

结构设计禁忌与疑难问题对策丛书

混凝土结构设计禁忌 与疑难问题对策

(按规范 GB 50010—2010)

郭继武 编著

中国建筑工业出版社

TU370.4/92

2013

结构设计禁忌与疑难问题对策丛书

混凝土结构设计禁忌与疑难问题对策

(按规范 GB 50010—2010)

郭继武 编著

封面设计
责任编辑
封面设计
封面设计

本书是《混凝土结构设计禁忌与疑难问题对策》丛书之一，主要介绍混凝土结构设计中的禁忌与疑难问题，并给出相应的对策。本书可作为从事混凝土结构设计的工程技术人员、设计人员、施工人员、监理人员的参考书，也可作为高等院校土木工程专业及相关专业的教材。

RFID

北方工业大学图书馆



C00344944

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

混凝土结构设计禁忌与疑难问题对策/郭继武编著.

北京: 中国建筑工业出版社, 2013. 7

(结构设计禁忌与疑难问题对策丛书)

ISBN 978-7-112-15530-9

I. ①混… II. ①郭… III. ①混凝土结构-结构设计

IV. ①TU370-4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 131703 号

本书为“结构设计禁忌与疑难问题对策丛书”之一。本书参照《建筑结构荷载规范》GB 50009—2012、《混凝土结构设计规范》GB 50010—2010 编写。采取问答形式讲述混凝土结构基本理论、设计与计算方法, 主要内容包括: 建筑结构概率极限状态设计法, 钢筋和混凝土材料的力学性能, 受弯、受压、受拉承载力计算, 受扭构件扭曲截面承载力计算, 钢筋混凝土构件变形和裂缝的计算, 预应力混凝土构件计算, 现浇钢筋混凝土楼盖、楼梯设计与计算等。全书共分 9 章。书中附录介绍了应用编程计算器解题方法和步骤。

本书供结构设计人员、施工图审查人员使用, 并可作为大中专院校师生参考用书, 也可供设计、施工、监理等技术人员, 考研人员, 注册考生参考。

* * *

责任编辑 郭 栋

责任设计 张 虹

责任校对 张 颖 赵 颖

结构设计禁忌与疑难问题对策丛书
混凝土结构设计禁忌与疑难问题对策
(按规范 GB 50010—2010)

郭继武 编著

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

北京红光制版公司制版

北京市密东印刷有限公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 19 1/4 插页: 1 字数: 470 千字

2013 年 9 月第一版 2013 年 9 月第一次印刷

定价: 43.00 元

ISBN 978-7-112-15530-9
(24087)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

新版《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)已于2011年7月1日开始实施。为了进一步学习、领会修订后的规范内容,以解答疑难问题的方式,叙述规范的主要内容及学习规范的一些基础理论知识。内容包括:建筑结构概率极限状态设计法。钢筋、混凝土材料的力学性能,受弯、受压、受拉、受扭构件承载力的计算,钢筋混凝土构件变形和裂缝的计算,预应力混凝土构件的计算,现浇钢筋混凝土楼盖、楼梯设计与计算等,全书共分9章。

编写本书时,笔者力求做到内容由浅入深,循序渐进,理论联系实际。对规范公式、系数的来源作了推证,对有关条文作了说明。例如:

(1) 在叙述以概率为基础的极限状态设计法时,为了使读者理解这一方法的实质内容,包括可靠度的概念,建筑荷载的确定、混凝土和钢筋强度取值等,书中对概率论的基本知识(直方图、概率分布、分位值等)作了必要的介绍。

(2) 混凝土正截面等效矩形应力图系数是学习混凝土结构的一个难点。为了使读者掌握它们的确定原则和方法,书中以混凝土强度等级C80的图形系数 $\alpha_1 = 0.94$ 和 $\beta_1 = 0.74$ 为例,说明这些系数的来源。无疑,这对理解问题的物理概念是有帮助的。

(3) 在偏压构件中,新版规范编入了 $P-\delta$ 效应新的计算方法,即 $C_m-\eta_{ns}$ 法,该方法考虑了杆端受不同弯矩的情形。为了深入理解这一方法的物理概念,书中采用了“等代柱法”进行讲解,并对公式进行了推证,同时,对规范公式作了讨论。

(4) 本书在叙述剪扭构件混凝土受扭承载力降低系数 β_t 时,运用三角公式进行推演。使概念清晰明确。

(5) 在工程设计中,经常遇到双向板的计算。本书重点介绍了塑性理论方法。并编制了计算系数用表,给出了直接计算配筋面积的公式。使计算得以简化。这一方法已为大量工程所证明,它是安全可靠的。

(6) 为了提高工作效率,在书的附录中,以偏心受压构件承载力计算和地震作用反应时程分析法为例,介绍了用编程计算器解题方法和步骤。

由于笔者水平所限,书中可能有疏漏之处,特别是有些看法仅为一孔之见,尚请广大读者批评指正。

编写本书过程中,参考了公开发表的一些文献和专著,谨向这些作者表示感谢。

目 录

第 1 章 建筑结构概率极限状态设计法	1
【1-1】 什么是随机现象和随机变量?	1
【1-2】 什么是随机事件?	1
【1-3】 什么是频率和概率?	1
【1-4】 怎样绘制频率密度直方图? 它有何用途?	1
【1-5】 怎样计算算术平均值、标准差和变异系数?	3
【1-6】 不知道概率密度函数、分布函数的含义	5
【1-7】 什么是正态分布和极值 I 型分布?	6
【1-8】 不理解什么是分位值	7
【1-9】 什么是“作用”? 它与荷载相同吗?	8
【1-10】 不知道荷载是怎样进行分类的	8
【1-11】 什么是荷载代表值? 怎样确定荷载标准值?	8
【1-12】 办公楼、住宅和商店楼面可变荷载标准值的保证率各是多少?	10
【1-13】 设计楼面梁、墙、柱及基础时, 表 1-3 中的楼面活荷载标准值 为何要乘以折减系数? 如何确定折减系数的数值?	11
【1-14】 怎样确定民用建筑屋面均布活荷载标准值?	12
【1-15】 怎样确定雪荷载标准值?	12
【1-16】 怎样确定风荷载标准值?	13
【1-17】 怎样确定荷载组合值?	13
【1-18】 怎样确定荷载频遇值?	13
【1-19】 怎样确定荷载准永久值?	14
【1-20】 建筑结构设计使用年限是怎样确定的?	14
【1-21】 建筑结构的安全等级是怎样确定的?	15
【1-22】 不知道什么是结构的功能	15
【1-23】 对结构功能的极限状态概念不清楚	16
【1-24】 什么是失效概率与可靠指标?	16
【1-25】 什么是概率极限状态设计法?	18
【1-26】 什么是极限状态设计实用表达式?	20
【1-27】 混凝土结构的环境类别是怎样划分的?	23
【1-28】 不了解结构混凝土材料的耐久性基本要求	24
第 2 章 钢筋和混凝土材料的力学性能	25
【2-1】 什么是混凝土立方体抗压强度?	25

【2-2】	不清楚混凝土强度等级是怎样确定的	25
【2-3】	混凝土强度等级分为多少级? 在工程中如何选择?	25
【2-4】	什么是混凝土强度的变异性?	26
【2-5】	什么是混凝土轴心抗压强度? 它与立方体抗压强度有何关系?	26
【2-6】	混凝土轴心抗压强度标准值是怎样确定的?	27
【2-7】	什么是混凝土轴心抗拉强度? 它与立方体抗压强度有何关系?	28
【2-8】	混凝土轴心抗拉强度标准值是怎样确定的?	29
【2-9】	不了解混凝土强度设计值的含义	29
【2-10】	怎样确定混凝土弹性模量、变形模量、泊松比和剪变模量?	30
【2-11】	不了解混凝土的收缩与徐变	32
【2-12】	不了解钢筋的种类	34
【2-13】	钢筋含有哪些化学元素?	35
【2-14】	不清楚钢筋的力学性能	35
【2-15】	如何确定钢筋强度标准值和设计值?	37
【2-16】	不知道如何确定钢筋的弹性模量	40
【2-17】	什么是钢筋与混凝土的粘结强度?	40
【2-18】	怎样确定钢筋锚固长度?	42
第 3 章 受弯构件承载力计算		44
【3-1】	哪些钢筋混凝土构件属于受弯构件?	44
【3-2】	钢筋混凝土受弯构件会发生怎样的破坏?	44
【3-3】	梁的截面有哪几种形式? 怎样选择截面尺寸?	45
【3-4】	怎样选择梁的材料强度等级?	45
【3-5】	不了解梁的配筋形式	45
【3-6】	不知如何选择板的厚度、材料等级和配筋形式	47
【3-7】	梁、板混凝土保护层的作用是什么? 什么是截面有效高度?	48
【3-8】	不了解受弯构件正截面破坏的三种特征	49
【3-9】	不了解单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算基本假定	52
【3-10】	不清楚受弯构件正截面承载力基本方程	53
【3-11】	什么是等效矩形应力图形?	54
【3-12】	什么是受弯构件相对界限受压区高度和最大配筋率?	57
【3-13】	什么是受弯构件适筋时最小配筋率?	59
【3-14】	不了解单筋矩形截面受弯构件正截面承载力计算基本公式	61
【3-15】	不了解基本计算公式如何应用	62
【3-16】	在什么情况下受弯构件可采用双筋截面?	68
【3-17】	不了解双筋截面受弯构件的破坏特征	68
【3-18】	不掌握双筋截面梁计算基本公式	70
【3-19】	怎样计算双筋矩形截面梁的配筋?	71
【3-20】	T 形截面梁有何优点? 除独立 T 形梁外, 哪些截面还应按 T 形截面计算?	73

【3-21】	T形截面梁分哪两类? 怎样判别? 如何确定翼缘计算宽度?	73
【3-22】	怎样判别 T形截面梁的类型?	75
【3-23】	不了解受弯构件为什么会发生斜截面破坏	79
【3-24】	不掌握受弯构件斜截面受剪破坏形态	80
【3-25】	不了解斜截面受剪承载力计算	81
【3-26】	不了解斜截面受剪承载力计算步骤	85
【3-27】	不清楚纵向受力钢筋切断与弯起的有关规定	91
【3-28】	不了解纵向受力钢筋在支座内的锚固	94
【3-29】	不了解钢筋连接的要求	94
【3-30】	怎样确定梁内箍筋和弯起钢筋的最大间距?	95
【3-31】	弯起钢筋在构造上有何要求?	96
【3-32】	腰筋与拉筋有何作用? 在构造上有何要求?	96
第 4 章	受压构件承载力计算	97
【4-1】	哪些构件属于受压构件? 不了解受压构件的分类	97
【4-2】	不熟悉受压构件的构造要求	97
【4-3】	不了解配置普通钢筋轴心受压构件的破坏特征	99
【4-4】	不掌握配置普通钢筋轴心受压构件承载力计算	100
【4-5】	不了解配置螺旋式钢筋轴心受压构件的破坏特征	102
【4-6】	不掌握配置螺旋式钢筋轴心受压构件承载力计算	103
【4-7】	不了解偏心受压构件正截面破坏特征	105
【4-8】	怎样确定大小偏心的界限?	106
【4-9】	什么是附加偏心距和初始偏心距?	106
【4-10】	不掌握偏心受压构件 $P-\delta$ 效应的概念	106
【4-11】	在什么情况下可不考虑偏心受压构件 $P-\delta$ 效应?	107
【4-12】	不熟悉两端铰支等偏心距单向偏心受压构件内力和挠度的计算	107
【4-13】	不掌握两端铰支不等偏心距单向偏心受压构件内力和挠度的计算	108
【4-14】	不了解大偏心受压构件正截面承载力计算公式及其适用条件	115
【4-15】	不了解小偏心受压构件正截面承载力计算公式及其适用条件	116
【4-16】	怎样计算矩形截面对称配筋偏心受压构件正截面承载力?	118
【4-17】	怎样计算矩形截面非对称配筋偏心受压构件正截面承载力?	125
【4-18】	怎样计算偏心受压构件斜截面受剪承载力?	142
第 5 章	受拉构件承载力计算	144
【5-1】	什么是轴心受拉构件和偏心受拉构件? 哪些钢筋混凝土构件属于受拉构件? ...	144
【5-2】	怎样计算轴心受拉构件正截面受拉承载力?	144
【5-3】	怎样计算偏心受拉构件正截面受拉承载力?	145
【5-4】	怎样计算偏心受拉构件斜截面受剪承载力?	150

第 6 章	受扭构件扭曲截面承载力计算	151
【6-1】	什么是受扭构件?	151
【6-2】	怎样计算素混凝土纯扭构件扭曲截面承载力?	151
【6-3】	怎样计算钢筋混凝土矩形截面纯扭构件扭曲截面承载力?	153
【6-4】	怎样计算钢筋混凝土 T 形和 I 形截面纯扭构件的受扭承载力?	156
【6-5】	不熟悉钢筋混凝土剪扭构件承载力计算	157
【6-6】	不熟悉钢筋混凝土弯扭构件承载力计算	160
【6-7】	怎样计算钢筋混凝土弯剪扭构件承载力?	160
第 7 章	钢筋混凝土构件变形和裂缝计算	166
【7-1】	不了解按变形及裂缝宽度计算的基本要求	166
【7-2】	计算钢筋混凝土受弯构件变形时能直接采用其抗弯刚度 EI 吗?	166
【7-3】	怎样计算受弯构件的短期刚度 B_s ?	167
【7-4】	怎样计算受弯构件长期刚度 B ?	171
【7-5】	不掌握钢筋混凝土梁的挠度计算	172
【7-6】	怎样计算受弯构件裂缝宽度?	173
【7-7】	怎样计算轴心受拉构件裂缝宽度?	177
第 8 章	预应力混凝土构件的计算	179
【8-1】	不了解预应力混凝土原理	179
【8-2】	施加预应力有哪些方法?	180
【8-3】	如何选择预应力混凝土的材料?	181
【8-4】	常用的预应力钢筋锚具有哪些?	182
【8-5】	怎样选择张拉控制应力值?	183
【8-6】	怎样确定预应力损失值?	184
【8-7】	怎样对各阶段预应力损失值进行组合?	189
【8-8】	怎样对预应力混凝土轴心受拉构件进行应力分析	190
【8-9】	不掌握预应力混凝土轴心受拉构件使用阶段的验算	197
【8-10】	不掌握预应力混凝土轴心受拉构件施工阶段的验算	199
第 9 章	现浇钢筋混凝土楼盖、楼梯设计与计算	206
【9-1】	现浇钢筋混凝土楼盖有何优点?	206
【9-2】	现浇钢筋混凝土楼盖有哪几种类型?	206
【9-3】	不了解肋形楼盖体系的受力	207
【9-4】	怎样选择单向板肋形楼盖的计算简图?	208
【9-5】	不熟悉钢筋混凝土连续梁的内力计算	209
【9-6】	不熟悉单向板的计算与构造	217
【9-7】	不熟悉次梁的计算与构造	220

【9-8】	不了解主梁的计算与构造	222
【9-9】	单向板肋形楼盖计算例题	224
【9-10】	不掌握按塑性理论计算双向板配筋	234
【9-11】	不掌握双向板的构造要求	244
【9-12】	双向板计算例题	244
【9-13】	怎样计算双向板楼盖梁?	248
【9-14】	怎样计算板式楼梯?	249
【9-15】	怎样计算梁式楼梯?	252
附录 A	《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010) 材料力学指标	257
附录 B	钢筋公称直径和截面面积	260
附录 C	《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010) 有关规定	264
附录 D	等截面等跨连续梁在常用荷载作用下内力系数表	266
附录 E	应用编程计算器计算方法和步骤	273
参考文献		300

第 1 章 建筑结构概率极限状态设计法

【1-1】 什么是随机现象和随机变量？

对于具有多种可能发生的结果，而究竟发生哪一结果不能事先肯定的现象，称为随机现象。表示随机现象各种结果的变量，称为随机变量。例如，作用在结构上的荷载、混凝土和钢筋的强度等，都是随机变量。

【1-2】 什么是随机事件？

在概率论中为叙述方便，通常把一个科学试验或对某一事物的某一特征的观察，统称为试验。而把每一可能的结果，称为随机事件，简称事件。

【1-3】 什么是频率和概率？

在试验中，事件 A 发生的次数 k （又称频数）与试验的总次数 n 之比称为事件 A 发生的频率。

由试验和理论分析可知，当试验次数 n 相当大时，事件 A 出现的频率 $\frac{k}{n}$ 是很稳定的，即频率数值总是在某个常数 p 附近摆动。因此，可用常数 p 表示事件 A 出现的可能性的 大小，并把这个数值 p 称为事件 A 的概率，并记作 $P(A) = p$ 。

【1-4】 怎样绘制频率密度直方图？它有何用途？

1. 频率密度直方图的绘制

下面通过工程实例说明如何绘制频率密度直方图。

【例题 1-1】 为了分析某工程混凝土的抗压强度的波动规律性，在浇筑混凝土过程中，制作了 348 个试块并进行了抗压强度试验，获得一批试验数据，见表 1-1。试绘制该工程混凝土强度频率密度直方图。

混凝土的抗压强度分组统计表					表 1-1
组序号	分组强度 $x(\text{N/mm}^2)$	频数 k_i	频率 f_i^*	累积频率 Σf_i^*	频率密度 $f(x)$
1	17.0~18.0	1	0.003	0.003	0.003
2	>18.0~19.0	0	0	0.003	0
3	>19.0~20.0	1	0.003	0.006	0.003
4	>20.0~21.0	6	0.017	0.023	0.017
5	>21.0~22.0	3	0.009	0.032	0.009
6	>22.0~23.0	7	0.020	0.052	0.020
7	>23.0~24.0	10	0.029	0.080	0.029

续表

组序号	分组强度 $x(\text{N/mm}^2)$	频数 k_i	频率 f_i^*	累积频率 Σf_i^*	频率密度 $f(x)$
8	$>24.0\sim 25.0$	25	0.072	0.152	0.072
9	$>25.0\sim 26.0$	33	0.095	0.247	0.095
10	$>26.0\sim 27.0$	44	0.126	0.373	0.126
11	$>27.0\sim 28.0$	57	0.164	0.537	0.164
12	$>28.0\sim 29.0$	56	0.161	0.698	0.161
13	$>29.0\sim 30.0$	48	0.138	0.836	0.138
14	$>30.0\sim 31.0$	28	0.080	0.917	0.080
15	$>31.0\sim 32.0$	27	0.078	0.994	0.078
16	$>32.0\sim 33.0$	2	0.006	1.000	0.006
总计	—	348	1.000		

【解】 (1) 找出试验数据中最大值和最小值，并计算出它们的极差，即求出差值。

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 33.0 - 17.0 = 16.0 \text{ N/mm}^2$$

(2) 确定组距和组数

将数据从小到大分成若干组，组数可根据试验数据的多少而定，本例选择组距 $C = 1 \text{ N/mm}^2$ ，于是组数为：

$$K = \frac{R}{C} = \frac{16.0}{1.0} = 16 \text{ 组}$$

(3) 确定各组混凝土强度范围（即确定各组分点数值）

(4) 算出各组数据出现的频数 k_i （见表 1-1）

(5) 算出各组出现的频率

$$f_i^* = \frac{k_i}{n} \quad (1-1)$$

式中， n 为全部试验数据个数，本例中 $n = 348$ 。

(6) 算出累积频率

$$\sum_{j=1}^i f_j^* = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^i k_j \quad (1-2)$$

(7) 计算各组频率密度，即各组频率与组距之比

$$f(x) = \frac{f_i^*}{C} \quad (1-3)$$

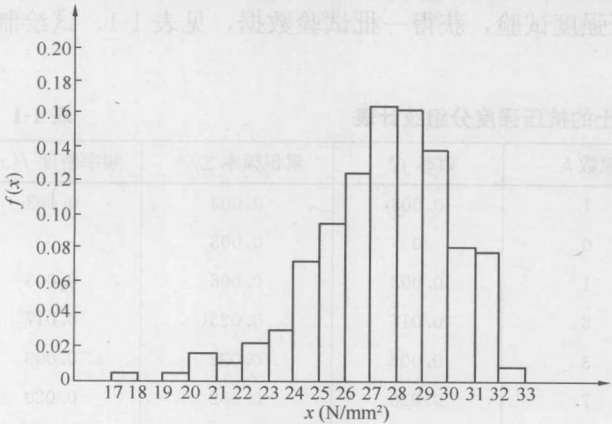


图 1-1 频率密度直方图

(8) 绘频率密度直方图

绘直角坐标系，以横坐标表示混凝土抗压强度，以纵坐标表示频率密度。从各组强度分点绘出一系列高为各组频率密度的矩形（图 1-1），这个图形就是所要求的频率密度直方图（简称直方图）。

2. 频率密度直方图的应用

由直方图中,可以得出以下几点结论:

(1) 直方图中任一矩形面积表示随机变量(混凝土强度) ξ 落在该区间 (x_i, x_{i+1}) 内的概率近似值。

因为直方图中每一矩形面积

$$P^*(x_i < \xi \leq x_{i+1}) = f_i^* \cdot C = \frac{f_i^*}{C} \cdot C = f_i^* \quad (1-4)$$

等于随机变量 ξ 落在该区间 (x_i, x_{i+1}) 的频率。所以,它可以用来估计随机变量落在那个区间内的概率 $P(x_i < \xi \leq x_{i+1})$ 近似值。

例如, ξ 落在第5组内的频率为第5组的矩形面积,于是

$$P(21 < \xi \leq 22) = 0.009$$

(2) 直方图中各矩形面积之和等于1。

因为

$$\sum_{i=1}^s f_i^* = \sum_{i=1}^s \frac{k_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^s k_i$$

式中 k_i ——第*i*组的频数;

s ——试验数据分组数。

而

$$\sum_{i=1}^s k_i = n$$

所以

$$\sum_{i=1}^s f_i^* = 1 \quad (1-5)$$

(3) 由直方图可求出随机变量 $\xi \leq x_{i+1}$ 的概率近似值。

显然

$$P(\xi \leq x_{i+1}) = \sum_{j=1}^i f_j^* \quad (1-6)$$

例如,若求混凝土强度 $\xi \leq x_{i+1} = 19 \text{ N/mm}^2$ 的概率近似值,则由上式可得:

$$P(\xi \leq 19) = \sum_{j=1}^2 f_j^* = 0.003 + 0 = 0.003$$

即混凝土强度小于和等于 19 N/mm^2 的概率近似值等于0.3%。

【1-5】怎样计算算术平均值、标准差和变异系数?

1. 算术平均值

算术平均值又称为均值,它是最常用的平均值,用 μ 表示。

$$\mu = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1-7)$$

2. 标准差

算术平均值只能反映一组数据总的情况,但不能说明它们的分散程度。因此,引入标准差的概念。它的表达式

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (1-8a)$$

不难看出, σ 越大,这组数据越分散,即变异性(相互不同的程度)越大; σ 越小,这组数据越集中,即变异性越小。

为简化计算，式 (1-8) 可写成：

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2} \quad (1-8b)$$

应当指出，只有当随机变量的试验数据较多时（例如 $n \geq 30$ ），按式 (1-8b) 计算随机变量总体标准差才是正确的。这是因为随机变量总体试验数据较其部分数据分散程度大的缘故。为此，当 $n < 30$ ，应将标准差公式 (1-8a) 予以修正。

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (1-9a)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu^2}{n-1}} \quad (1-9b)$$

3. 变异系数

标准差只能反映两组数据在同一平均值时的分散程度。此外，标准差是有单位的量，单位不同时不便比较数据的分散程度。为此，提出变异系数的概念，它等于标准差与算术平均值之比。

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} \quad (1-10)$$

【例题 1-2】 表 1-2 为两批（每批 10 根）钢筋试件抗拉强度试验结果。试判断哪批钢筋质量较好。

钢筋试件抗拉强度 (N/mm²) 表 1-2

批 号	试 件 号									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第一批	1100	1200	1200	1250	1250	1250	1300	1300	1350	1400
第二批	900	1000	1200	1250	1250	1300	1350	1450	1450	1450

【解】 (1) 计算两批钢筋抗拉强度平均值

经计算这两批钢筋抗拉强度平均值相同，均为 $\mu = 1260 \text{ N/mm}^2$ 。故可按它们的标准差大小，来判断其质量的优劣。

(2) 分别计算它们的标准差

第 1 批钢筋

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 15940000$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\mu^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{15940000 - 10 \times 1260^2}{10-1}} = \sqrt{7111.11} = 84.32 \text{ N/mm}^2$$

第 2 批钢筋

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 16322500$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\mu^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{16322500 - 10 \times 1260^2}{10-1}} = \sqrt{49611.11} = 222.74 \text{ N/mm}^2$$

第 1 批钢筋的标准差小, 即其抗拉强度离散性小, 故它的质量较好。

【例题 1-3】 已知一批混凝土试块的抗压强度标准差 $\sigma = 4 \text{ N/mm}^2$, 平均值 $\mu = 30 \text{ N/mm}^2$, 钢筋试件抗拉强度标准差 $\sigma = 8 \text{ N/mm}^2$, 平均值 $\mu = 300 \text{ N/mm}^2$, 试判断它们离散性。

【解】 (1) 计算混凝土的变异系数

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{4}{30} = 0.133$$

(2) 计算钢筋的变异系数

$$\delta = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{8}{300} = 0.026$$

由计算结果可知, 混凝土的变异系数大于钢筋的值, 故混凝土的离散性大。

【1-6】 不知道概率密度函数、分布函数的含义?

1. 概率密度函数

我们知道, 频率密度直方图是根据有限次的试验数据绘制的。不难设想, 如果试验次数不断增加, 分组越来越多, 组距越来越小, 则频率密度直方图顶部的折线就会变成一条连续、光滑的曲线。并设它可以用函数 $f(x)$ 表示 (图 1-2), 这个函数就称为随机变量 ξ 的概率密度函数。

显然, 概率密度函数 $f(x)$ 有下列性质:

(1) 随机变量 ξ 在任一区间 (a, b) 内的概率等于在这个区间上曲线 $f(x)$ 下的曲边梯形面积, 即

$$P(a < \xi \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad (1-11)$$

式中 ξ ——连续型随机变量;

$f(x)$ ——随机变量 ξ 的概率密度函数 (又称分布密度函数), 简称分布密度。

(2) 概率密度函数 $f(x)$ 为非负的函数, 即 $f(x) \geq 0$ 。

(3) 在区间 $(-\infty, \infty)$ 上曲线 $f(x)$ 下的面积等于 1。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

(4) 随机变量 $\xi < x$ 的概率为

$$P(\xi \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1-12)$$

2. 分布函数

式 (1-12) $P(\xi \leq x)$ 是 x 的函数, 令

$$F(x) = P(\xi \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \quad (1-13)$$

式中, $F(x)$ 称为随机变量 ξ 的概率分布函数, 简称分布函数。 $F(x)$ 的图形如图 1-3 所示。

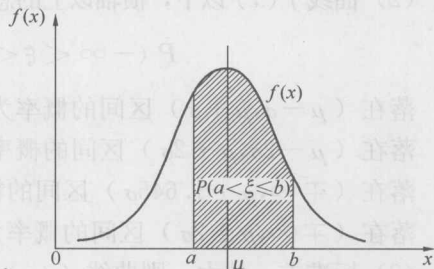


图 1-2 概率密度函数

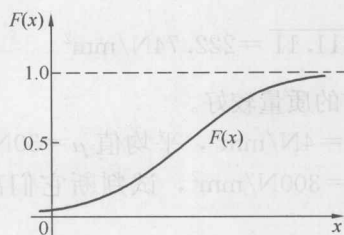


图 1-3 概率分布函数

【1-7】 什么是正态分布和极值 I 型分布?

根据概率论可知,对于不同的随机变量 ξ ,应采用不同的 $f(x)$ 表示,即选择不同的概率分布。例如,对于材料强度、结构构件自重,它比较符合正态分布;对于楼面上的可变荷载,比较符合极值 I 型分布。这是两种常用的概率分布。现将这两种的概率分布分述如下。

1. 正态分布

正态分布是最常用的概率分布。若随机变量 ξ 的概率密度函数为

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < +\infty) \quad (1-14)$$

则称 ξ 服从参数 μ 、 σ 的正态分布,记作 $\xi \sim N(\mu, \sigma)$ 。其中 μ 、 σ 分别为 ξ 的平均值和标准差。

正态分布密度函数曲线简称正态分布曲线(图 1-4)。它有以下特点:

(1) 它是一个单峰曲线,峰值在 $x = \mu$ 处,并以直线 $x = \mu$ 为对称轴,曲线在 $x = \mu \pm \sigma$ 处分别有一个拐点,且向左右对称地无限延伸,并以 x 轴为渐近线。

(2) 曲线 $f(x)$ 以下,横轴以上的总面积,即变量 ξ 落在区间 $(-\infty, \infty)$ 的概率等于1:

$$P(-\infty < \xi < \infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

落在 $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ 区间的概率为 68.26%;

落在 $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ 区间的概率为 95.44%;

落在 $(-\infty, \mu \pm 1.645\sigma)$ 区间的概率为 95%;

落在 $(-\infty, \mu \pm 2\sigma)$ 区间的概率为 97.72%。

(3) 标准差 σ 越大,则曲线 $f(x)$ 越平缓; σ 值越小,则由线 $f(x)$ 越窄、越陡。

平均值 $\mu = 0$,标准差 $\sigma = 1$,的正态分布,即 $\xi \sim N(0, 1)$,称为标准正态分布(图 1-5)。它的密度函数写成:

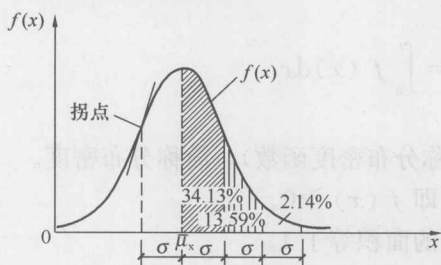


图 1-4 正态分布密度函数曲线

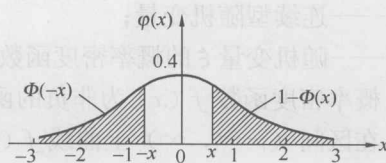


图 1-5 标准正态分布密度函数

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (-\infty \leq x \leq +\infty) \quad (1-15)$$

设

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1-16)$$

由图 1-5 可见,在 $x \sim \infty$ 区间的阴影的面积为 $1 - \Phi(x)$,而 $-\infty \sim -x$ 区间的阴影面积为 $\Phi(-x)$,显然,

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x) \quad (1-17)$$

函数 $\Phi(x)$ 已制成表格, 可供查用。

正态分布是一种重要的理论分布, 它概括了一些常见的连续型随机变量概率分布的特性, 因而应用最为广泛。

2. 极值分布 I 型分布

在工程设计中, 作用在结构上的荷载数值, 人们关心的是它的最大值或极值。为此, 必须考虑极值的分布理论。

如果随机变量 ξ 的概率分布函数为

$$F_I(x) = e^{-e^{-\lambda(x-u)}} \quad (1-18)$$

则称这种指数分布为极值 I 型分布。其中 $u = \mu - \frac{0.57722}{\lambda}$, $\lambda = \frac{1.28255}{\sigma}$, μ, σ 为随机变量 ξ 的平均值和标准差。对式 (1-18) 求导数, 可得极值 I 型密度函数:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda(x-u)} e^{-e^{-\lambda(x-u)}} \quad (1-19)$$

在工程中, 一些可变荷载 (如楼面可变荷载、雪荷载及风荷载等) 最大值的概率分布, 基本上符合极值 I 型分布。

【1-8】 不理解什么是分位值

在工程中, 通常要求出现的事件不大于或不小于某一数值, 这个数值就称为分位值。如把不小于或不超过分位值的概率确定为某一数值, 则分位值可按下式计算 (图 1-6):

$$f_k = \mu \pm \sigma = \mu (1 \pm \alpha\delta) \quad (1-20)$$

式中 f_k ——分位值;

μ ——试验数据平均值;

σ ——标准差;

δ ——变异系数;

α ——与分位值取值保证率相应的系数。

分位值也可定义为:

设 ξ 为随机变量, 若 f_k 满足条件:

$$P(\xi \leq f_k) = p_k \quad (1-21a)$$

或

$$P(\xi > f_k) = p_k \quad (1-21b)$$

则称 f_k 为 ξ 的概率分布的 p_k 分位值 (图 1-6), 而 p_k 称为分位值 f_k 的百分位。

在工程中, 一般取分位值的保证率为 95%。如事件的概率分布为正态分布, 则保证率系数 $\alpha = 1.645$ 。而事件小于或超越分位值的概率为 5% (图 1-7)。

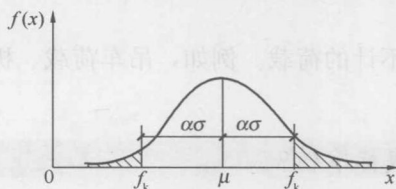


图 1-6 概率分布的分位值

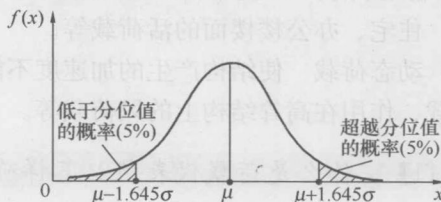


图 1-7 概率分布与分位值

【例题 1-4】 已知一批混凝土试块立方体抗压强度的平均值 $\mu = 29\text{N/mm}^2$ ，标准差 $\sigma = 3.6\text{N/mm}^2$ 。试求该混凝土具有 95% 保证率的抗压强度。

【解】 混凝土立方体抗压强度概率分布服从正态分布（图 1-8），因此与分位值取值保证率为 95% 的相应系数 $\alpha = 1.645$ 。由式（1-20）算出相应的混凝土立方体抗压强度

$$f_k = \mu - \alpha\sigma = 29 - 1.645 \times 3.6 = 23.08\text{N/mm}^2$$

即低于混凝土立方体抗压强度 $f_k = 23.08\text{N/mm}^2$ 的概率为 5%。

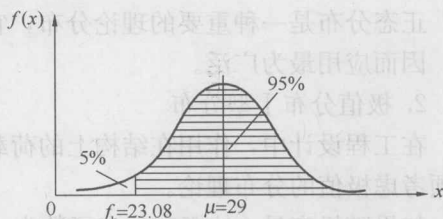


图 1-8 【例题 1-4】附图

【1-9】 什么是“作用”？它与荷载相同吗？

建筑结构在使用期间要承受各种“作用”。这里所指的“作用”包括施加在结构上的集中或分布荷载，以及引起结构外加变形或约束变形的原因（如地震、基础沉降和温度变化等）。前者称为直接作用，习惯上称为荷载；后者称为间接作用。

【1-10】 不知道荷载是怎样进行分类的

结构上的荷载可按下列性质分类。

1. 按随时间的变异分类

（1）永久荷载 在结构使用期间内其值不随时间而变化，或其变化与平均值相比可以忽略不计的荷载。例如，结构自重、土压力、预加应力等。永久荷载也叫做恒载。

（2）可变荷载 在结构使用期间内其值随时间而变化，且其变化与平均值相比不可忽略的荷载。例如，楼面可变荷载、风荷载、雪荷载、吊车荷载等。可变荷载也叫做活荷载。

（3）偶然荷载 在结构使用期间内不一定出现的荷载，但它一旦出现，其量值很大且其持续时间很短。例如，爆炸力、撞击力等。

2. 按随空间位置的变异分类

（1）固定荷载 在结构空间位置上具有固定分布的荷载。例如，结构构件的自重、工业厂房楼面固定设备荷载等。

（2）自由荷载 在结构空间位置上的一定范围内可以任意分布的荷载。例如，工业与民用建筑楼面上人的荷载、吊车荷载等。

3. 按结构的反应特点分类

（1）静态荷载 不使结构产生加速度，或所产生加速度可忽略不计的荷载。例如，结构自重、住宅、办公楼楼面的活荷载等。

（2）动态荷载 使结构产生的加速度不能忽略不计的荷载。例如，吊车荷载、机器的动力荷载、作用在高耸结构上的风荷载等。

【1-11】 什么是荷载代表值？怎样确定荷载标准值？

结构设计时应根据不同的设计要求，采用不同的荷载数值，即所谓荷载代表值。《建