



教材

动态全解

主编 / 彭万明

初二数学

(上)

东北师范大学出版社



教材 动态全解

主 编 / 彭万明

初二数学

(上)

东北师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

教材动态全解·初二数学上/彭万明主编. —长春:
东北师范大学出版社, 2004. 5
ISBN 7 - 5602 - 3767 - 3

I. 教... II. 彭... III. 数学课—初中—教学参考
资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 023766 号

责任编辑: 刘兆辉 封面设计: 魏国强
 责任校对: 任桂菊 责任印制: 张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (130024)
销售热线: 0431—5695744 5688470
传真: 0431—5695734
网址: <http://www.nenup.com>
电子函件: sdcbs@mail.jl.cn
东北师范大学出版社激光照排中心制版
沈阳新华印刷厂印装
沈阳市铁西区建设中路 30 号 (110021)
2004 年 5 月第 1 版 2004 年 5 月第 1 次印刷
幅面尺寸: 148 mm×210 mm 印张: 8.625 字数: 250 千
印数: 00 001 — 10 000 册

定价: 11.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

张

出版者寄语

选择了《教材动态全解》，你就找到了一个可释疑解惑的知心朋友！

使用了《教材动态全解》，你的成绩会有一个令人欣喜的提高！

借

动态全解·初中数学

作者名单

主 编	彭万明			
编 写	彭万明	程杏婵	江乐正	王西林
	程楠	董亚玲	王勇	王良全
	邹军	黄建	张云光	金明
	黄桂荣	汪逢金	邓长生	杜国陈
	刘小娟	刘民主	程亚东	段金玲



前 言

《教材动态全解》丛书是适应全国中高考命题形式多样化改革需要的初高中各年级同步课堂教学的配套用书。

《教材动态全解》丛书是针对目前国内各省市地区教材版本选择纷繁复杂的局面配备的教辅用书，囊括人教版、北师大版、华东师大版、语文版、苏版等国家教育部教材审定委员会审查通过的教材版本，覆盖初高中各个年级不同学科，且根据各版本教材各自的规律和特点编写。

《教材动态全解》丛书吸收欧美发达国家“活性动态”教辅版式的精髓，紧密结合我国现阶段课堂教学改革的国情，根据不同学科教材的特点和课堂改革的需要，是“教材动态”全解型和名师“课堂动态”实录型优秀图书。这套丛书具有以下突出特点：

一、全面丰富实用

全书知识点分布全面，不遗漏一个忽略点，不放弃一个疑似点，真正体现信息量大，内容丰富，题量充足。全书对教材中的重点、难点、疑点进行逐词、逐句、逐段透彻解读。精编例题，对每一个知识点、易错点、易忽略点、易混淆点、疑似点进行一对一剖析。点对点对应例题，题题揭示规律。

二、体例设置灵活

全书在大栏目统一的基础上，小栏目的设置由编者根据教材内容需要作动态变化。精选全国著名中学师生互动，突破疑难点的精彩课堂实录，突出教师教法的灵活性和学生学法的灵活性。

三、创设互动情境

全书体例版式独特新颖，教育理念前瞻性强，引导学生不断创设问题情境，激励学生注重参与教学过程。书中原创大量新颖的与生产生活实际相结合的探究性问题，培养学生在探究过程中发现知识，并运用知识解决实际问题的能力。

四、分析解读透彻

丛书对《课程标准》和现行《考试大纲》研究透彻，对名师的教法 and 优秀学生的学法研究透彻，对各年级学生的认知水平和储备不同学科知识研究透彻，对单元学习目标和章节训练习题难易度研究透彻，对重点、难点、疑点突破方法研究透彻，对各种题型及其同类变式的解题方法、技巧、规律、误区研究透彻，对培养学生能力升级的步骤和途径研究透彻。

五、适用对象全面

丛书在策划初始即考虑到全国各地教材版本使用复杂的现状，对目前国内各省市地区可能使用的教材版本均有所涉及，因此，丛书适合全国各地重点中学和普通中学各类学生使用，适用对象全面。

本丛书虽然从策划到编写，再到出版，精心设计，认真操作，可谓尽心尽力，但疏漏之处在所难免，诚望广大读者批评指正。

第一编辑室
2004年5月

目 录

代数部分

第八章 因式分解	1	综合方法解析	22
8.1 提公因式法	1	基础能力训练	25
教材内容全解	1	综合能力训练	26
一、因式分解的概念(重点)	1	标答与点拨	27
二、提公因式法(重点、难点)	2	单元总结与测评	29
潜能开发广角	4	中考信息要求	29
基础能力训练	6	热点考题剖析	29
综合能力训练	7	一、考场思维诊断	29
标答与点拨	8	二、因式分解的方法及技巧	30
8.2 运用公式法	9	三、因式分解的应用	31
教材内容全解	9	综合能力测评	32
一、运用公式法(重点)	9	标答与点拨	34
二、平方差公式(重点、难点)	10	第九章 分式	36
三、完全平方公式(重点、难点)	11	9.1 分式	36
潜能开发广角	13	教材内容全解	36
基础能力训练	15	一、分式和有理式的意义(重点)	36
综合能力训练	16	二、分式有意义或等于零的条件(重点、	
标答与点拨	17	难点)	37
8.3 分组分解法	19	综合方法解析	38
教材内容全解	19	基础能力训练	40
一、分组分解法的概念(重点)	19	综合能力训练	41
二、分组后能直接提公因式的因式		标答与点拨	41
分解(重点、难点)	19	9.2 分式的基本性质	43
三、分组后能直接运用公式的因式		教材内容全解	43
分解(重点、难点)	20	一、分式的基本性质(重点)	43
四、 $x^2 + (p+q)x + pq$ 型式子的因		二、分式的变号法则(重点、难点)	44
式分解(难点)	21		

潜能开发广角	44	基础能力训练	73
基础能力训练	47	综合能力训练	74
综合能力训练	48	标答与点拨	75
标答与点拨	49	9.6 探究性活动: $a=bc$ 型数量	
9.3 分式的乘除法	51	关系	76
教材内容全解	51	教材内容全解	76
一、约分(重点)	51	探究学习	76
二、分式的乘除法(重点)	52	基础能力训练	77
三、分式的乘方(重点、难点)	53	综合能力训练	78
潜能开发广角	54	标答与点拨	79
一、综合方法学习	54	9.7 可化为一元一次方程的分式方	
二、探究整数指数幂的运算性质	55	程及其应用	80
基础能力训练	57	教材内容全解	80
综合能力训练	59	一、分式方程的意义(重点)	80
标答与点拨	59	二、可化为一元一次方程的分式方程的	
9.4 分式的加减法	60	解法(重点、难点)	80
教材内容全解	60	潜能开发广角	82
一、通分(重点)	60	基础能力训练	84
二、分式的加减法(重点、难点)	61	综合能力训练	86
潜能开发广角	63	标答与点拨	86
基础能力训练	66	专 题	88
综合能力训练	67	一、分式运算中的常用技巧	88
标答与点拨	67	二、用代换法求条件分式的值	89
9.5 含有字母系数的一元一次		三、分式方程的增根问题	91
方程	68	四、考场思维诊断(分式方程的应用)	92
教材内容全解	68	单元总结与测评	94
一、含有字母系数的一元一次方程		中考信息要求	94
(重点)	68	热点考题剖析	95
二、含有字母系数的一元一次方程		综合能力测评	98
的解法(重点、难点)	69	标答与点拨	99
三、公式变形(重点)	70		
综合方法解析	71		

几何部分

第三章 三角形	101	3.1 关于三角形的一些概念	101
---------	-----	----------------	-----

教材内容全解	101	标答与点拨	133
一、三角形的概念(重点)	101	3.5 三角形全等的判定(一)	135
二、三角形中的三条重要线段(重点、 难点)	102	教材内容全解	135
三、三角形的面积	103	一、边角边公理(重点)	135
四、三角形的稳定性	103	二、边角边公理的应用(重点、 难点)	136
潜能开发广角	104	综合方法解析	137
基础能力训练	106	基础能力训练	139
综合能力训练	108	综合能力训练	141
标答与点拨	109	标答与点拨	142
3.2 三角形三条边的关系	110	3.6 三角形全等的判定(二)	145
教材内容全解	110	教材内容全解	145
一、三角形按边分类(重点)	110	一、角边角公理及推论(重点)	145
二、三角形三边关系定理及推论(重点、 难点)	111	二、角边角公理及推论的应用(重点、 难点)	146
综合方法解析	113	潜能开发广角	147
基础能力训练	114	基础能力训练	150
综合能力训练	115	综合能力训练	152
标答与点拨	116	标答与点拨	153
3.3 三角形的内角和	117	3.7 三角形全等的判定(三)	156
教材内容全解	117	教材内容全解	156
一、三角形的内角和定理及推论 (重点)	117	一、边边边公理(重点)	156
二、三角形按角分类(重点)	120	二、判定三角形全等的方法(重点、 难点)	157
潜能开发广角	121	综合方法解析	158
基础能力训练	124	基础能力训练	159
综合能力训练	125	综合能力训练	161
标答与点拨	126	标答与点拨	162
3.4 全等三角形	128	3.8 直角三角形全等的判定	165
教材内容全解	128	教材内容全解	165
一、全等形	128	一、斜边、直角边公理(重点)	165
二、全等三角形(重点)	128	二、证明两个直角三角形全等的方法与 思路(重点、难点)	165
三、全等变换(难点)	129	潜能开发广角	167
潜能开发广角	130	基础能力训练	169
基础能力训练	131	综合能力训练	170
综合能力训练	133		

标答与点拨	171	标答与点拨	197
3.9 角的平分线	173	3.13 等腰三角形的判定	200
教材内容全解	173	教材内容全解	200
一、角的平分线的性质定理(重点) ..	173	一、等腰三角形的判定定理(重点) ..	200
二、角的平分线的判定定理(重点) ..	173	二、等腰三角形判定定理的推论	
三、角的平分线(重点)	174	(重点)	201
四、逆命题与逆定理(重点、难点) ..	174	解题方法指导	203
解题方法指导	175	基础能力训练	207
基础能力训练	176	综合能力训练	208
综合能力训练	177	标答与点拨	209
标答与点拨	178	3.14 线段的垂直平分线	212
3.10 基本作图	181	教材内容全解	212
教材内容全解	181	一、线段垂直平分线的性质定理及逆定	
一、尺规作图与基本作图的概念		理(重点)	212
(重点)	181	二、线段垂直平分线的定义	213
二、五种基本作图(重点、难点) ..	181	解题方法指导	214
潜能开发广角	183	基础能力训练	216
基础能力训练	183	综合能力训练	218
综合能力训练	184	标答与点拨	219
标答与点拨	185	3.15 轴对称和轴对称图形	221
3.11 作图题举例	186	教材内容全解	221
教材内容全解	186	一、轴对称和轴对称图形的概念	
一、作图题的一般步骤(重点) ..	186	(重点)	221
二、如何分析作图题(难点) ..	187	二、轴对称的性质(重点、难点) ..	222
潜能开发广角	187	三、性质定理2的逆定理(重点) ..	223
基础能力训练	188	潜能开发广角	224
综合能力训练	189	基础能力训练	225
标答与点拨	189	综合能力训练	226
3.12 等腰三角形的性质	191	标答与点拨	227
教材内容全解	191	3.16 勾股定理	230
一、等腰三角形的性质定理(重点) ..	191	教材内容全解	230
二、等腰三角形性质定理的推论		一、勾股定理(重点)	230
(重点)	192	二、勾股定理的证明(难点) ..	231
解题方法指导	193	潜能开发广角	232
基础能力训练	195	基础能力训练	234
综合能力训练	197	综合能力训练	236

标答与点拨	237	专 题 常见的添加辅助线的	
3.17 勾股定理的逆定理	240	方法	247
教材内容全解	240	单元总结与测评	252
一、勾股定理的逆定理(重点)	240	中考信息要求	252
二、如何判定一个三角形是否为直角三		一、中考考点考向分析	252
角形(重点、难点)	240	二、中考考法考向分析	252
潜能开发广角	242	热点考题剖析	253
基础能力训练	243	综合能力测评	256
综合能力训练	244	标答与点拨	258
标答与点拨	245		

第八章

因式分解

8.1 提公因式法



教材内容全解

一、因式分解的概念(重点)

把一个多项式化成几个整式的积的形式,这种式子变形叫做把这个多项式因式分解,也叫做把这个多项式分解因式.

注意

- (1) 因式分解专指多项式的恒等变形,即等式的左边必须是多项式.
- (2) 因式分解的结果必须是几个整式的积的形式.
- (3) 因式分解必须在指定数集内不能再继续分解为止(目前只在有理数范围内).
- (4) 因式分解与整式乘法是互为逆变形.

例1 下列各式中,从等式左边到等式右边的变形属于因式分解的是

()

- A. $ab - a - b + 1 = a(b - 1) - b + 1$
- B. $ab - a - b + 1 = ab \left(1 - \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{ab} \right)$
- C. $(a - 1)(b - 1) = ab - a - b + 1$
- D. $ab - a - b + 1 = (a - 1)(b - 1)$

解析 A项只是把多项式的部分化为积的形式;B项 $1 - \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{ab}$ 不是整式因式;C项计算整式 $a - 1$ 和 $b - 1$ 的积的结果是“和”的形式,是整

式乘法,不是因式分解;D项是将多项式 $ab-a-b+1$ 化为两个整式的积的形式,符合因式分解的定义,是因式分解.

答案 D

√ **同类变式** 已知关于 x 的二次三项式 $3x^2+mx+n$ 因式分解的结果为 $(3x+2)(x-1)$. 求 m, n .

解析 由题意 $3x^2+mx+n=(3x+2)(x-1)$

根据因式分解与整式乘法正好是相反的恒等变形,可以直接将右边的乘法通过计算转化为左边的形式,从而确定 m, n .

解 因为 $(3x+2)(x-1)=3x^2+2x-3x-2=3x^2-x-2$

所以由恒等式的性质可得 $m=-1, n=-2$.

二、提公因式法(重点、难点)

一般地,如果多项式的各项有公因式,可以把这个公因式提到括号外面,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫做提取公因式法.

交流讨论

问:提取公因式法分解因式的依据是什么?

答:提取公因式法分解因式的依据是:将乘法的分配律 $m(a+b+c)=am+bm+cm$ 反过来用. 提公因式法就是把多项式 $ma+mb+mc$ 各项中的公因式 m 提到括号外,把多项式 $ma+mb+mc$ 分解成因式 m 和 $a+b+c$ 的乘积形式,从而达到分解因式的目的.

问:如何确定一个多项式的各项的公因式呢?

答:确定一个多项式的公因式时,要对数字系数和字母分别进行考虑:①对于系数,如果是整数系数,取各项系数的最大公约数作为公因式的系数;②对于字母,须考虑两条,一条是取各项相同的字母,另一条是各相同字母的指数取其次数最低的.

例2 把下列各式分解因式:

$$(1) 8a^3b^3+12a^4b^2+16a^5b$$

$$(2) 4a^2+6ab+2a$$

$$(3) -3ma^3+6ma^2-12ma$$

解析 用提公因式法分解因式的关键是找准多项式各项的公因式,(1)中的公因式是 $4a^3b$, (2)中的公因式是 $2a$, (3)中的公因式是 $-3am$.

特别提示:

因式分解是一种恒等变形,即[同类变式]中 x 无论取何值时 $3x^2+mx+n$ 与 $(3x+2)(x-1)$ 总是相等的. 因此,只要任取 x 的两个值代入就能建立关于 m, n 的方程组,求出 m, n .

警示误区:

(1)“1”作为某项的系数通常可以省略,但如果单独成一项时,它就不省略.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) & 8a^3b^3 + 12a^4b^2 + 16a^5b \\ &= 4a^3b \cdot 2b^2 + 4a^3b \cdot 3ab + 4a^3b \cdot 4a^2 \\ &= 4a^3b(2b^2 + 3ab + 4a^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & 4a^2 + 6ab + 2a = 2a \cdot 2a + 2a \cdot 3b + 2a \cdot 1 \\ &= 2a(2a + 3b + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & -3ma^3 + 6ma^2 - 12ma \\ &= -(3ma^3 - 6ma^2 + 12ma) \\ &= -3ma(a^2 - 2a + 4) \end{aligned}$$

例3 把下列各式分解因式:

$$(1) 4a^2(m-n) + 2b(n-m) - 6c(n-m)$$

$$(2) x(x-y)(a-b) - y(y-x)(b-a)$$

$$(3) \frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3$$

解析 本例三道题初看都不能用提公因式法分解因式,因为各项中找不出公因式,将个别项作如下变形: $n-m=-(m-n)$, $(y-x)(b-a)=(x-y)(a-b)$, $(x-2a)^2=(2a-x)^2$ 后,不难发现(1)题中的公因式为 $2(m-n)$, (2)题中的公因式为 $(x-y)(a-b)$, (3)题中的公因式为 $\frac{1}{4}a(2a-x)^2$.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad (1) & 4a^2(m-n) + 2b(n-m) - 6c(n-m) \\ &= 4a^2(m-n) - 2b(m-n) + 6c(m-n) \\ &= 2(m-n)(2a^2 - b + 3c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & x(x-y)(a-b) - y(y-x)(b-a) \\ &= x(x-y)(a-b) - y(x-y)(a-b) \\ &= (x-y)(a-b)(x-y) \\ &= (x-y)^2(a-b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) & \frac{1}{2}a^2(x-2a)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3 \\ &= \frac{1}{2}a^2(2a-x)^2 - \frac{1}{4}a(2a-x)^3 \\ &= \frac{1}{4}a(2a-x)^2[2a - (2a-x)] \end{aligned}$$

如:第2小题中 $2a$ 恰好是公因式提出 $2a$ 后,很容易漏掉系数“1”.

(2)如果多项式的第一项的系数是“-”的,一般要先提出“-”号,使括号内的第一项的系数是正的,在提出“-”号后,多项式的各项都要改变符号.

解题技巧:

提公因式法分解因式的依据是 $am + bm + cm = m(a+b+c)$,这里的公因式 m 要从字母代数、代式的整体思想上去认识,它既可以表示一个数、一个单项式,也可以表示一个多项式,在找多项式因式时,以下两种多项式的变形要特别注意:

$$(1) a-b = -(b-a)$$

$$(a-b)(x-y) = (b-a)(y-x)$$

(2)当 n 为偶数时

$$(a-b)^n = (b-a)^n$$

当 n 为奇数时

$$(a-b)^n = -(b-a)^n$$

$$= \frac{1}{4}ax(2a-x)^2$$

例4 分解因式: $3x(x-2)-2+(2-x)^2+x$

解析 粗看这道题,不知从何下手,因为找不到公因式.此时将 -2 和 x 结合在一起变为 $x-2$ 再将 $(2-x)^2$ 变形为 $(x-2)^2$ 就构造出了公因式.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & 3x(x-2)-2+(2-x)^2+x \\ & = 3x(x-2)+(x-2)^2+x-2 \\ & = (x-2)(3x+x-2+1) \\ & = (x-2)(4x-1) \end{aligned}$$

解题规律:

因式分解的方法首选提公因式,应先观察有无公因式可以提取.若暂时没有,看一看,能否通过变形转换创造出公因式.



潜能开发广角

延伸技巧

- (1) 因式分解可使较为复杂的计算简便.
- (2) 因式分解可以用于代数式的整体求值.

例5 (1) 计算: $2\ 003+2\ 003^2-2\ 004^2$

(2) 已知 $a+b=13$, $ab=40$, 求 a^2b+ab^2 的值.

解析 (1) 题若按计算顺序和计算法则直接计算,计算量太大、太麻烦,所以要考虑利用因式分解进行变形,又由于此题中的三项没有公因式,可以尝试先将前两项提取公因式 $2\ 003$,得 $2\ 003(1+2\ 003)-2\ 004^2$,显然变形后所得的两项式中又有公因式 $2\ 004$,可以再提公因式 $2\ 004$. (2) 小题若先求出 a, b 的值代入代数式 a^2b+ab^2 中这样计算很麻烦,可以先把代数式进行因式分解,变成只含有 $a+b$ 和 ab 的形式,再整体代入求值.

$$\begin{aligned} \text{解} \quad & (1) 2\ 003+2\ 003^2-2\ 004^2 \\ & = 2\ 003(1+2\ 003)-2\ 004^2 \\ & = 2\ 003 \times 2\ 004-2\ 004^2 \\ & = 2\ 004(2\ 003-2\ 004) \\ & = -2\ 004 \end{aligned}$$

$$(2) a^2b+ab^2=ab(a+b)$$

当 $a+b=13$, $ab=40$ 时, 原式 $=40 \times 13=520$.

同类变式 比较 $2\ 003 \times 20\ 042\ 004$ 与 $2\ 004 \times 20\ 032\ 003$ 的大小.

解析 本题如果直接计算,不仅计算量大,而且容易出错,仔细观察其中各数的特点,发现这些数都与 $2\ 003$ 和 $2\ 004$ 两个数有关,可设 $2\ 003$ 为 x ,则 $2\ 004 = x + 1$,所以 $20\ 042\ 004 = 2004 \times 10\ 000 + 2\ 004 = 10\ 000(x + 1) + x + 1 = 10\ 001x + 10\ 001 = 10\ 001(x + 1)$
 $20\ 032\ 003 = 10\ 001x.$

解 设 $2\ 003 = x$

$$\begin{aligned} \therefore 20\ 032\ 003 \times 2\ 004 - 2\ 003 \times 20\ 042\ 004 \\ &= (x + 1) \times 10\ 001x - x \times 10\ 001 \cdot (x + 1) \\ &= 0 \\ \therefore 2\ 003 \times 20\ 042\ 004 &= 2\ 004 \times 20\ 032\ 003 \end{aligned}$$

探究技巧:

(1) 利用因式分解构建整体代入求值的方法是值得借鉴的.

(2) 纯数字的题目同样可以利用因式分解来计算.在解有规律的数字问题时,常用字母代替其中部分数字的值,从而简化计算.

思维诊断

前面,我们研究的多项式的指数都是具体数字,当多项式的公因式含字母指数时,能否可以用提公因式法分解因式呢?

例6 分解因式: $a^2x^{n+2} - abx^{n+1} + acx^n - adx^{n-1}$

解析 在 x^{n+2} , x^{n+1} , x^n 和 x^{n-1} 中 $x^{n+2} = x^{n-1} \cdot x^3$, $x^{n+1} = x^{n-1} \cdot x^2$, $x^n = x^{n-1} \cdot x$

由此可以得出 x 的最低次幂是 x^{n-1} ,故这个多项式的公因式是 ax^{n-1} .

$$\begin{aligned} \text{解} \quad &a^2x^{n+2} - abx^{n+1} + acx^n - adx^{n-1} \\ &= ax^{n-1} \cdot ax^3 - ax^{n-1} \cdot bx^2 + ax^{n-1} \cdot cx - ax^{n-1} \cdot d \\ &= ax^{n-1}(ax^3 - bx^2 + cx - d) \end{aligned}$$

例7 先阅读下列材料,再解答下列问题.

已知 $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 = 0$,求 x^6 的值.

解: $\because 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 = 0$,

$$\begin{aligned} \therefore x^6 &= 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6 \\ &= 1 + x(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5) \\ &= 1 + 0 = 1 \end{aligned}$$

特别提示:

由于本题中字母 x 的指数都是含 n 的式子,很多同学不善于观察题目的特征,准确提取公因式,容易出现提取公因式 x^n 或 x^{n+2} 等错误.