第一节 计算教学的内容与要求/16
- 第二节 小学生计算能力的形成与发展/25
- 第三节 影响小学生计算能力发展的心理因素/37

第三章 数学概念教学心理/47

- 第一节 小学数学概念教学的内容与要求/47
- 第二节 小学生建立数学概念的基本形式/54
- 第三节 小学生获得数学概念的心理障碍/68

第四章 应用题教学心理/78

- 第一节 应用题教学的内容与要求/78
- 第二节 小学生解答应用题的心理分析/92
- 第三节 小学生解答应用题困难的心理分析/102

第五章 数学教学过程中思维的发展/115

- 第一节 思维的特征及种类/115
- 第二节 数学思维/129
- 第三节 思维修养及提高/165
- 第四节 重视数学教学中的直观性和模型化/177

第六章 儿童心理的个别差异与因材施教/183

- 第一节 儿童心理的个别差异/183
 - 第二节 因材施教/192
 - 第三节 超常儿童的心理特点与教育/201
-

第一章

小学生数学认知结构

第一节 小学数学学习及其特点

一、小学数学学习及其特点

什么是学习？到目前为止，心理学界对它的解释仍然是众说纷纭。

从我国传统观点看，学习是“学”与“习”的结合。也就是“感知、理解”与“巩固、应用”的结合。

现代心理学界对学习的说法大致可分为三类：

1. 行为主义派认为学习是指刺激——反应之间联结的加强；
2. 认知学派认为学习是指认知结构的改变；
3. 人本主义派认为学习是指自我概念的变化。

上述三类说法从不同的角度揭示了学习的性质。

就一般而言，学习是指“知识经验的获得及行为变化的过程”。也就是说，学习要能引起行为的变化。但是，我们不能把所有的行为变化都看作学习的结果，应注意学习是由经验而引起的行为变化；不能把因年龄变化引起的机体内部组织变化而导致的的行为变化称为学习；学习本身是不能直接测量的，能测量到的只是学习的结果；学习是行为相对持久的变化。这些变化不一定是

外显的，有时表现为行为的矫正或调整。例如，小学生在做小数加减法时，没有把小数点对齐，在老师指导下能改正错误，正确地进行计算，这时的行为变化就成了行为的矫正。学习是一个渐进、不断提高的过程。

“数学学习是根据数学教学计划、目的要求进行的，由获得数学知识经验而引起的比较持久的行为变化。”

数学学习是很复杂的心理过程，一方面它是一个认识过程，它既要受到学习者原有数学认知结构的影响，还要受到学习者现有的思维水平和学习能力的影响，另一方面它交织着情感、意志过程以及个性的心理特征等，这样，它势必受到学习者的情感、意志、动机、兴趣、个性品质的影响。这就是说，数学学习不仅受到认知因素的影响，还受到非认知因素的影响；同时，数学学习也促进了学习者的认知因素和非认知因素的发展。由此可见，数学学习是一个动态系统，这个系统所包含的认知因素和非认知因素都是随年龄的增长与年级的增高而变化、发展。因为这个系统还不断地与学习者的家庭、学校、社会环境进行信息交换，所以，它也是一个开放的系统。

我国实施九年义务教育，小学生的数学学习是在学校里进行的，因此，小学数学学习是在教师指导下，根据小学数学教学计划进行的，由获得数学知识经验而引起的持久的行为变化过程。因此，它是一个有目的、计划、组织、步骤的获得数学知识，掌握数学技能、技巧，形成数学问题解决的能力以及发展个性品质的过程。

由此，我们不难看出小学数学学习有如下几个特点：

1. 小学数学学习是在教师指导下，依据数学教学计划进行的；
2. 小学数学学习所获得的是现成的知识经验；
3. 小学数学学习的重点是在知识经验积累的同时促进学生

的思维发展及个性品质的培养与发展。

二、小学数学学习的分类

小学数学学习通常用两种方法分类：

第一种是按学习的深度来划分，它可以分为机械学习和有意义学习。

所谓机械学习是指学生仅记住了某个教学符号或某个词句的组合，但并未理解由符号所代表的知识。例如，小学生在初学表内乘法时，他们知道“ $\times$ ”号是乘法运算符号，也能背出乘法口诀，却对口诀的真正意义不十分清楚，这种学习就是机械学习。

所谓有意义学习则是指学生要能理解由符号所代表的新知识及其实际内容，并能融会贯通。也就是说，新知识与学习者头脑中原有的知识建立联系，而且这种联系不是牵强附会的或者只是字面上的，它是一种非任意的实质性的联系。例如，学生在学习异分母分数相加减时，不仅能计算出异分母分数加减的结果，而且知道为什么异分母分数相加减要先通分的道理以及异分母分数的加减法法则。这就是有意义的学习。

有意义学习与机械学习是处在一个连续体的两个极端上，并不是绝对的。小学数学学习基本上是有意义学习。但由于小学生的年龄小，经验少，要建立新、旧知识的联系较为困难，难免会有机械学习，但这种机械学习还是必要的。他们随着年龄的增长，知识经验的积累，会逐渐深化对学过的知识的理解。

第二种是按学习的方式来划分，它可以分为接受学习和发现学习。

所谓接受学习是指学习的主要内容基本上以定论的形式传授给学生的。对学生来说，学习不必作任何的发现，只要求他们将新、旧知识融为一体——内化，以便为将来能再现或作其他用处。用这种方式所获得的知识容易贮存，而且学习过程较科学，程式

较稳定、省时。小学数学学习主要用这种方式。

发现学习的基本特征是,学习的主要内容不是现成地给学生;而是在学生内化前,必须由他们自己去发现这些内容,然后再内化。也就是说,学习的主要任务是去发现,然后把发现的内容加以内化。对于小学低年级学生学习初级概念及解决一些简单的实际问题时,在教师的指导下进行指导发现学习是较为合适的。

通过上述两种划分方法,我们可以看出,发现学习只是比接受学习多了一个“发现”阶段,其他没有什么不同。接受学习可以是机械学习,也可以是有意义学习。由于小学数学学习是在教师指导下学习已被人发现的知识。所以,小学生学习小学数学知识应以有意义的接受学习为主要学习方式,有时可辅之以有意义的指导发现学习。

小学数学除了上述两种常用的划分方法外,还可以按学习的内容来划分,它可以分为:数学知识的学习、数学技能的学习和数学问题解决的学习,在此不再细述。

三、小学数学学习与儿童的发展

小学数学学习对小学生的心理全面发展有着不可忽视的功能。小学生的整个心理因素可以在小学数学学习过程中得以完善和发展,同时它又有效地促进数学学习的基本条件。这两者是在相互制约、相互促进的过程中得到不断发展的。

1. 小学数学学习促进儿童认识能力的发展

数学是研究客观世界的数量关系和空间形式的科学,它具有较强的概括性、抽象性和逻辑性。小学生必须经过一系列复杂的思维过程以及运用原有的知识经验进行合理、正确的判断和推理,才能掌握数学中的概念、法则、定理和公式。因此,小学生学习数学知识,要有一定水平的抽象逻辑思维能力,同时,在学习数学过程中又锤炼和发展了他们的抽象逻辑思维能力。

例如,儿童在学习 20 以内数的分解和组合过程中,随着基数的逐步扩大,他们的分析、综合能力及概括、抽象能力可得到锤炼和提高。

又如,在计算或应用题学习时,通过儿童有意识地感知和观察,去理解、思考问题,去探求数量及事物间的本质联系和规律,可完善和发展他们的观察力、注意力、想象力和思维力。

再如,儿童在学习数的分解、组合、四则计算、分数、百分数、小数互化及应用题等过程中,他们的辩证思维水平可得到逐步提高。

还如,儿童通过几何初步知识等的学习,他们的空间知觉及空间观念——初步的空间想象能力得到了培养。

上述这些能力的发展,又为他们进一步学习创造了良好的条件,打下了基础。

2. 小学数学学习促进儿童个性品质的发展

全面发展教育要求智育与德育都得到发展,它们既不可相互替代,又是相辅相成的。小学数学内容中潜在着很多教育因素,我们必须加以重视和利用。由于数学与生活的实践有着广泛的联系,我们可以通过小学数学应用的广泛,去激发小学生学习的兴趣,进行学习目的的教育;通过富有教育意义的统计材料、教学史料,进行爱国主义、社会主义、集体主义以及爱劳动、爱科学的教育;通过数和计算概念的产生和发展,进行辩证唯物主义观点的启蒙教育;通过数学的学习与训练,培养儿童良好的学习习惯和独立思考、克服困难等优良品质。由于小学数学知识与儿童的生活、学习有着十分密切的联系,他们在实践中会碰到许多数学问题,这些问题可激发儿童去思考,这又有利于培养他们的好奇心、求知欲和学习兴趣。因此,小学数学知识的学习促进了儿童个性品质的发展。

第二节 数学认知结构及性质

一、数学认知结构及性质

1. 小学数学教材安排的知识体系

义务教育小学数学教材，是根据数学学科本身特点与儿童的认知规律，以认数与计算为主线，把量与计量、几何初步知识、应用题等三部分内容联系起来，把数与形、计算与解应用题相结合。它们各自的体系如下：

(1) 认数与计算

主线是整数到分数和小数。具体安排为：20 以内加减法→百以内加减法→表内乘法→万以内加减法→乘除数是一位数的乘法→乘除数是两位数的乘法→亿以内加减法→乘除数是三位数的乘法→整数及其四则运算的关系和运算定律。分数与小数的认识与计算各分两部分：分数的初步认识和简单的加减法→小数的初步认识→小数的意义和四则计算→分数的意义和四则计算。

(2) 量与计量

① 长度单位→面积、地积单位→体积、容积单位；

② 重量单位：千克→吨；

③ 时间单位：小时、分、秒→年、月、日。

(3) 几何初步知识

① 平面图形：长方形、正方形、三角形、圆的直观认识→直线、线段初步认识与直角的初步认识→长方形、正方形特征，平行四边形的直观认识，长、正方形周长和面积→角、垂线、平行线、三角形的特征（三角形的内角和为选学内容）→平行四边形、梯形的特征、面积（组合图形为选学内容）→圆、扇形的认识、周

长、面积→轴对称图形的初步认识。

② 立体图形：长方体、正方体、圆柱体和球的直观认识→长方体、正方体的特征、表面积、体积→圆柱体和圆锥体的认识、表面积、体积（球的初步认识为选学内容）。

（4）应用题

应用题是从简单应用题开始→两步计算应用题→三步计算应用题。

① 简单应用题：整数四种数量关系（部总关系→相差关系→份总关系→倍数关系）、十一种类型→分数简单应用题（求一个数的几分之几是多少→分数、百分数基本应用题）。

② 两步计算应用题：分步列式解答含三个已知数的两步计算应用题→分步列式解答含两个已知数的两步计算应用题→列综合算式解答两步计算应用题。

③ 三步计算应用题（包含典型应用题）：较容易的三步计算应用题→相遇问题、列综合式解答三步计算应用题→列方程解答应用题→分数四则计算应用题（包括“工程问题”）、百分数的实际应用→按比例分配应用题。

2. 数学认知结构性质

认知是指感知到的信息在人脑中被转换、简化、储存、恢复和运用的全过程。人的认知结构是指认识上的一种假定的反映事物间稳定关系的内部系统。也就是说，人在认知活动中，输入的信息被加工和改造，人脑中的知识就按照自己理解的广度和深度，结合自身的认知特点，形成了一个具有内部规律的整体结构。

数学认知结构是人关于数学学习内容的认知结构。也就是人脑中的数学知识结构。小学生的数学认知结构就是指数学知识系统的内容在小学生头脑中形成的系统的逻辑结构模式。即小学生经过认识、理解与掌握数学知识的过程，就相应地产生了数学认知结构。

例如，小学生理解并掌握了“20 以内”数的意义，就会获得有关的数位、数值、位置值、计数单位以及关于基数与序数等知识，经过内化，在他们的头脑中也就形成了关于这些知识的数学认知结构。

小学生在数学学习中，真正理解并掌握了所学的数学知识而形成的数学结构，就会有这样的性质：所形成的数学认知结构是以后数学学习稳固的知识与认识的基础；它是处于运动状态的，有利于数学认知结构体系的扩充与发展。

小学生以原有的数学认知结构为基础，又在进行新知识的学习过程中不断地更新、取代原有的数学认知结构，是小学生数学认知结构的形成和发展的心理过程的规律。对于小学生来说，数学知识结构是客观的、外在的东西，而数学认知结构是自己主观的、内在的东西。因此，小学生在学习同一个数学知识的内容时，由于学生的不同，他们的数学认知结构的特点也不同，因而各自形成不同的数学认知结构。这样也就形成了数学认知结构有正误优劣的区分，体现了各自学习数学的能力。

例如，当小学生学完有关整数知识以后，在他们的头脑中就形成了整数认知结构。这个认知结构为学习“分数与小数”知识时的基础，当他们学习了“分数、小数”知识后，既巩固了整数知识的认知结构，又加深和发展了学生的整数的认知结构，并使得他的数学认知结构得以更新、调整和发展，使小学生的数学认知结构始终处于既稳定又灵活的运动状态。当然，在这一系列的学习中，由于学习数学上的能力差异，就使小学生所形成的数学认知结构各不相同，导致学习的成绩也有差异。

二、小学数学知识与小学生认知结构的关系

1. 小学数学知识与小学生认知结构的关系

本节的第一部分，我们已认真研究了小学数学知识的安排体