平面三角法

武進孫祝耆著

中學及
師範用

平面三角法

文明書局出版

中華民國三年五月初版

中學及師範用平面三角法

每冊售銀八角

著者　武進孫祝耆

發行者　上海文明書局

印刷所　上海文明書局
上海甘肅路（電報簡碼六九二九）

總發行所
上海棋盤街北段（電報簡碼六九三一）文明書局
北京琉璃廠　廣州雙門底　奉天鼓樓北　天津大胡同　文明分局

弁　言

本書編纂之旨。專供中等學校教授之用。大綱畢具。條目簡明。刪去枝辭。獨存要義。故本書篇幅不多。而內容完備。程度與中學校師範學校甲種實業學校均能相當。期以短少之時間。完成切要之科目。區區此心。當爲讀者諸君所深諒。

本書於第二編即插入測量法。以引起學者之興味。

對數表三角函數表及三角函數對數表。爲測量演算所必需。本書即附載篇末、以便檢查。校對精細。決無遺誤。

更有一言爲諸君告者。中等各學校。往往因他種科目所佔時間太多。至授及三角法時。已畢業期近。致不及詳細教授。卷帙旣多。生吞活剝。有修畢全書。茫然不得要領者。卽穎悟者亦苦於無暇十分研究。遺誤英年。實非淺鮮。本書實因補救此等弊病而作。全書

有五十至六十小時。即可畢業。而程度與成績。仍有可觀。深望諸大敎育家留意爲幸。

中華民國三年三月　著者識

平面三角法教科書

目 次

附錄

附表

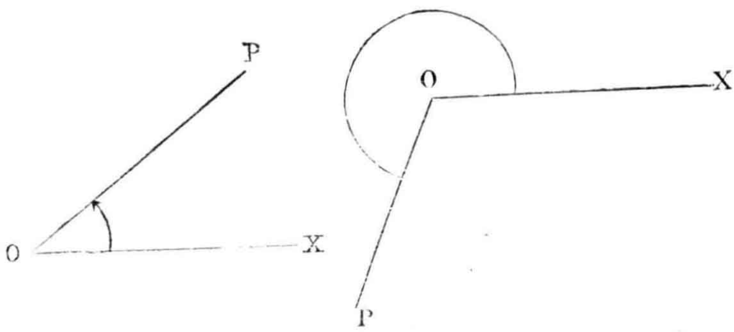
目次畢

平面三角法教科書

緒　　論

1. 角之所由成

如圖、一直線OP,從OX之位置起、以O爲樞、



依時針反對之方向迴轉、而停止於一處、則成XOP角。此處O點、名曰原點。OX名曰首線。OP名曰迴轉線。

凡角均由此三者而成、OP之迴轉量大、則所成之角亦大。

2. 測角法

在幾何學中、往往云直角,或直角之$\frac{2}{3}$等、此以直角爲測角之單位也。然直角太大、用爲單位、殊多不便。故吾人不妨別取一合宜之角、用爲測角之單位。但現時實際上已習慣使用者、則爲六十分法。

3. 六十分法

此測角法之單位、爲度,分,秒、卽一直角之九十等分之一爲一度、一度之六十等分之一爲一分、一分之六十等分之一爲一秒。

度分秒各用一記號°,′,″記之、有如云24度56分20秒、則寫作24° 56′ 20″。

〔例 1〕 試以直角爲單位、表明93° 3′ 36″。

$$36'' = \frac{36}{60}\text{分} = \frac{3}{5}\text{分} = \cdot 6\text{分}$$

$$3'\,36'' = 3\cdot 6\text{分} = \frac{3\cdot 6}{60}\text{度} = \cdot 06\text{度}$$

$$\therefore\quad 93°\,3'\,36'' = 93\cdot 06\text{度}$$

$$= \frac{93\cdot 06}{90}\text{直角} = 1\cdot 034\text{直角}$$

〔例 2〕 有3·456直角、試以度分秒表之。

$3{\cdot}456$ 直角 $= 90 \times 3{\cdot}456$ 度 $= 311{\cdot}04$ 度

${\cdot}04$ 度 $= 60 \times {\cdot}04$ 分 $= 2{\cdot}4$ 分

${\cdot}4$ 分 $= 60 \times {\cdot}4$ 秒 $= 24$ 秒

$\therefore$ $3{\cdot}456$ 直角 $= 311^\circ\ 2'\ 24''$

習題一

(1) 以直角為單位、表示次之各角。

I. 60°、 II. $75^\circ\ 15'$、 III. $63^\circ\ 17'\ 25''$

(2) 下之各角、以度分秒表之。

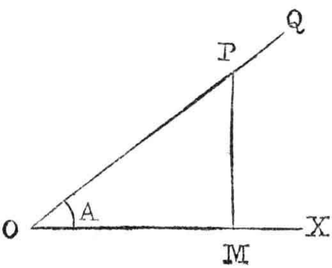
I. $\frac{3}{4}$直角、 II. $1\frac{1}{2}$直角 III. $1{\cdot}24$ 直角

第一編

銳角之三角函數

4. 三角函數之定義

如圖,於迴轉線OQ上,任意取一點P,自P作首線OX之垂線PM,則成POM之直角三角形。今以A代表XOQ角,則



比 $\frac{PM}{OP}$ 卽 $\frac{\text{垂線}}{\text{斜邊}}$

稱爲A角之正弦以$\sin A$記之

比 $\frac{OM}{OP}$ 卽 $\frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}$

稱爲A角之餘弦以$\cos A$記之

比 $\frac{PM}{OM}$ 卽 $\frac{\text{垂線}}{\text{底邊}}$

稱爲A角之正切以$\tan A$記之

比 $\frac{OM}{PM}$ 卽 $\frac{\text{底邊}}{\text{垂線}}$

稱爲A角之餘切以$\cot A$記之

比 $\frac{OP}{OM}$ 卽 $\frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}}$

稱爲A角之正割以 $secA$ 記之

比 $\frac{OP}{PM}$ 卽 $\frac{\text{斜邊}}{\text{垂線}}$

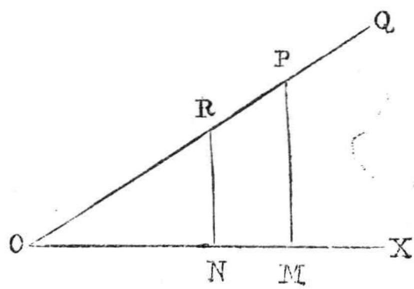
稱爲A角之餘割以 $cosecA$ 記之

以上六比、總稱之曰三角函數。其正弦,餘弦,正切,餘切,正割,餘割,爲此六比之名。

此外尙有正矢 $versA$ 及餘矢 $coversA$ 二者、但正矢卽 $1-cosA$、餘矢卽 $1-sinA$、其爲用殊少、故常畧而不論。

5. 三角函數不因迴轉線之長短而變

設於迴轉線上P點之外、更取一R點、亦作OX之垂線RN、則因兩三角形ORN與OPM相似、故



$$sinA=\frac{PM}{OP}=\frac{RN}{OR}$$

於此可見 $sinA$ 之值、無關於OP, OR之變易也、

其他之比，亦類是、故三角函數、不因迴轉線之長短而變。

6. 同角諸函數相互之關係

I. 依定義　$sinA=\frac{PM}{OP}$,　$cosecA=\frac{OP}{PM}$

正弦　餘割

$$\therefore \quad sinA\,cosecA=\frac{PM}{OP}\times\frac{OP}{PM}=1$$

又　$cosA=\frac{OM}{OP}$,　$secA=\frac{OP}{OM}$

餘弦　正割

$$\therefore \quad cosA\,secA=\frac{OM}{OP}\times\frac{OP}{OM}=1$$

又　$tanA=\frac{PM}{OM}$,　$cotA=\frac{OM}{PM}$

正切　餘切

$$\therefore \quad tanA\,cotA=\frac{PM}{OM}\times\frac{OM}{PM}=1$$

故正弦與餘割，互為反商、餘弦與正割，互為反商、正切與餘切，互為反商。

II. 依定義

$$tanA=\frac{PM}{OM}=\frac{PM\div OP}{OM\div OP}=\frac{sinA}{cosA}.$$

又其反商為　$cotA=\frac{cosA}{sinA}$