

平面三角法

武進孫祝耆著

中學及
師範用

平面三角法

文明書局出版

中華民國三年五月初版

中學及師範用
平面三角法

每冊售銀八角

著者 武進孫 祝者

發行者 上海文明書局

印刷所 上海甘肅路(電報簡碼六九二九)
上海文明書局

著者不



准所印

總發行所

上海棋盤街北段

(電報簡碼六九三一)

北京琉璃廠

廣州雙門底

奉天鼓樓北

天津大胡同

文明書局

文明分局

弁 言

本書編纂之旨。專供中等學校教授之用。大綱畢具。條目簡明。刪去枝辭。獨存要義。故本書篇幅不多。而內容完備。程度與中學校師範學校甲種實業學校均能相當。期以短少之時間。完成切要之科目。區區此心。當為讀者諸君所深諒。

本書於第二編即插入測量法。以引起學者之興味。

對數表三角函數表及三角函數對數表。為測量演算所必需。本書即附載篇末。以便檢查。校對精細。決無遺誤。

更有一言為諸君告者。中等各學校。往往因他種科目所佔時間太多。至授及三角法時。已畢業期近。致不及詳細教授。卷帙既多。生吞活剝。有修畢全書。茫然不得要領者。即穎悟者亦苦於無暇十分研究。遺誤英年。實非淺鮮。本書實因補救此等弊病而作。全書

有五十至六十小時。即可畢業。而程度與成績。仍有可觀。深望諸大教育家留意爲幸。

中華民國三年三月 著者識

平面三角法教科書

目次

緒論	1...3
1. 角之所由成	1
2. 測角法	2
3. 六十分法	2
習題一	3
第一編 銳角之三角函數	4...15
4. 三角函數之定義	4
5. 三角函數不因迴轉線之長短而變	5
6. 同角諸函數相互之關係	6
7. 知某角函數之一求同角之他函數	8
習題二	10
8. 恒等式之證明法	10
習題三	11
9. 餘角之三角函數	12
10. 特別角之三角函數	13
習題四	14

第二編 直三角形之解法及其應用...16...25

11. 直三角形之解法16
12. 例解17
- 習題五19
13. 測量術語19
14. 測量問題20
- 習題六24

第三編 任意角之三角函數.....26...44

15. 任意之角26
16. 象限27
- 習題七27
17. 線之正負28
18. 任意角之三角函數29
19. 同函數之角.....30
20. 三角函數之值之變化31
- 習題八34
21. 某角與其同大之負角兩三角函數
 之關係35
22. 與已知之角 A 同餘弦之一切角36
23. 某角與其補角兩三角函數之關係.....36

24.	與已知之角 A 同正弦之一切角.....	37
25.	二角之差爲 180° 之兩三角函數之關係	38
26.	與已知之角 A 同正切之一切角.....	39
27.	二角之差爲 90° 之兩三角函數之關係.....	39
28.	某角與其餘角兩三角函數之關係	40
29.	三角方程式.....	41
	習題九	43
第四編 複角之三角函數		45...57
30.	二角之和之正弦及餘弦.....	45
31.	二角之差之正弦及餘弦.....	46
32.	基本公式之應用	47
	習題十	48
33.	和差之公式一	49
34.	和差之公式二	49
	習題十一	50
35.	二角和差之正餘切	51
	習題十二	52
36.	倍角之三角函數	53

37.	三倍角之三角函數	53
	習題十三	54
38.	半角之三角函數	55
	習題十四	56
第五編 三角形之性質		48...66
39.	三角形之性質	58
	習題十五	60
40.	三角形之各邊與其對角之正弦成比例	60
41.	$a = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$	61
42.	知二邊及夾角求他邊之式	62
43.	知三邊求角之式	62
44.	以三邊表明半角之正弦, 餘弦, 正切	63
45.	知二邊及夾角求他角之式	64
	習題十六	65
第六編 三角形之解法及其應用		67...90
46.	任意三角形之解法	67
47.	第一種之解法	68
48.	第二種之解法	69
49.	第三種之解法	71

50.	第四種之解法.....	73
	習題十七.....	78
51.	距離及高之測量.....	79
52.	測不能直達之一點之距離.....	80
53.	測兩點間不能直達之距離.....	80
54.	求直立於斜面上之高.....	81
55.	測難於直達其下之水平面上之高.....	82
56.	測不能直達之兩點之距離.....	83
57.	自一點測其至於已定之三點之距離.....	84
58.	航海用羅針盤之方位.....	85
59.	三角測量.....	86
60.	三角測量之等級.....	87
	習題十八.....	88
	習題之答.....	91

附 錄

常用對數.....	1...4
-----------	-------

對數表之用法	5..8
三角函數對數表之用法	8..12
三角函數表之用法	12

附 表

五位對數表	1..4
三角函數之對數表	8..12
三角函數表	13..16

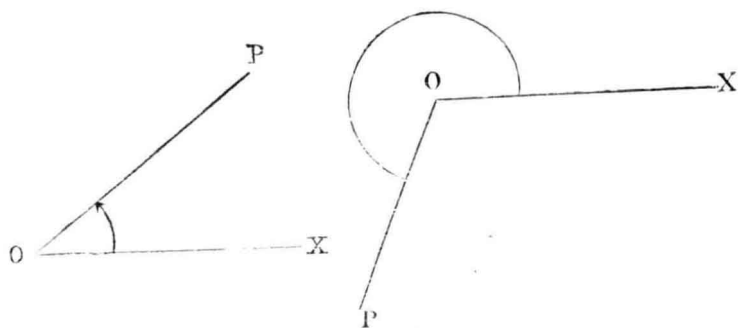
目 次 畢

平面三角法教科書

緒論

1. 角之所由成

如圖、一直線 OP ，從 OX 之位置起、以 O 為樞、



依時針反對之方向迴轉、而停止於一處、則成 XOP 角。此處 O 點、名曰原點。 OX 名曰首線。 OP 名曰迴轉線。

凡角均由此三者而成、 OP 之迴轉量大、則所成之角亦大。

2. 測角法

在幾何學中、往往云直角、或直角之 $\frac{2}{3}$ 等、此以直角爲測角之單位也。然直角太大、用爲單位、殊多不便。故吾人不妨別取一合宜之角、用爲測角之單位。但現時實際上已習慣使用者、則爲六十分法。

3. 六十分法

此測角法之單位、爲度、分、秒、卽一直角之九十等分之一爲一度、一度之六十等分之一爲一分、一分之六十等分之一爲一秒。

度分秒各用一記號 $^{\circ}$ 、 $'$ 、 $''$ 記之、有如云24度56分20秒、則寫作 $24^{\circ} 56' 20''$ 。

【例1】 試以直角爲單位、表明 $93^{\circ} 3' 36''$ 。

$$36'' = \frac{36}{60} \text{ 分} = \frac{3}{5} \text{ 分} = \cdot 6 \text{ 分}$$

$$3' 36'' = 3\cdot 6 \text{ 分} = \frac{3\cdot 6}{60} \text{ 度} = \cdot 06 \text{ 度}$$

$$\therefore 93^{\circ} 3' 36'' = 93\cdot 06 \text{ 度}$$

$$= \frac{93\cdot 06}{90} \text{ 直角} = 1\cdot 034 \text{ 直角}$$

【例2】 有3·456直角、試以度分秒表之。

$$3.456 \text{ 直角} = 90 \times 3.456 \text{ 度} = 311.04 \text{ 度}$$

$$.04 \text{ 度} = 60 \times .04 \text{ 分} = 2.4 \text{ 分}$$

$$.4 \text{ 分} = 60 \times .4 \text{ 秒} = 24 \text{ 秒}$$

$$\therefore 3.456 \text{ 直角} = 311^{\circ} 2' 24''$$

習 題 一

(1) 以直角爲單位、表示次之各角。

I. 60° 、 II. $75^{\circ} 15'$ 、 III. $63^{\circ} 17' 25''$

(2) 下之各角、以度分秒表之。

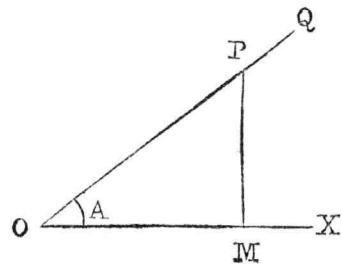
I. $\frac{3}{4}$ 直角、 II. $1\frac{1}{2}$ 直角 III. 1.24 直角

第一編

銳角之三角函數

4. 三角函數之定義

如圖，於迴轉線 OQ 上，任意取一點 P ，自 P 作首線 OX 之垂線 PM ，則成 POM 之直角三角形。今以 A 代表 XOQ 角，則



比 $\frac{PM}{OP}$ 即 $\frac{\text{垂線}}{\text{斜邊}}$

稱爲 A 角之正弦以 $\sin A$ 記之

比 $\frac{OM}{OP}$ 即 $\frac{\text{底邊}}{\text{斜邊}}$

稱爲 A 角之餘弦以 $\cos A$ 記之

比 $\frac{PM}{OM}$ 即 $\frac{\text{垂線}}{\text{底邊}}$

稱爲 A 角之正切以 $\tan A$ 記之

比 $\frac{OM}{PM}$ 即 $\frac{\text{底邊}}{\text{垂線}}$

稱爲 A 角之餘切以 $\cot A$ 記之

比 $\frac{OP}{OM}$ 即 $\frac{\text{斜邊}}{\text{底邊}}$

稱爲 A 角之正割以 $\sec A$ 記之

比 $\frac{OP}{PM}$ 即 $\frac{\text{斜邊}}{\text{垂線}}$

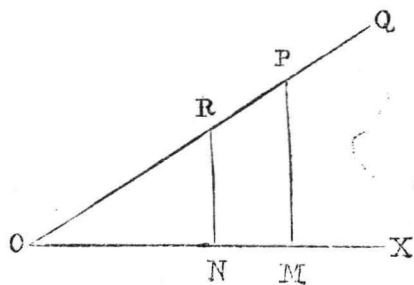
稱爲 A 角之餘割以 $\operatorname{cosec} A$ 記之

以上六比、總稱之曰三角函數。其正弦、餘弦、正切、餘切、正割、餘割、爲此六比之名。

此外尚有正矢 $\operatorname{vers} A$ 及餘矢 $\operatorname{covers} A$ 二者、但正矢即 $1 - \cos A$ 、餘矢即 $1 - \sin A$ 、其爲用殊少、故常畧而不論。

5. 三角函數不因迴轉線之長短而變

設於迴轉線上 P 點之外、更取一 R 點、亦作 OX 之垂線 RN、則因兩三角形 ORN 與 OPM 相似、故



$$\sin A = \frac{PM}{OP} = \frac{RN}{OR}$$

於此可見 $\sin A$ 之值、無關於 OP, OR 之變易也、

其他之比，亦類是，故三角函數，不因迴轉線之長短而變。

6. 同角諸函數相互之關係

I. 依定義 $\sin A = \frac{PM}{OP}$, $\operatorname{cosec} A = \frac{OP}{PM}$
正比 餘比

$$\therefore \sin A \operatorname{cosec} A = \frac{PM}{OP} \times \frac{OP}{PM} = 1$$

又 $\cos A = \frac{OM}{OP}$, $\sec A = \frac{OP}{OM}$
餘比 正比

$$\therefore \cos A \sec A = \frac{OM}{OP} \times \frac{OP}{OM} = 1$$

又 $\tan A = \frac{PM}{OM}$, $\cot A = \frac{OM}{PM}$
正切 餘切

$$\therefore \tan A \cot A = \frac{PM}{OM} \times \frac{OM}{PM} = 1$$

故正弦與餘割，互為反商，餘弦與正割，互為反商，正切與餘切，互為反商。

II. 依定義

$$\tan A = \frac{PM}{OM} = \frac{PM \div OP}{OM \div OP} = \frac{\sin A}{\cos A}$$

又其反商為 $\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$