

# 土木工程结构分析 程序设计原理与应用

Civil Engineering Structure Analysis  
Programming Principle and Its Application

李德建 著



中南大学出版社  
www.csupress.com.cn

014032866

TU311.41  
37

# 土木工程结构分析 程序设计原理与应用

Civil Engineering Structure Analysis  
Programming Principle and Its Application

李德建 著



TU311.41  
37



北航

C1721105



中南大学出版社  
www.csupress.com.cn

图书在版编目(CIP)数据

土木工程结构分析程序设计原理与应用/李德建著.

—长沙: 中南大学出版社, 2013. 12

ISBN 978-7-5487-1022-6

I. 土... II. 李... III. 土木工程-结构分析-计算机辅助  
分析-程序设计 IV. TU311.41

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 300126 号

土木工程结构分析程序设计原理与应用

李德建 著

责任编辑 周兴武

责任印制 周颖

出版发行 中南大学出版社

社址:长沙市麓山南路

邮编:410083

发行科电话:0731-88876770

传真:0731-88710482

印 装 长沙瑞和印务有限公司

开 本 787×1092 1/16 印张 20.75 字数 516 千字

版 次 2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5487-1022-6

定 价 58.00 元

图书出现印装问题,请与经销商调换



北航

C1721105

## 作者简介



李德建，男，1967年7月生，桥梁工程博士，湖南邵东人。中南大学土木工程学院桥梁工程系教授、博士生导师。1987年毕业于华中工学院，获学士学位；1990年毕业于上海交通大学，获硕士学位；1996年毕业于长沙铁道学院，获博士学位；2003年晋升为教授。长期从事桥梁工程的教学、研究与设计工作，主要研究方向为桥梁复杂结构空间分析设计方法与应用、桥梁结构极限承载力与安全评估、桥梁减隔震与减振理论及应用。先后主持和参加省部级科研项目30余项，开发的主要程序有“列车-轨道时变系统空间振动分析程序”、“列车-桥梁时变系统空间振动分析程序”和“桥梁结构空间分析与设计程序”，研究成果在成百上千座弯桥、斜桥、异形复杂桥梁和特大桥梁空间分析和设计中得到应用，以专业负责人主持了三汉矶湘江大桥主桥自锚式悬索桥设计工作，获省部级科技进步一等奖2项，三等奖1项，获中国公路学会科技三等奖1项，出版学术专著2部，发表学术论文60余篇。

014035888

# 土木工程专业

## 内容提要

本书包括6章及3个附录。第一章为绪论，第二章、第三章介绍了土木工程结构有限元分析程序设计的基本原理与实施过程。第四、五、六章介绍了作者开发的主要程序“列车-轨道时变系统空间振动分析程序”、“列车-桥梁时变系统空间振动分析程序”和“桥梁结构空间分析程序”的编制原理与方法以及数据描述方式，并给出了部分工程应用实例的分析过程和结果。附录A、B、C给出了部分源程序代码。

本书是一本介绍土木工程结构有限元分析程序设计的一般原理、实施过程及其应用的专著，可作为土木工程专业高年级本科和研究生用教材，也可供青年朋友在进行土木工程结构分析和开发程序时参考使用。

李 燕 著





# 序

李德建教授的新作《土木工程结构分析程序设计原理与应用》一书就要出版了，此类书籍在20世纪80年代和90年代比较盛行，也有几本类似的著作，比如Klaus-Jurgen Bathe的有限元方法(Finite Element Procedures)，Owen的弹塑分析理论与应用(Plastic Mechanics Theory and Application)等书，不仅有理论方法，也附了作者的源程序代码，预留了接口，供有志于研究此方面的研究生们继续完善。我们20世纪80年代的研究生从这些书籍中收益颇多，不仅节约了大量的时间，也使程序的编制更加模块化，那时知识更新很快，进步也大。

20世纪90年代以后，学术界此类书就很少了。究其原因，一方面是大量从国外引进了结构分析程序，不同的分析软件得以普及，使结构分析变成了“黑匣子”；另一方面今天的学术界也没有过去开放了，过分强调了知识产权，源程序代码的公开发行变得非常罕见了。

李德建教授长期致力于结构分析与设计研究，从20世纪90年代开始就与我合作进行复杂桥梁结构的分析设计方法研究，一起研发了复杂桥梁结构空间分析设计与应用软件，在国内大量桥梁的结构分析中得到应用，其成果已在《桥梁结构空间分析设计方法与应用》一书中体现，这里不再赘述。李德建教授在曾庆元院士指导下，进行过多年的列车-轨道-桥梁系统的动力相互作用研究，编制了相应的列车-轨道系统的动力相互作用分析软件及列车-轨道-桥梁系统的动力相互作用分析软件，在我国铁路的六次大提速和高速铁路的建设中得到了一定的应用。

在中南大学桥梁系研究生课程设置中，我们一直保留了结构分析程序设计这门课程，期望我们的年轻学子们不仅熟练使用现有的分析软件“黑匣子”，也能够结合自身专业特点进行进一步的开发编程，推动分析设计方法的进步，这就是所谓“授人以鱼不如授人以渔也”。在教学过程中，不仅讲授结构的分析原理、编程方法，而且应提供一些专业的程序源代码，供研究生们进行完善和进一步开发，这就是所谓“站在巨人的肩膀上”。李德建教授和我均认为公开一些源程序是教学和科研上台阶的基础，虽然我们不是巨人，但我们可以提供一个基础和台阶，老师的职业不能太过重强调所谓的知识产权，而更应该以整个行业的进步，以学生取得更大的成就为理想。

李德建教授将多年的编程经验、心得及所建立的源程序代码随同本书的出版一起公开，放弃了多项计算机软件著作权，我深为感动，这是一个老师甘为人梯的高尚行为；是一种为行业进步不计利益的无私行为。有了这样的基础，相信年轻的研究生们定能在已有的基础上取得更大进步，就像我们当初借助Bathe的源程序代码一样。

师者，所以传道授业解惑也。这是我们中国传统文化中对师者的定义与要求。当然中国也有一些不好的习惯与做法，所谓“教会徒弟饿死师傅”之类。前者应是为师之道，而后者应该为人鄙视。本书的出版就是对师者的又一次良好注释。

中南大学教授 戴公连

2013年9月6日

## 前 言

自 20 世纪 60 年代以来,尤其是进入 21 世纪之后,在土木工程结构的设计、施工和相关科研工作中,有限元已成为结构分析的主要方法。从土木工程应用的角度来看,目前也已有足够的程序可供使用。但对于一个土木工程结构工程师,在应用这些程序进行分析时,如果对程序内部的分析理论、编制原理和实施过程缺乏了解,或者缺少特殊结构建模技术与分析方法方面的知识,那么在分析复杂多变的土木工程结构时或在进行特殊结构分析需要增加程序分析功能时,一方面就会显得无能为力,另一方面对分析结果正误的判断也会感到困难,特别是对于学校在读研究生们,具备根据不同研究的需要编制相应专门程序的能力也是必需的。在教学过程中,我们也发现,要求研究生们掌握有限元理论及算法语言不会有什么困难,但是要掌握有限元结构分析程序的设计却不是那么容易。因此,我们自 21 世纪初起,在中南大学土木工程学院为硕士研究生们开设了“结构分析程序设计基础”课程,这也正是撰写此书的最初目的。

本书共分六章及三个附录。第一章为绪论,主要介绍了土木工程结构有限元分析方法、桥梁结构空间分析梁格法基本原理、有限单元法的基本概念及其发展历史,并对土木工程结构有限元分析程序设计基本内容及其必要性进行了阐述。第二章以杆单元为例,由浅入深重点而系统地介绍了土木工程结构有限元分析的实施过程,使读者在开发或使用以有限元为基础的土木工程结构分析程序时,能基本掌握有限元的基本概念和实施过程,并对程序的结构组织、计算流程、编程技巧等有一个总体了解。第三章扼要介绍了有限单元法空间梁元的主要公式及其在土木工程结构程序设计的特殊问题。第四、五、六章介绍了作者自攻读博士学位以来开发的主要程序“列车-轨道时变系统空间振动分析程序”、“列车-桥梁时变系统空间振动分析程序”和“桥梁结构空间分析与设计程序”的编制原理与方法以及数据描述方式,并给出了部分工程实例的分析过程和结果。附录 A、B、C 给出了部分源程序代码。

我之所以努力写这本书,其主要原因之一,我应当感谢华中工学院,正是在这个美丽校园内,打下了这辈子赖以谋生的力学基础。我应当感谢上海交通大学刘正兴教授,在攻读硕士学位期间,正是由于他的精心指导,使我有机会从事计算力学研究并在结构分析程序设计的教学与软件开发方面获得了良好的实践,本书部分内容仍然是在以前成果的基础上进行的。我还要特别感谢中南大学曾庆元院士,正是由于他的海纳百川、高山仰止的风格和魅

力,使我有机会攻读桥梁工程博士学位。感谢导师多年来无私的教诲、鼓励、鞭策和支持,曾院士首创的“弹性系统动力学总势能不变值原理”具有高屋建瓴的作用,使得复杂系统模型的建立和运动方程的导出犹如行云流水般令人赏心悦目。

我之所以努力写这本书,其主要原因之二,是我在土木工程结构程序设计方面的工作实践,尤其是在桥梁结构空间分析与设计程序的开发工作中给我带来的痛苦、快乐、鼓舞和挑战的结果。从20世纪90年代中期开始,在戴公连教授的组织、策划和指导下,开始编制桥梁结构空间分析与设计程序,为了验证分析方法及程序正确性,课题组进行过数十座桥梁的模型实验和成桥测试,在此期间,对成百上千座弯桥、斜桥、异形复杂桥梁和特大桥梁进行过空间分析和设计。2003年开始由我们主持设计长沙市三汊矶湘江大桥主桥自锚式悬索,这是一段鼓舞人心和富有挑战的日子,因此可以说桥梁结构空间分析与设计程序是伴随着实践而成长的。戴教授专业精湛而睿智,我与其共事多年、亦师亦友而受益匪浅,与其一起工作是及其愉快的。感谢这一段美好经历,使我有机会实现从一个力学工作者向桥梁工作者转型。

我之所以努力写这本书,其主要原因之三,是我受中国传统文化尤其是儒家文化的影响。《论语》开篇即有“学而时习之,不亦悦乎?有朋自远方来,不亦乐乎?人不知而不愠,不亦君子乎?”这就是著名的孔门三乐,即学习、交友和人知,第三乐实际上通过反问的方式得出,如果别人不了解你,别人不知道你,你照样是君子,你有君子的快乐,不也很好吗?那么反过来,如果能让别人知道你、了解你、理解你,岂不是人生一大乐事。人生三乐是循序渐进的,第三乐应属于最高层次,正所谓“沽之哉,沽之哉,吾待善沽者而沽之”。这也就是孔子穷其一生所不懈追求的东西,即使颠沛流离、周游列国也要向人们推广自己的学术思想和治国理念。自孔子以降,上下2000多年以来,中国知识分子深受儒家文化的熏陶,无不以“文以载道”、“著作等身”而作为崇高理想,于是屈原放逐而赋《离骚》,诸葛亮六出祁山军务繁忙也不忘著书立说,曾国藩治国治家位极人臣更有不少著作传于后世。正是基于以上认识 and 理念,我也不以自己才疏学浅水平有限为念,一方面为自己近20年来的工作进行一个小结,另一方面也是抛砖引玉,如果能为青年朋友在进行土木工程结构分析和开发程序时起到一定的参考作用,那也就是我最大的快乐了。

李德建谨识于

中南大学土木工程学院红楼

2013年6月17日



第一章 绪 论	(1)
第一节 土木工程结构有限元分析方法简介	(1)
第二节 桥梁结构空间分析梁格法基本原理	(3)
第三节 有限单元法的基本概念及其发展历史	(4)
第四节 土木工程结构有限元分析程序设计基本内容及其必要性	(5)
第二章 土木工程结构有限元分析的实施过程	(6)
第一节 简介	(6)
第二节 输入与输出	(8)
第三节 单元刚度矩阵的形成	(12)
第四节 单元刚度矩阵的坐标转换	(13)
第五节 结构刚度矩阵的形成	(16)
第六节 求解线性方程组	(27)
第七节 单元节点力和内力计算	(36)
第八节 空间桁架有限元分析程序	(40)
第三章 空间梁单元有限元分析程序设计	(47)
第一节 空间梁单元刚度矩阵	(47)
第二节 局部坐标与整体坐标的变换关系	(50)
第三节 空间梁单元刚臂处理	(52)
第四节 空间梁单元有限元分析程序设计的关键问题	(54)
第四章 列车-轨道时变系统空间振动分析程序设计	(62)
第一节 曲(直)线轨道空间振动分析模型	(62)
第二节 曲(直)线轨道空间振动总势能 $\Pi_T$	(64)
第三节 机车、车辆空间振动分析模型	(81)
第四节 列车-轨道时变系统空间振动方程的建立与求解	(93)
第五节 列车-轨道时变系统空间振动分析程序与计算实例	(97)

第五章	列车 - 桥梁时变系统空间振动分析程序设计 .....	(103)
第一节	多线铁路列车 - 桥梁时变系统空间振动分析模型 .....	(103)
第二节	多线铁路列车 - 桥梁时变系统空间振动分析程序与计算实例 .....	(108)
第六章	桥梁结构空间分析程序设计 .....	(133)
第一节	桥梁结构空间分析与设计程序 LBS - 1 特点与主要功能简介 .....	(133)
第二节	LBS - 1 程序输入数据文件的结构 .....	(134)
第三节	桥梁结构空间分析与设计程序计算实例 .....	(152)
附录	.....	(203)
附录 A	列车 - 轨道时变系统空间振动分析程序 .....	(203)
附录 B	多线铁路列车 - 桥梁时变系统空间振动分析程序 .....	(259)
附录 C	桥梁结构空间分析与设计程序之主程序 .....	(304)
参考文献	.....	(322)
(1)	.....	第四章
(2)	.....	第五章
(3)	.....	第六章
(4)	.....	第七章
(5)	.....	第八章
(6)	.....	第九章
(7)	.....	第十章
(8)	.....	第十一章
(9)	.....	第十二章
(10)	.....	第十三章
(11)	.....	第十四章
(12)	.....	第十五章
(13)	.....	第十六章
(14)	.....	第十七章
(15)	.....	第十八章
(16)	.....	第十九章
(17)	.....	第二十章
(18)	.....	第二十一章
(19)	.....	第二十二章
(20)	.....	第二十三章
(21)	.....	第二十四章
(22)	.....	第二十五章
(23)	.....	第二十六章
(24)	.....	第二十七章
(25)	.....	第二十八章
(26)	.....	第二十九章
(27)	.....	第三十章

## 第一章 绪论

### 第一节 土木工程结构有限元分析方法简介

利用有限单元法分析土木工程结构内力时,有多种离散模型可供选择,常用的有空间梁单元法、板壳元法、三维实体元法及较为实用的梁格方法。

#### (1) 空间梁单元法

空间梁单元法是将土木工程结构视为一维空间杆系,用一维空间梁元对结构进行离散,这种方法的特点是能直接给出计算截面的内力和变形。根据结构受载后截面是否保持平截面,可区分为纯扭转理论和翘曲扭转理论两种。

空间梁单元法按纯扭转理论分析的基本假定为:

- ①横截面尺寸与跨度相比很小,即可将实际结构视作集中在剪切中心上的弹性梁元。
- ②平截面假定,即变形前的平截面变形后仍保持平截面。
- ③刚性截面假定,即变形后梁截面周边形状不变(无畸变)。
- ④截面剪切中心线与梁截面形心轴线相重合。

翘曲扭转理论考虑了受载后横截面不再保持平截面即发生了翘曲,增加了截面双力矩和翘曲扭矩两项内力。

对于混凝土桥梁结构,理论计算和实验均证明,截面翘曲引起的正应力与按纯扭转理论所得应力值相比很小,通常不超过5%~10%。一般按纯扭转理论进行分析可以满足设计要求。但对于钢箱梁,则必须考虑用翘曲扭转梁进行梁单元的离散。图1-1为一孔60m跨单拱面预应力混凝土箱拱组合体系桥的空间杆系离散图。位移计算结果见图1-2。由空间梁元法的离散图式及其基本假定可知,宽箱梁桥分析时,用空间梁单元法有很大的局限性。首先,宽梁桥不能满足基本假定①及③;其次,该方法不能得到横梁内力。图1-1中对组合体系桥的分析也表明,用一维梁元离散结构,仅能得到系梁、拱、吊杆内力,而无法得到横梁的内力。

#### (2) 板壳元法

众所周知,有限单元法是把原型的连续体分割成许多细小的单元,在称为节点的离散点处连续起来分析复杂结构的方法。由于结构可划分为简单单元的基本原理可以应用到所有形状的复杂结构上,理论上讲,它可以分析任何复杂结构。因为钢筋混凝土桥梁通常做成空间箱形结构,采用板、壳单元进行离散,当板壳单元相当细密时,可以包括桥梁结构的各种受力行为,如弯曲变形、扭转变形和局部变形。图1-1为一孔60m跨单拱面预应力混凝土箱拱组合结构的空壳元离散图。其位移分析结果见图1-2。

由图1-2知,用板壳元法分析结构与空间梁元分析结构相比,变位基本一致。

虽然板壳元法是分析桥梁上部结构最通用的一种方法,但在实际应用时,它需要整理大

量的输入、输出数据,容易出错,对计算结果作出正确评价及对结构受力行为进行解释都感到非常困难,给不出与现行设计规范直接联系的内力结果,不便工程技术人员使用。此外,板壳元法分析对有些结构也不是十分有效,如对混凝土箱梁桥梁,一般用板壳元法模拟结构顶、底板误差不大,但横梁尺寸一般比顶、底板大的多,用板壳元法模拟其受力,误差较大。由于桥梁结构施工过程复杂,又承受汽车或列车活载作用,用此法求各种工况下的最不利情况,计算工作量巨大,在应用上受到很大限制。因此对桥梁结构分析应寻求一种实用、简便、有效的方法。

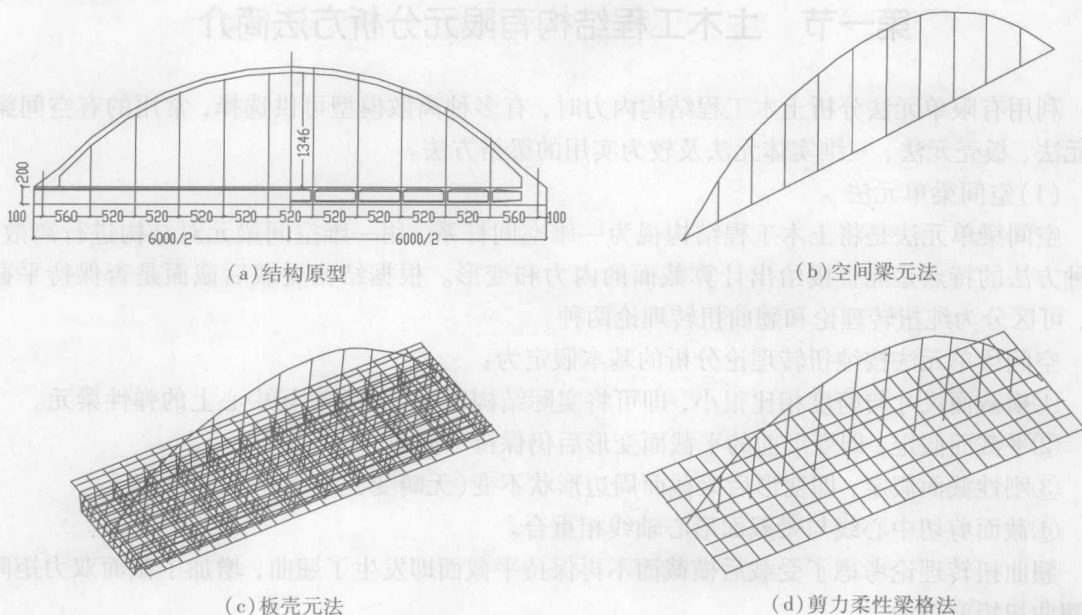


图 1-1 拱-箱梁组合体系桥梁计算图示

### (3) 三维实体元法

土木工程结构设计过程中,对受力复杂部位有时需要知道结构的局部应力状态,进行结构的合理配筋设计。如桥梁结构承台,斜拉桥塔柱及主梁锚固区段,系杆拱桥拱梁连接节点,梁桥梁端牛腿等。对此类结构局部分析可以从整体结构中取出隔离体,按整体分析得到的隔离体截面内力或位移条件作为隔离体边界条件,采用三维实体元进行子结构分析。实体元可以采用四面体或六面体单元,也可以采用等参单元。由于受计算机内存及计算速度的限制,用实体单元离散整座桥梁结构通常难以实现也没有必要;若从整体结构中取出隔离体进行局部分析时,隔离体的大小、内力、位移边界条件等因素对分析结果影响较大,这就大大限制了三维实体元在桥梁结构空间分析中的应用。

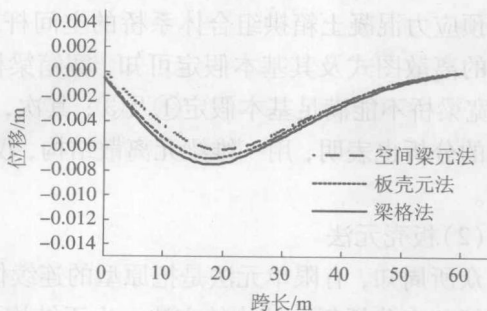


图 1-2 变位计算结果



#### (4) 梁格分析法

梁格分析法是分析桥梁上部结构比较有效实用的一种空间分析方法。它具有基本概念清晰、易于理解和使用等特点。梁格法在桥梁结构分析中得到了广泛的采用。梁格法的特点是用一个等效梁格来代替桥梁上部结构,分析此梁格的受力状态就可得实桥受力状态。它不仅适用板式、梁板式及箱梁截面的上部结构,而且对分析弯、斜梁桥特别有效。图 1-1 为 60 m 跨单拱面预应力混凝土箱梁组合结构的离散图。图 1-2 列出了梁格法分析结果。由此可见,梁格法与板壳元法计算结果非常接近。由于采用了纵向梁格和横向梁格,因此特别适合宽梁桥及系杆拱桥,纵向梁格代表结构纵向内力,横向梁格代表结构横向内力。

综上所述,复杂桥梁结构的空間分析方法应根据桥梁的结构形式及其设计阶段设计深度进行选择。一般说来,对于宽跨比较小的桥梁结构,可以采用空间梁单元法进行分析;对宽跨比较大的宽桥应采用板壳元法或空间梁格法分析,因空间梁格法比板壳元法在实际应用上更为有效,一般采用梁格法进行分析,作为结构设计的整体控制。随着设计阶段的深入,对一些受力特别复杂的区域,可进行三维实体元分析,解决复杂部位的配筋设计。

## 第二节 桥梁结构空间分析梁格法基本原理

梁格分析法是采用有限元技术分析桥梁上部结构的一种有效而又实用的方法。它易于理解和使用,在桥梁结构设计中得到了广泛的应用。它适用于板式、梁板式、箱梁上部结构及各种组合体系桥梁。

梁格法的主要思路是将上部结构用一个等效梁格来表示,如图 1-3。为了分析的目的把分散在板式或箱梁每一区段内的弯曲刚度和抗扭刚度集中于最邻近的等效梁格内,实际结构的纵向刚度集中于纵向梁格构件内,而横向刚度则集中于横向梁格构件内。从理论上讲,等效梁格必须满足以下原则,即:当原型实际结构和

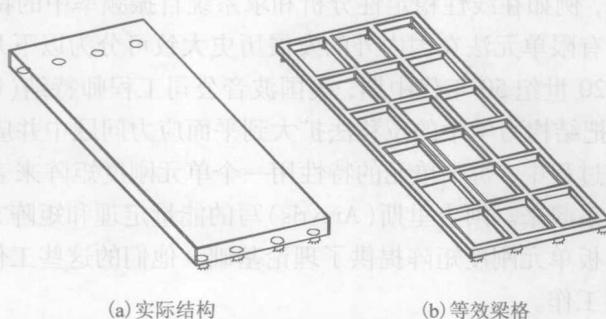


图 1-3 梁格分析方法

对应的等效梁格承受相同荷载时,这两个结构的挠曲应是恒等的,而且在任一梁格内的弯矩、剪力和扭矩应等于该梁格所代表的实际结构部分的内力。但是由于实际结构和梁格体系有着不同的结构特性,如板结构,理论上纵向应力是纵向应变、横向应变两者的函数,而梁理论中纵向应力仅为纵向应变的函数,上述“等效”的理想状况是难以达到的,模拟只能是近似的。这种特性表现在以下两个方面:

(1) 梁格法中任意梁内的弯矩严格与其曲率成正比,而在原结构如板结构中,任一方向上的弯矩都和该方向和正交方向上的曲率有关。对钢筋混凝土结构或预应力混凝土结构而言,一般按纵向、横向双向配筋,同时混凝土泊松比较小( $\mu = -0.15 \sim -0.16$ ),所以用梁格法导出的纵向弯矩和横向弯矩对结构设计是足够精确的。

(2) 实际板结构中,任一单元的平衡要求扭矩在正交方向上是相等的,而且扭率在正交

方向上也是相同的。在等效梁格中,由于两类结构特性不同,没有物理和数学上的原理使扭矩和扭率在正交方向的节点上相等,然而梁格网格相当细密时,梁格随着挠曲而成一曲面,在正交方向上近似相等。

关于梁格法的基本原理、梁格网格划分及梁格构件截面特性等效计算等有关内容在作者另一专著《桥梁结构空间分析设计方法与应用》有专门论述,故在本书以后的章节中不做详细探讨。

### 第三节 有限单元法的基本概念及其发展历史

有限元法比其他分析方法的主要优越之处,是它具有极大的通用性,这也是结构分析通常都采用有限元法的根本原因。事实上,有限单元法是一个解场问题的近似方法。按照这个方法,将一个 $V$ 域分割成有限数目而互不重叠的、称之为“单元”的子域 $V_n$ 。首先在每个单元内找一个近似解,并用一个有限数目的未知参数来描述单元的特性;然后用一个合适的过程,将各个单元的关系式集成一组方程,用来解这些未知参数;当这些单元的尺寸变得越来越小时,这个场变量的离散化误差将逐渐消失,从而逼近精确解。这些未知参数通常是场变量在有限个点即节点上的值,它可以在单元的边界上或单元的内部。该近似解可以仅在每个单元内内插这些场的变量求得。该单元的特征和对这些未知参数建立的这组方程,通常依赖于某个变分原理的泛函的驻值条件。变分公式等价于原来的场方程。当该变分是根据最小原理来确定时,这些未知参数也可以由一个系统的数学搜索技术来确定,以代替一组方程的求解,例如在线性稳定性分析和求系统自振频率中的特征值。

有限单元法在国内外的的发展历史大致可分为以下几个阶段:

20世纪50年代中期,美国波音公司工程师特纳(M. J. Turner)等人采用三角形和矩形单元,把结构力学中的位移法扩大到平面应力问题中并应用于飞机结构的分析。在这些公式的推演过程中,每个单元的特性用一个单元刚度矩阵来表示,它把这一单元的节点上的力和位移联系起来。阿吉里斯(Argyris)写的能量定理和矩阵方法的综合性论文,也为推导平面应力矩形板单元刚度矩阵提供了理论基础。他们的这些工作,为有限单元法的形成做出了重要的首创工作。

20世纪60年代初期,人们逐渐认识到,有限元法是一种依据于虚功原理的广义里茨(Ritz)法。从历史上说,库兰特(Courant)已经在每个三角形单元的总域内用假定的线性分布的应力函数提出了一个圣维南(St. Venant)扭转问题的近似解,然而,有限元法最突出的优点是它只要求在各个单元范围内作出合理的、假定的位移函数,而不必像在里茨法中那样,假定的位移模式必须伸展到整个域内。因此可以说,有限元法是一种对能量泛函作分块近似的里茨法,也就是在各个单元的界面上可以放松某些有连续性要求的变分原理,从而比传统的里茨法通用、灵活得多。有限元法有了这样的理论依据后,研究者们便自觉地以各种形式的变分原理为基础,建立了多种形式的有限元。例如,基于虚功原理的协调单元,基于余虚功原理的平衡单元,基于修正原理的杂交单元等。反过来,有限元的成功应用和发展也推动了广义变分原理的研究。在理论上,从变分原理建立起来的各种单元都是可行的。这个时期可以说是建立各种有限元模型的盛期,并于20世纪60年代末达到了高潮。

从20世纪70年代开始,进入了第三阶段。首先采用各种成熟的单元编制了一系列结构

分析程序。其中著名的有威尔逊(E. L. Wilson)教授等编制的 SAP 系列,拜塞(K. J. Bathe)等编制的 ADINA 系列,美国国家航空和航天管理局(NASA)发展的 NASTRAN, ANSYS 公司研制开发的 ANSYS 系列,大连工学院钟万勰教授等研制的 JIGFEX 和 DDJ 程序系统,航空工业部研制的 XAJEF 系列等。20 世纪末至进入本世纪以来,结构分析程序是向专业领域扩展延伸,就桥梁结构分析领域而言,比如 MIDAS、“桥梁博士”系列,同济大学肖汝诚教授主持研发的 BAP 系列等。

#### 第四节 土木工程结构有限元分析程序设计基本内容及其必要性

从土木工程应用角度来看,目前已有足够的程序可供使用。在桥梁结构空间分析领域,作者另一专著《桥梁结构空间分析设计方法与应用》介绍了桥梁结构空间分析设计方法及其程序,该程序以空间剪力柔性梁格法为基础,建立了空间箱梁柔性梁格单元、T 形梁格单元、空间偏心梁单元、索单元、桁架杆元、钢管混凝土单元、钢混组合截面单元七种桥梁结构中常用的单元模式。它由内力分析、影响面加载、截面应力计算与配筋、非线性空间稳定分析、动力特性及地震响应分析五个主要模块组成,由于篇幅的限制,在该书中没有介绍程序编制的原理与过程。但是,作为土木工程结构分析与设计工作者,仅仅会使用现有程序是不够的,尤其是对于学校在读研究生们,还必须具备根据不同研究的需要编制相应专门程序的能力。在教学过程中,我们也发现,要求研究生们掌握有限元理论及算法语言不会有什么困难,但是要掌握有限元结构分析程序的设计却不是那么容易。因此,我们自本世纪初起,在中南大学土木工程学院为硕士研究生们开设了“结构分析程序设计基础”课程。

因此,本书的主要目的之一是应现场工程师和研究生们的要求介绍土木工程结构有限元分析程序设计的一般原理与过程,使读者在开发或使用以有限元为基础的土木工程结构分析程序时,能基本掌握有限元的基本概念和实施过程,并对程序的结构组织、计算流程、编程技巧等有一个总体了解;其主要目的之二是介绍作者自攻读博士学位以来开发的主要程序“列车-轨道时变系统空间振动分析程序”、“列车-桥梁时变系统空间振动分析程序”和“桥梁结构空间分析与设计程序”的编制原理与方法以及数据描述方式,并给出了若干工程实例的分析过程和结果。

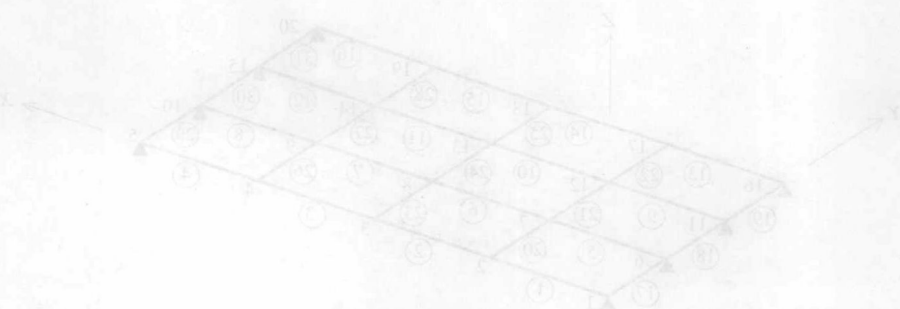


图 1-1-1 空间网格

## 第二章 土木工程结构有限元分析的实施过程

### 第一节 简介

土木工程结构有限元分析是建立在结构离散化的计算模型基础上的,即把连续弹性体离散成为一群仅在节点处相互连接的有限单元的集合。对于土木工程结构通常采用杆系结构离散比较适用和简便,因为对于杆系结构,比如桁架或刚架,这种离散是自然的,将组成桁架或刚架的杆或梁作为离散元素或单元。

如图 2-1 中的桁架离散为 26 个杆单元,它们分别在 12 个节点处相连接。一般设结构离散单元总数为  $NE$ , 离散节点总数为  $NP$ , 节点在结构总体坐标系下的自由度为  $NF$ 。则对于图 2-1 中的桁架结构,  $NP=12$ ,  $NE=26$ ,  $NF=3$ 。

如图 2-2 中的空间梁格网格离散为 31 个梁单元,它们分别在 20 个节点处相连接。则对于图 2-2 中的梁格网格结构,  $NP=20$ ,  $NE=31$ ,  $NF=6$ 。

用有限元法分析结构的线弹性静力问题,其基本方程为

$$[K]\{\delta\} = \{P\} \quad (2-1)$$

其中  $[K]$  为结构刚度系数矩阵,它的阶数为  $N \times N$ ,  $N < NP \times NF$ ,  $\{P\}$  为结构的节点载荷列阵,  $\{\delta\}$  为节点位移列阵,它们的阶数为  $N \times M$  ( $M$  是载荷和相对于载荷的位移的组数,当仅有一组载荷时,  $M=1$ )。

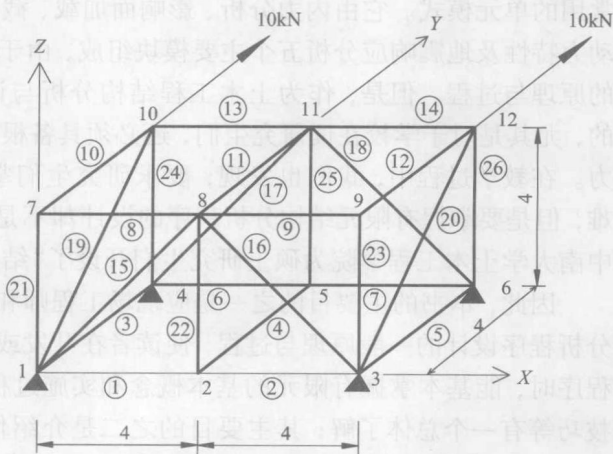


图 2-1 空间桁架离散图

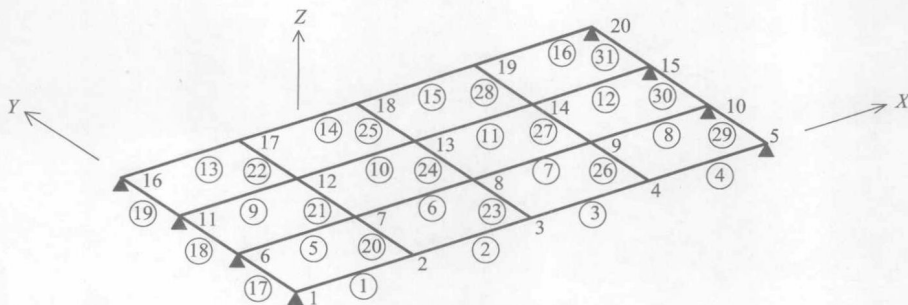


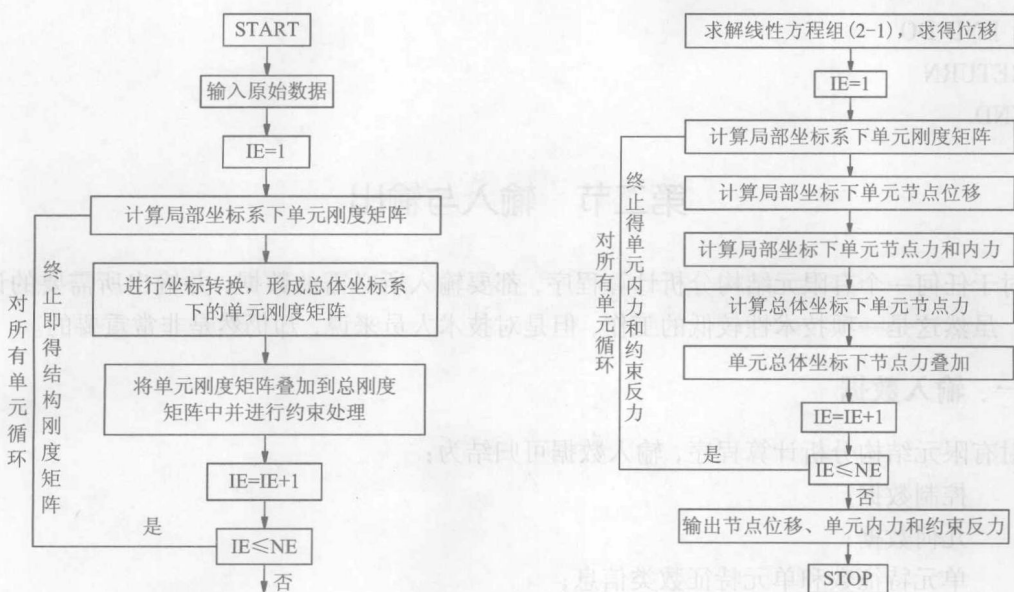
图 2-2 空间梁格网格离散图



众所周知,结构的刚度系数由各单元的刚度系数叠加而成,并具有对称、稀疏的特点,在进行约束处理后,它必然又是一个正定矩阵。载荷列阵通常是已知的,所以求解方程(2-1),即可得到节点位移,进而求得各单元的内力和节点力。

有限单元法的内容十分丰富,有许多种类的单元,对方程(2-1)也有各种各样的求解方法。在本章中,为方便读者阅读和理解,我们首先选定一种结构(空间桁架结构)和一种解法(基于高斯消去法的 $LDL^T$ 分解法)介绍线弹性静力问题结构分析有限元程序设计的基本思路和方法及其实施过程。

线弹性静力问题结构分析有限元程序设计的基本流程为:



本章按照上述框图的顺序,介绍有限元程序设计的实施过程。为便于读者自学,所介绍的程序力求简单明了,并选用 FORTRAN90 来编制程序。因此它不是一个非常精练的通用标准程序,必然有很多可修改之处,也可以选用其他语言来进行编制,我们将这一工作留给读者。

另需说明的是, FORTRAN90 已在 FORTRAN77 基础上做了较大的改进,如处理数组的数组置零、矩阵相乘可用简单的语句即可实现而不需要再调用子程序。但对于结构分析程序设计中经常要用到的矩阵转置仍然要通过子程序调用才能实现。为了节省篇幅和减少重复,下面给出矩阵转置子程序 MAT,在以后使用时不再编写该子程序而予以直接调用。

### 矩阵转置子程序

功用:对矩阵  $A(M, N)$  进行转置,并将其置于  $B(M, N)$  中,即  $B(j, i) = A(i, j)$  ( $i=1, 2, 3, \dots, M; j=1, 2, 3, \dots, N$ )

虚元:  $M$  整形变量,矩阵  $A$  的行数

$N$  整形变量,矩阵  $A$  的列数

$A$  实型数组  $A(M, N)$ ,存放需要转置的矩阵

$B$  实型数组  $B(N, M)$ ,存放  $A$  矩阵的转置矩阵