



卓奥天瑞系列丛书

教材教案 + 教辅教案 + 习题教案

中国教师智库

体，为教师提供全面、系统的课堂教学设计案例和海量教学备课信息资源库。
浓缩中国优秀教师智慧，创新拓展教案内涵，集通用性、资料性、工具性于一

鼎尖教案

数学 华东师大版 九年级 下册

延边教育出版社

鼎尖教案



卓奥天瑞
系列丛书

教材教案 + 教辅教案 + 习题教案
中国教师智库

数学 华东师大版
九年级下

本册主编：李传功



01916315





丛书主编：方德斌

本册主编：李传功

副主编：颜世忠

编著：隋玉新 张春红 张敏 单保伟

责任编辑：严今石 沈磊

图书在版编目(CIP)数据

鼎尖教案：华东师大版·数学·九年级·下/李传

功主编. —延吉：延边教育出版社，2010.9

ISBN 978-7-5437-8970-8

I. ①鼎… II. ①李… III. ①数学课—教案

(教育)—初中 IV. ①G633

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第188681号

配 华东师大版 义务教育课程标准实验教科书
《鼎尖教案》(九年级下册·数学)

出版发行：延边教育出版社

地 址：吉林省延吉市友谊路363号(133000)

北京市海淀区紫竹院路88号紫竹花园D座704(100089)

网 址：<http://www.ybep.com.cn>

传 真：0433-2913971 010-82608856

印 刷：北京亚通印刷有限责任公司

印 张：21.75

版 次：2010年10月第1版

书 号：ISBN 978-7-5437-8970-8

电 话：0433-2913940 010-82608550

排 版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司

开 本：880毫米×1230毫米 1/16

字 数：845千字

印 次：2012年11月第3次印刷

定 价：43.50元

如印装质量有问题，本社负责调换

以打造“中国教师智库”为目标的《鼎尖教案》系列丛书，自2008年问世以来，就得到了广大一线教师的热情关注，我们收到了大量的读者来信和参加优秀教案评选的教学设计案例。从读者来信的字里行间，我们深切地感到，其实，在全国各地还有千千万万个和我们一起，像对待自己的孩子一样关爱、呵护着这套丛书的人。我们也因此倍感责任重大，如履薄冰。我们知道，我们的每一项工作，其实都承载了太多的期望，太多的寄托。

《鼎尖教案》系列丛书面市伊始，就以“传播优秀教学思想，助推中国新课程改革”为使命，以开放、包容的心态，汇聚广大优秀教师参与到图书的编写和修订当中，广泛吸纳广大优秀教师的教学科研成果。《鼎尖教案》所提供的，不仅是几个简单的教学设计案例，更是一个开放的平台，一个中国优秀教师展示自己教学思想、教学智慧，进行学术交流的平台。《鼎尖教案》每年再版修订的内容来源主要有三个：一是我们的特聘优秀教师对图书的整体修订；二是在我们举办的优秀教案征集评选活动中获奖的优秀教学设计案例；三是我们特约课改优秀学校的教师编写的体现个人或本校教学特色的优秀教案。

《鼎尖教案》作为优秀教学科研实践的推动者和优秀科研成果的传播者，理应始终站在新课程改革的最前沿，汇聚中国优秀教师教学智慧，把最先进的教学成果推荐给大家。为此，我们时常走访一些教改名校和知名教师，发现和挖掘每个学校或优秀教师教学成果中最闪亮的部分，力求将更多的教学科研群体的优秀成果吸纳到我们的书中。同时，通过认真梳理、分析众多的优秀教案评选征



稿，将无数个蕴含着教师智慧与热情的个体的优秀教学成果进行收录，为广大教师的教学实践提供借鉴和参考，实现同一教学内容的教学思想的多样化、教学模式多样化和教学手段多样化，让广大教师的教学思想与智慧在这里尽情绽放。

《鼎尖教案》的每一次再版修订，总有一些内容让我们难以取舍。因为越是教学重点、难点、热点的内容，广大一线教师也就倾注了越多的智慧与关注，我们得到的优秀教学案例的数量也就越多。然而，由于篇幅所限，我们也只能忍痛割爱。但是，有一点是值得我们欣慰的，就是《鼎尖教案》整体质量水平的快速提升。也正是因为如此，我们的图书才有了更多忠实的朋友，有了更多关爱的人。

最后，我们想说的，除了感谢依然还是感谢：由衷的感谢广大读者对于我们图书的关注、关心与关爱！感谢广大教师及教育专家对于我们工作的大力支持！愿《鼎尖教案》永远在你我的案头，永远在你我的心头。

愿《鼎尖教案》与您同行！与中国教育改革同行！

Contents

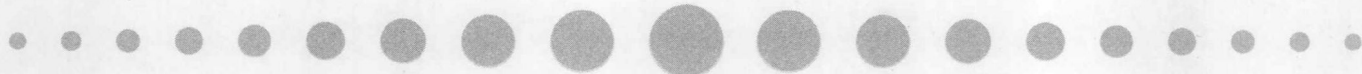
目录

第 27 章 二次函数	(1)	案例二	(45)
单元整体说课	(1)	第二教案 教辅教案	(47)
§ 27.1 二次函数(1 课时)	(2)	课时详解	(47)
第一教案 教材教案	(2)	精析精练	(58)
案例一	(2)	第三教案 习题教案	(61)
案例二	(5)	课时同步练习	(61)
第二教案 教辅教案	(7)	一课 3 练	(70)
课时详解	(7)	一课 3 练习题讲评教案	(72)
精析精练	(8)	§ 27.3 实践与探索(2 课时)	(73)
第三教案 习题教案	(9)	第一教案 教材教案	(73)
课时同步练习	(9)	第 1 课时 二次函数的应用	(73)
一课 3 练	(10)	案例一	(73)
一课 3 练习题讲评教案	(11)	案例二	(76)
§ 27.2 二次函数的图象与性质(7 课时)	(12)	第 2 课时 二次函数与一元二次方程及一元二次不等式	(78)
第一教案 教材教案	(12)	案例一	(79)
第 1 课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图象与性质	(12)	案例二	(83)
案例一	(12)	第二教案 教辅教案	(85)
案例二	(15)	课时详解	(85)
第 2 课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 的图象与性质	(17)	精析精练	(90)
案例一	(17)	第三教案 习题教案	(93)
案例二	(21)	课时同步练习	(93)
第 3 课时 二次函数 $y=a(x-h)^2$ 的图象与性质	(22)	一课 3 练	(96)
案例一	(22)	一课 3 练习题讲评教案	(98)
案例二	(26)	单元概括整合	(99)
第 4 课时 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象与性质	(27)	单元质量评估	(102)
案例一	(27)	单元质量评估讲评教案	(104)
案例二	(30)	 第 28 章 圆	(106)
第 5 课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与性质	(31)	单元整体说课	(106)
案例一	(32)	§ 28.1 圆的认识(4 课时)	(107)
案例二	(34)	第一教案 教材教案	(107)
第 6 课时 二次函数的简单应用	(36)	第 1 课时 圆的基本元素	(107)
案例一	(36)	案例一	(107)
案例二	(40)	案例二	(110)
第 7 课时 求二次函数的关系式	(41)	第 2 课时 圆的中心对称性	(111)
案例一	(42)	案例一	(111)
		案例二	(115)
		第 3 课时 圆的轴对称性	(116)

Contents

案例一	(116)	案例一	(201)
案例二	(120)	案例二	(204)
第4课时 圆周角	(122)	第二教案 教辅教案	(206)
案例一	(122)	课时详解	(206)
案例二	(126)	精析精练	(210)
第二教案 教辅教案	(128)	第三教案 习题教案	(212)
课时详解	(128)	课时同步练习	(212)
精析精练	(135)	一课3练	(215)
第三教案 习题教案	(138)	一课3练习题讲评教案	(217)
课时同步练习	(138)	单元概括整合	(219)
一课3练	(142)	单元质量评估	(222)
一课3练习题讲评教案	(144)	单元质量评估讲评教案	(224)
§ 28.2 与圆有关的位置关系(5课时)	(146)		
第一教案 教材教案	(146)	期中综合测试卷	(227)
第1课时 点与圆的位置关系	(146)	期中试卷讲评教案	(230)
案例一	(146)		
案例二	(148)		
第2课时 直线与圆的位置关系	(150)	第29章 几何的回顾	(232)
案例一	(150)	单元整体说课	(232)
案例二	(154)	§ 29.1 几何问题的处理方法(2课时)	(233)
第3课时 切线	(155)	第一教案 教材教案	(233)
案例一	(156)	第1课时 几何问题的处理方法(1)	(233)
案例二	(158)	案例一	(233)
第4课时 切线长定理与三角形的内切圆	(159)	案例二	(237)
案例一	(160)	第2课时 几何问题的处理方法(2)	(239)
案例二	(163)	案例一	(239)
第5课时 圆与圆的位置关系	(165)	案例二	(241)
案例一	(165)	第二教案 教辅教案	(243)
案例二	(169)	课时详解	(243)
第二教案 教辅教案	(170)	精析精练	(248)
课时详解	(170)	第三教案 习题教案	(251)
精析精练	(180)	课时同步练习	(251)
第三教案 习题教案	(184)	一课3练	(257)
课时同步练习	(184)	一课3练习题讲评教案	(260)
一课3练	(191)	§ 29.2 反证法(1课时)	(262)
一课3练习题讲评教案	(193)	第一教案 教材教案	(262)
§ 28.3 圆中的计算问题(2课时)	(195)	案例一	(262)
第一教案 教材教案	(195)	案例二	(265)
第1课时 弧长和扇形的面积	(195)	第二教案 教辅教案	(266)
案例一	(195)	课时详解	(266)
案例二	(199)	精析精练	(268)
第2课时 圆锥的侧面积和全面积	(200)	第三教案 习题教案	(269)

Contents



课时同步练习	(269)
一课3练	(271)
一课3练习题讲评教案	(272)
单元概括整合	(273)
单元质量评估	(275)
单元质量评估讲评教案	(278)

第30章 样本与总体

(280)

单元整体说课	(280)
--------------	-------

§ 30.1 抽样调查的意义(2课时)	(280)
---------------------------	-------

第一教案 教材教案	(280)
-----------------	-------

第1课时 人口普查和抽样调查	(280)
----------------------	-------

案例一	(281)
-----------	-------

案例二	(283)
-----------	-------

第2课时 从部分看总体及合理选择样本	(285)
--------------------------	-------

案例一	(285)
-----------	-------

案例二	(288)
-----------	-------

第二教案 教辅教案	(289)
-----------------	-------

课时详解	(289)
------------	-------

精析精练	(291)
------------	-------

第三教案 习题教案	(293)
-----------------	-------

课时同步练习	(293)
--------------	-------

一课3练	(295)
------------	-------

一课3练习题讲评教案	(297)
------------------	-------

§ 30.2 用样本估计总体(1课时)	(297)
---------------------------	-------

第一教案 教材教案	(297)
-----------------	-------

案例一	(297)
-----------	-------

案例二	(300)
-----------	-------

第二教案 教辅教案	(302)
-----------------	-------

课时详解	(302)
------------	-------

精析精练	(304)
------------	-------

第三教案 习题教案	(307)
-----------------	-------

课时同步练习	(307)
--------------	-------

一课3练	(309)
------------	-------

一课3练习题讲评教案	(311)
------------------	-------

§ 30.3 借助调查做决策(1课时)	(312)
---------------------------	-------

第一教案 教材教案	(312)
-----------------	-------

案例一	(312)
-----------	-------

案例二	(314)
-----------	-------

第二教案 教辅教案	(317)
-----------------	-------

课时详解	(317)
------------	-------

精析精练	(320)
------------	-------

第三教案 习题教案	(322)
-----------------	-------

课时同步练习	(322)
--------------	-------

一课3练	(324)
------------	-------

一课3练习题讲评教案	(326)
------------------	-------

单元概括整合	(326)
--------------	-------

单元质量评估	(329)
--------------	-------

单元质量评估讲评教案	(332)
------------------	-------

期末综合测试卷

(334)

期末试卷讲评教案	(337)
----------------	-------



第27章 二次函数

单元整体说课



课标要求

1. 通过对实际问题情景的分析确定二次函数表达式,并体会二次函数的意义.
 2. 会用描点法画出二次函数的图象,能从图象上认识二次函数的性质.
 3. 会根据公式确定图象的顶点、开口方向 and 对称轴,并能解决简单的实际问题.
 4. 会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解.
- 根据以上课程标准,要求我们了解二次函数概念,体会二次函数的模型思想,能画出二次函数的图象,掌握图象特征和二次函数的性质,能应用二次函数解决相关问题,理解二次函数与一元二次方程的关系,会用图象法求一元二次方程的近似解.



教材教法

教材分析

本章知识是学生学习了一次函数和反比例函数以后,进一步学习的函数知识,是函数知识螺旋发展的一个重要环节,主要内容有:二次函数的概念,二次函数的图象与性质以及二次函数的应用,二次函数是描述变量之间关系的重要的数学模型,它既是其他学科研究时所采用的重要方法之一,也是某些单变量最优化问题的数学模型,如本章所提及的求最大利润、最大面积等实际问题.二次函数的图象是抛物线,是人们最为熟悉的曲线之一,同时抛物线形状在建筑上也有着广泛的应用,如抛物线形拱桥、抛物线形隧道等,和一次函数、反比例函数一样,二次函数也是一种非常基本的初等函数,对二次函数的研究将为学生进一步学习函数,体会函数思想奠定基础 and 积累经验.

教法建议

本章内容是初中数学教学中的重点,也是难点,要重视学生对基础知识理解,及时了解学生在学习过程中的状况,探索教与学的各种方式.

在具体实施教学中应注意:

1. 要充分挖掘结合学生生活实际的素材,加强数学与现实的联系,让学生体会数学的广泛的应用,教科书中设计了许多生活中的实例,在习题中也设计了许多现实生活背景的问题,目的是为了使学生现实情景和已有生活和知识经验中理解相关内容,促进学生新的认知结构和数学应用能力的发展.

2. 鼓励学生自主探索与交流合作,本章需要学生进行较多的动手操作,如描点、连线、画图等,在二次函数的图象、性质的学习过程中,教师应引导学生主动从事观察、操作、交流、归纳等探索活动,应给予学生足够的时间和空间,从而使形成自己对数学知识的理解和有效的学习模式,而不要以教师的讲解代替学生的探索,在教学过程中,教师应组织有效的数学活动,使学生不仅能主动地获取知识,而且能不断丰富数学活动的经验,学会探索,学会学习.

3. 教师应处理好新旧知识的联系,促进学生认知结构的构建,在教学中要引导学生从变量的观点,加强认识,能从图象中获取变量之间关系的信息,并能用文字、符号进行描述,这是一个提高的过程,包含了对函数及其思想方法的认识上的更新和升华.

4. 充分运用现代教育手段和技术,应尽可能地使用计算机展示函数图象及其变换过程,并研究其性质.



学情学法

学情分析

学生先前已学过一次函数、反比例函数的图象与性质,学会了研究函数的一般方法,即确定关系式→画函数图象→总结图象特征及函数性质→应用.这为本章学习奠定了良好的基础.

学法建议

1. 注意类比思想的运用,结合一次函数的图象及性质来类比学习二次函数的图象与性质.
2. 借助函数的图象探索函数的有关性质,从中体会数形结合思想的应用.
3. 注意二次函数与一元二次方程、一元二次不等式之间的关系,从中体会转化思想的应用.
4. 通过具体实例探索函数图象和性质,利用函数解决问题,形成函数模型思想,进一步锻炼抽象思维能力.



课时分配

§ 27.1 二次函数	1 课时
§ 27.2 二次函数的图象与性质	7 课时
§ 27.3 实践与探索	2 课时



§27.1 二次函数 (1 课时)

第一教案

教材教案

教学目标

知识与技能

1. 掌握二次函数的概念,能够依据实际情况建立二次函数关系式.

2. 正确理解 $y=ax^2+bx+c$ 中 $a \neq 0$ 的作用与要求,初步体会二次函数与一次函数、反比例函数的区别.

过程与方法

通过具体实例中变量关系的特征,感受二次函数的特征和意义,初步认识二次函数.

情感、态度与价值观

1. 体会数学与人们生活的联系.

2. 在探究二次函数学习活动中,体会通过探究得到的乐趣.

重点难点

重点

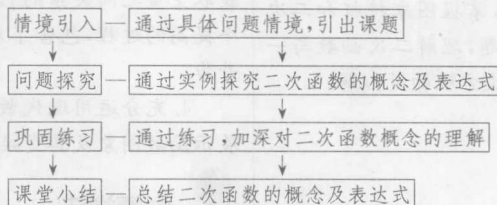
二次函数的概念.

难点

寻找、发现实际生活中的二次函数问题,理解变量之间的对应关系.

案例一

教学流程



教学设计

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
情境引入	欣赏下面图片. 	展示课件,出示下列问题: 水珠、跳绳在空中走过一条曲线,在曲线的各个位置上,水珠的竖直高度 h 与它距离喷头的水平距离 x 之间有什么关系? 通过问题引出课题.	观察欣赏图片,初步了解本节所要研究的问题.	创设问题情境,让学生从生活中发现数学问题,激发好奇心和求知欲.
问题探究	1. 解答题 (1) 已知正方体的棱长为 $x(\text{cm})$, 表面积为 $y(\text{cm}^2)$, 则 y 与 x 的关系是_____. (2) 矩形的长是 4 厘米, 宽是 3 厘米, 如果将其长与宽都增加 x 厘米, 则面积增加 y 平方厘米, 试写出 y 与 x 的关系式. (3) 要用长为 20 m 的铁栏杆, 一面靠墙, 围成一个矩形的花圃. 怎样围才能使围成的花圃的面积最大? 在这个问题中, 如果设矩形花圃垂直于墙的一边 AB 为 x m, 矩形的面积为 $y \text{ m}^2$, 列出 y 与 x 的关系式.	教师适时引导、点拨, 然后由小组推荐四名同学回答, 其他同学点评. 在学生回答、点评的基础上, 教师提出问题: 观察所列式子, 它们是不是函数? 为什么? 它是前面学过的一次函数吗?	在自主探究的基础上, 尝试分析问题, 解决问题, 小组交流.	体会引入二次函数概念的现实背景, 感受其实际意义, 对概念有初步的认识. 体会到二次函数是刻画现实世界的一个有效的数学模型.



教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
问题探究	(4)某商店将每件进价为8元的某种商品按每件10元出售,一天可销出约100件.该店想通过降低售价、增加销售量的办法来提高利润,经过市场调查,发现这种商品单价每降低0.1元,其销售量可增加10件.将这种商品的售价降低多少时,能使销售利润最大? 若设每件商品降价x元($0 \leq x \leq 2$),该商品每天的利润为y元,那么y与x的关系式是什么?			
	2. 观察思考 请观察上面所列的四个函数关系式,这些函数有什么共同特点?请你结合学习一次函数概念的经验,给它下个定义.	引导学生观察、分析、比较四个函数关系式. 应注意学生是否能归纳出四个函数的共同特点,经过化简后都具有$y=ax^2+bx+c$的形式(a, b, c是常数, $a \neq 0$). 引导学生总结出二次函数的定义,让学生尝试回答.	学生通过观察、分析、归纳,明确二次函数的特征,理解其解析式的特点.	培养学生由特殊到一般的归纳能力,理解二次函数解析式的特征.
	3. 归纳总结 二次函数的定义:形如$y=ax^2+bx+c$(a, b, c是常数, $a \neq 0$)的函数,叫做二次函数.其中x是自变量,a, b, c分别是二次项系数、一次项系数和常数项. 问题:(1)二次函数定义中a, b, c有怎样的要求? (2)当$a=0$时,这个函数还是二次函数吗?为什么? (3)b或c能为0吗?	在学生回答二次函数概念后,结合“情境”中的四个二次函数的表达式,给出常数a, b, c的取值范围,强调$a \neq 0$,总结二次函数的四种形式: (1)$y=ax^2+bx+c$(a, b, c都不为0); (2)$y=ax^2+c$($b=0$); (3)$y=ax^2+bx$($c=0$); (4)$y=ax^2$($b=c=0$).	学生归纳总结,初步感知二次函数的特征.	增强学生归纳概括能力和表达能力.
	4. 基础练习 下列函数中,哪些是二次函数? (1)$y-x^2=0$; (2)$y=(x+2)(x-2)-(x-1)^2$; (3)$y=x^2+\frac{1}{x}$; (4)$y=\sqrt{x^4+2x^2+1}$.	检查学生完成,并及时纠正学生出现的问题.	独立完成.	巩固二次函数的概念.



教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
应用举例	例1 写出下列各函数关系,并判断它们是什么类型的函数. (1)写出正方体的表面积 $S(\text{cm}^2)$ 与正方体棱长 $a(\text{cm})$ 之间的函数关系; (2)写出圆的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与它的周长 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系; (3)菱形的两条对角线的和为 $26(\text{cm})$,求菱形的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与一对角线长 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系. 例2 m 取哪些值时,函数 $y=(m^2-m)x^2+mx+(m+1)$ 是以 x 为自变量的二次函数?	对于例2,教师要适时引导:(1)二次函数自变量最高次数是2;(2)二次函数有意义的前提条件是二次项的系数不为零. 找两名学生的求解过程投影,师生共同点评,最后教师板书下面的解题过程. 解:若函数 $y=(m^2-m)x^2+mx+(m+1)$ 是二次函数,则 $m^2-m \neq 0$. 解得 $m \neq 0$,且 $m \neq 1$. 因此,当 $m \neq 0$,且 $m \neq 1$ 时,函数 $y=(m^2-m)x^2+mx+(m+1)$ 是二次函数.	先自主探究,再合作交流,完成例题.	通过例题学习,加深对二次函数概念的理解.
巩固练习	1.教材第4页练习第1、2题. 2.教材习题27.1第1、2题. 3.若函数 $y=(m^2-1)x^{m^2-m}+2x+1$ 为二次函数,求 m 的值. 4.你能举一些生活中二次函数的例子吗?	巡回指导,讲评.	独立完成,集体交流评价.	巩固所学知识.
总结提高	通过本节课的学习,你有哪些收获?还有什么疑惑?	提示学生注意以下两点: 1.定义:形如 $y=ax^2+bx+c(a,b,c$ 是常数,$a \neq 0$) 的函数叫做二次函数. $y=ax^2+bx+c(a,b,c$ 是常数,$a \neq 0$) 的几种不同表示形式: (1) $y=ax^2(a \neq 0, b=0, c=0)$. (2) $y=ax^2+c(a \neq 0, b=0, c \neq 0)$. (3) $y=ax^2+bx(a \neq 0, b \neq 0, c=0)$. (4) $y=ax^2+bx+c(a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0)$. 2.定义的实质是:$y=ax^2+bx+c$ 是整式,自变量 x 的最高次数是二次,自变量 x 的取值范围是全体实数.	学生归纳,总结发言,体会,反思.	总结回顾学习内容,巩固所学知识.



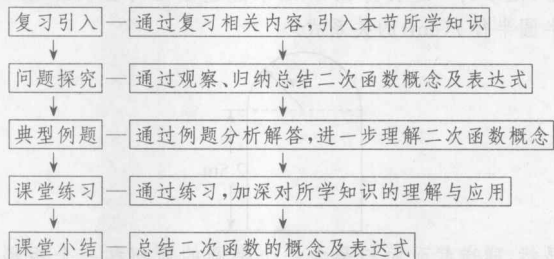
教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
布置作业	教材习题 27.1 第 3、4 题. 补充选做 1. 下列函数中, 哪些是二次函数? (1) $y=3x^4+x^2+1$; (2) $y=\frac{1}{x^2}+x+1$; (3) $y=3x^2+4x$; (4) $y=\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$; (5) $y=(x+3)^2-x^2$; (6) $y=3(x-1)^2-1$. 2. $y=ax^2+bx+c$ (其中 a, b, c 为常数) 为二次函数的条件是 () A. $b \neq 0$ B. $c \neq 0$ C. $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ D. $a \neq 0$ 3. 已知函数 $y=(k^2-k)x^2+kx+\sqrt{2}-k$. (1) 当 k 为何值时, y 是 x 的一次函数? (2) 当 k 为何值时, y 是 x 的二次函数?	分层布置作业.	按要求课外完成.	体现分层教学, 加深认识, 深化提高.

板书设计

二次函数	
1. $y=6x^2$ 2. $y=(4+x)(3+x)-3 \times 4$ $=x^2+7x$ 3. $y=(20-2x)x$ $=-2x^2+20x$ 4. $y=(2-x)(100+100x)$ $=-100x^2+100x+200$	二次函数的概念 二次函数的一般形式 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 例 1. (1) (2) (3) 例 2.

案例二

教学流程



教学设计

一、复习引入

1. 回顾

- (1) 一元二次方程的一般形式是什么?
- (2) 什么是正比例函数、一次函数、反比例函数? 它们的一

般形式是怎样的?

2. 解答下列问题

- (1) 圆的半径是 $r(\text{cm})$, 它的面积 $S(\text{cm}^2)$ 是多少?
- (2) 已知正方体的棱长为 $x(\text{cm})$, 表面积为 $y(\text{cm}^2)$, 则 y 与 x 的关系是_____.
- (3) 矩形的长是 4 厘米, 宽是 3 厘米, 如果将其长与宽都增加 x 厘米, 则面积增加 y 平方厘米, 试写出 y 与 x 的关系式.

请观察上面列出的三个式子, 它们是不是函数? 为什么? 如果是, 它是我们学过的函数吗?

二、问题探究

1. 探究

上面所列三个函数关系式不是我们前面学过的函数. 请你观察这三个函数关系式有什么共同特点, 请你结合学习一次函数概念的经验, 给它下个定义.



说明:可引导学生观察、分析、比较这三个函数关系式,回忆一次函数的概念,引导时注意:

- (1)学生能否找出自变量及因变量的函数;
- (2)学生能否归纳出三个函数的共同特点:经过化简后都能化成 $y=ax^2+bx+c$ 的形式(a, b, c 是常数且 $a \neq 0$).

2. 归纳

二次函数的定义:形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做二次函数. 其中 x 是自变量, a, b, c 分别是二次项系数、一次项系数和常数项.

问题:(1)二次函数定义中 a, b, c 有怎样的要求?

(2)当 $a=0$ 时,这个函数还是二次函数吗?为什么?

(3) b 或 c 能为 0 吗?

说明:教师引导学生尝试归纳总结出二次函数的定义. 对提出的问题要适时引导,可利用上面三个函数关系式,让学生指出常数 a, b, c 各是多少,强调 $a \neq 0$,以加深对概念的理解.

3. 练习

下列函数中,哪些是二次函数?

- ① $y=3x-1$; ② $y=3x^2+2$; ③ $y=3x^4+2x^2$; ④ $y=x^2$; ⑤ $y=x^2-x(1+x)$; ⑥ $y=x^{-2}+x$.

三、典型例题

例 1 当 m 为何值时,关于 x 的函数 $y=(m+1)x^{m^2-m}+2x+1$ 是二次函数?

分析:若 $y=(m+1)x^{m^2-m}+2x+1$ 是二次函数,必须满足的条件是 $m^2-m=2$,且 $m+1 \neq 0$.

解:由题意,得 $m^2-m=2$,且 $m+1 \neq 0$. 解得 $m=2$.

$\therefore m=2$ 时,函数是二次函数.

探索:若函数 $y=(m^2-m)x^2+mx+(m+1)$ 是以 x 为自变量的一次函数,则 m 取哪些值?

例 2 写出下列各函数关系,并判断它们是什么类型的函数.

(1)写出正方形的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与正方形边长 $a(\text{cm})$ 之间的函数关系;

(2)菱形的两条对角线的和为 26 cm,求菱形的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与一对角线长 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系.

说明:学生独立完成.

四、巩固练习

1. (口答)下列函数中,哪些是二次函数?

- (1) $y=5x+1$; (2) $y=4x^2-1$; (3) $y=2x^3-3x^2$; (4) $y=5x^4-3x+1$.

2. $y=ax^2+bx+c$ (其中 a, b, c 为常数)为二次函数的条件是

- A. $b \neq 0$ B. $c \neq 0$
C. $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ D. $a \neq 0$

3. 教材第 4 页练习第 1, 2 题.

4. 教材习题 27.1 第 2 题.

五、拓展练习

1. 当 k 为何值时,函数 $y=(k-1)x^{k^2+k}+1$ 为二次函数?

2. 正方形铁片边长为 15 cm,在四个角上各剪去一个边长为 $x(\text{cm})$ 的小正方形,用余下的部分做成一个无盖的盒子.

(1)求盒子的表面积 $S(\text{cm}^2)$ 与小正方形边长 $x(\text{cm})$ 之间的函数关系式;

(2)当小正方形边长为 3 cm 时,求盒子的表面积.

3. 圆的半径是 1 cm,假设半径增加 x cm 时,圆的面积增加 $y \text{ cm}^2$.

(1)写出 y 与 x 之间的函数关系表达式;

(2)当圆的半径分别增加 1 cm, 2 cm 时,圆的面积各增加多少?

六、本课小结

1. 通过本节课的学习,你有哪些收获? 还有哪些疑惑?

2. 二次函数的一般形式是什么? 特殊形式有哪些? 一个函数是不是二次函数关键看什么?

七、作业

教材习题 27.1 第 1, 3, 4 题.

补充

1. 下列函数中,哪些是二次函数?

(1) $y=3x^4+x^2+1$; (2) $y=\frac{1}{x^2}+x+1$;

(3) $y=3x^2+4x$; (4) $y=\frac{1}{5}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}$;

(5) $y=(x+3)^2-x^2$; (6) $y=3(x-1)^2-1$.

2. 如果函数 $y=x^{k^2-3k+2}+kx+1$ 是二次函数,则 k 的值一定是_____.

3. m 取哪些值时,函数 $y=(m^2-m)x^2+mx+(m+1)$ 是以 x 为自变量的二次函数?

板书设计

二次函数

1. $S=\pi r^2$

2. $y=6x^2$

3. $y=(4+x)(3+x)-3 \times 4$
 $=x^2+7x$

二次函数概念

二次函数表达式

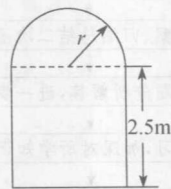
$y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$)

例 1. 当 m 为何值时, $y=(m+1)x^{m^2-m}+2x+1$ 是二次函数?

例 2

备课资料

一条隧道的截面如图所示,它的上部是一个半圆,下部是一个矩形,矩形的一边长为 2.5 m,求隧道截面的面积 $S(\text{m}^2)$ 关于上半圆半径 $r(\text{cm})$ 的关系式.



显然,隧道截面面积是由一个半圆的面积和一个矩形的面积两部分组成,即 $S=\frac{1}{2}\pi r^2+2.5r$,这是一种什么函数呢? 它有什么特点呢?



课时详解



课堂导入

1. 圆的半径为 r , 面积为 S , 则 S 与 r 之间的关系式是什么?
2. 正方形的边长为 x , 面积为 y , 则 y 与 x 之间的关系式是什么?
3. 用长为 l 的绳子围成圆或正方形, 哪个图形的面积大?



自主学案

预习学案

1. 形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做二次函数, 其中 x 是自变量.

2. 二次函数的一般形式是 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$).

答案 1. 二次 2. $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$)

预习思考

1. 怎样判断一个函数是二次函数?
2. 二次函数与一元二次方程有什么关系?

答案

1. 判断一个函数是否是二次函数, 先看它的右边是否是整式, 若是整式且可以化简的要先化简, 然后再看它的自变量的指数, 若自变量最高次项的指数为 2, 是二次函数, 否则不是二次函数.
2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有密切的联系, 如果将变量 y 换成一个常数, 那么这个二次函数就是一个一元二次方程了.



合作探究

探究点 1 二次函数的概念

某食品零售店为一食品厂代销一种面包, 未销出的面包退回厂家. 经统计发现, 当这种面包的单价为 7 角时, 每天可卖出 160 个, 在此基础上, 这种面包的单价每提高 1 角时, 该零售店每天就会少卖出 20 个. 已知该零售店每个面包的成本是 5 角.

在这个问题中, 每天销售面包所获利润与卖出面包的个数存在一种函数关系. 这个函数关系式是什么? 是我们前面学过的一次函数、反比例函数吗?



知识讲解

形如 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做二次函数.

对于二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 可从以下几个方面理解:

- (1) 任何一个二次函数都可化为 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的形式, 我们把 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 叫做二次函数的一般形式.
- (2) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的自变量 x 的取值范围是全体实数.
- (3) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的结构特征是: 等号左

边是函数 y , 等号右边是关于自变量 x 的二次整式, 因此二次项系数必须满足 $a \neq 0$, 而 b, c 可以是任意实数. 因为 $a = 0$ 函数变为 $y = bx + c$; 若 $b \neq 0$, 则 $y = bx + c$ 是一次函数; 若 $b = 0$, 则 $y = c$ 是一个常数函数.

(4) 当 $b = c = 0$ 时, 二次函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 是最简单的二次函数.

点拨 一次函数与二次函数的区别与联系:

解析式中, 右边都是关于自变量的整式, 自变量的取值范围都是全体实数, 但一次函数是关于自变量的一次整式, 二次函数是关于自变量的二次整式. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 当 $a \neq 0$ 时, $y = ax^2 + bx + c$ 是二次函数; 当 $a = 0$ 时, 若 $b \neq 0$, 则 $y = ax^2 + bx + c$ 是一次函数.

典例剖析

【例 1】下列函数中是二次函数的是 ()

- A. $y = 4x$ B. $y = \frac{1}{x^2} + 2$
C. $y = (x+1)^2 + 2$ D. $y = 2^2 - 3x$

解析 根据二次函数的定义判断. A 是一次函数; B 中 $\frac{1}{x^2}$ 是分式的形式, 因此 B 不是二次函数; D 是一次函数; C 可化为 $y = x^2 + 2x + 3$, 根据二次函数的定义, 应该选 C.

答案 C

【类题突破 1】(1) 下列函数中, 二次函数是 ()

- A. $y = x + 1$ B. $y = \frac{1}{x^2}$
C. $y = x^2 + (x+1)(1-x)$ D. $y = 2x^2 - 1$

(2) (拔高题) 对于任意实数 m , 下列函数一定是二次函数的是 ()

- A. $y = (m^2 - 1)x^2$ B. $y = (m^2 + 1)x$
C. $y = (m^2 + 1)x^2$ D. $y = (m^2 - 1)x^2$

答案 (1) D (2) C

点拨 二次函数应满足三个条件: ①整式, ②自变量最高次数是 2, ③二次项系数不能为 0.

【例 2】(拔高题) 若函数 $y = (m^2 + m)x^{m^2 - m} + mx + 1$ 是二次函数, 求 m 的值.

解析 根据二次函数的定义, 只有满足 $m^2 + m \neq 0$, 且 $m^2 - m = 2$ 时, 此函数是二次函数.

答案 由题意, 得 $\begin{cases} m^2 + m \neq 0, \\ m^2 - m = 2, \end{cases}$ 所以 $m = 2$.

【类题突破 2】对于函数 $y = (m^2 + m)x^2 + mx - 1$. 当 m 时, 此函数是二次函数; 当 m 时, 此函数是一次函数.

答案 不等于 0 和 -1, -1

易错警示 解这类题目, 要特别注意“二次项系数不为 0”这个隐含条件.



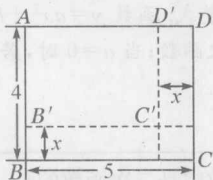
探究点2 列函数关系式

知识讲解

列具体问题中的二次函数关系式,一般采取三步走的策略:第一步认真审题,弄清题意,找出具体问题中的已知量和未知量,并分析出它们之间的关系;第二步套关系,列出二次函数关系式;第三步根据题意,确定自变量的取值范围.需要注意的是在列出二次函数关系式时,要将关系式化简为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的形式.在一般情况下,二次函数的自变量的取值范围是任意实数,而在实际问题中,自变量的取值要使实际问题有意义.

典例剖析

【例3】 如图所示,长方形ABCD的长为5 cm,宽为4 cm,如果将它的长和宽都减去 x cm,那么它剩下的小长方形 $AB'C'D'$ 的面积为 y cm^2 .



(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 上述函数是什么函数?

(3) 自变量 x 的取值范围是多少?

解析 列出二次函数关系式的关键是分析出 y 与 x 之间的关系.题中剩下的小长方形的边长为 $(5-x)$ cm 和 $(4-x)$ cm,利用长方形的面积公式即可写出 y 与 x 之间的函数关系式.

答案 (1) 根据长方形的面积公式可得 $y=(5-x)(4-x)=x^2-9x+20$,所以 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=x^2-9x+20$.

(2) 是二次函数.

(3) 自变量 x 的取值范围是 $0 < x < 4$.

【类题突破3】 把一根长为50 cm的铁丝弯成一个长方形,设这个长方形的一边长为 x cm,它的面积是 y cm^2 ,则 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=$ _____,自变量 x 的取值范围是 _____.

答案 $-x^2+25x$ $0 < x < 25$



概括整合

1. 形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做二次函数,判断一个函数是不是二次函数,首先看是不是符合二次函数的一般形式,若符合就是二次函数,若不符合则需要先化简,化简后符合:(1)是关于自变量的整式;(2)自变量的最高次数是二次;(3)二次项的系数不为零,就是二次函数.

2. 写出实际问题中二次函数关系式时,认真审题,找准等量关系,再列函数关系式,最后注明自变量的取值范围.

精析精练



重点难点突破

1. 二次函数的定义

形如 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 都是常数, $a \neq 0$) 的函数叫做二次函数.二次函数自变量的取值范围是任意实数,但在实际中,自变量的取值范围应使实际问题有意义.

对于二次函数的定义可从以下方面理解:

(1) 二次函数的形式是关于自变量 x 的二次整式,其中二次项系数不为0,如果二次项系数为0,则函数就成了一次函数或常数函数.

(2) 任何一个二次函数都可以化为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的形式, $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 是二次函数的一般形式,在一般形式中二次项系数必须不为零,而一次项系数、常数项可以为零.

2. 列函数关系式,并写出自变量的取值范围

对于一些实际问题,通过分析,找出两个变量之间的函数关系,并能正确地写出它们之间的函数关系式,是本章的重点,也是后面进一步学习二次函数有关内容的基础.同时,能根据问题的实际意义,写出自变量的取值范围.对于自变量的取值范围,只要能正确写出即可,不要求写出求出自变量取值范围的过程.在解决与实际生活有关的二次函数问题要特别注意自变量的取值范围,如人数、个数必须是整数等.



典型例题分析

题型① 判断一个函数是否是二次函数

【例1】 下列函数中哪些是二次函数?若是二次函数的请

指出 a, b, c .

(1) $y=x^2-2$; (2) $y=x^2-(1+x)x$; (3) $y=x^4+x^2+4$; (4) $y=xz+x^2$; (5) $y=x^2+\frac{1}{x^2}+2$; (6) $y=x(1-x)$.

解析 根据二次函数的定义易判定(1)、(6)是二次函数;(2) $y=x^2-(1+x)x$,整理后,解析式为 $y=-x$,是一次函数;(3) $y=x^4+x^2+4$,它的自变量最高次数不是二次,不是二次函数;(4) $y=xz+x^2$,右边有两个变量,不符合二次函数的定义,不是二次函数;(5) $y=x^2+\frac{1}{x^2}+2$,含有分式,不是二次函数.

答案 (1)、(6)是二次函数.

其中(1)中, $a=1, b=0, c=-2$. (6)中 $a=-1, b=1, c=0$.

【类题突破1】 下列函数一定是二次函数的是 ()

A. $y=ax^2+bx+c$ B. $y=(m+1)x^2-2x$

C. $y=(m^2+1)x^2+5x-2$ D. $y=(1+x)(2-x)+x^2$

答案 C

点拨 A选项中和B选项中,不能保证二次项系数不为零, C选项中 $m^2+1 \neq 0$.

易错提示 在二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中一定不要忽略 $a \neq 0$ 这个条件.

题型② 确定二次函数中字母系数的取值

【例2】 (拔高题)若函数 $y=(a-3)x^{a^2-9a+20}+x+1$ 是二次函数,则 a 的值是 ()

A. 6和3 B. -3 C. 3 D. 6

解析 根据二次函数的定义,要使 $y=(a-3)x^{a^2-9a+20}+x+1$ 是二次函数, a 需满足 $a^2-9a+20=2$,而且还应满足 $a-3 \neq 0$,二者缺一不可,因此 a 满足 $\begin{cases} a-3 \neq 0, \\ a^2-9a+20=2, \end{cases}$ 解得 $a=6$.



第27章

答案 D $1.08-0.8=0.28$, 即下家赚0.28元, 故 $1.08-0.8=0.28$.

【类题突破2】已知函数 $y=(a-2)x^2+(1-a)x$ 是二次函数, 此 a 的取值是

A. $1 > a$ 且 B. 不等于2 C. 大于1 D. 大于2

答案 B

点拨 $a-2 \neq 0, a \neq 2$.

题型③ 列实际问题中的二次函数解析式

【例3】某商店购进一批单价为16元的日用品, 销售一段时间后, 为了获得更多利润, 商店决定提高销售价格, 经试验发现, 若按每件20元的价格销售时, 每月能卖360件. 按每件25元销售时, 每月能卖210件. 假定每月销售的件数 y (件) 是价格 x (元/件) 的一次函数.

(1) 试求 y 与 x 的函数关系式;

(2) 如果以每件 x 元销售时, 每月可获得销售利润 W 元, 试写出 W 与 x 之间的函数关系式. 它是 x 的二次函数吗?

解析 y 是 x 的一次函数 $\rightarrow$ 设 $y=kx+b \rightarrow$ 代入 x, y 值组成方程组 $\rightarrow$ 解方程组确定 k, b 的值.

利润问题 $\begin{cases} \text{相关关系} & \text{单件利润} \times \text{件数} = \text{利润} \\ \text{单件利润} & (x-16) \text{ 元} \\ \text{件数} & y=kx+b \end{cases}$

答案 (1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$.

根据题意, 得 $x=20$ 时, $y=360$; $x=25$ 时, $y=210$, 所以有

$$\begin{cases} 20k+b=360, \\ 25k+b=210. \end{cases} \text{ 解得 } k=-30, b=960.$$

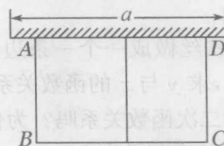
所以 y 与 x 的函数关系式为 $y=-30x+960$.

(2) 设每月的销售利润为 W , 则 $W=y \cdot (x-16)=(-30x+960)(x-16)=-30x^2+1440x-15360$.

所以 W 是 x 的二次函数.

【类题突破3】有长为24 m的篱笆, 如图所示, 一面利用墙(墙的最大可用长度 a 为10 m)围成中间隔有一道篱笆的长方形

花圃, 设花圃的宽 AB 为 x m, 面积为 S m².



(1) 求 S 与 x 的函数关系式; S 是 x 的二次函数吗?

(2) 若要围成面积为45 m²的花圃, 则 AB 的长是多少?

答案 (1) 因为宽 $AB=x$ m, 则 BC 长为 $(24-3x)$ m.

根据题意, 得 $S=x(24-3x)=-3x^2+24x$ ($\frac{14}{3} \leq x < 8$), 显然 S 是 x 的二次函数.

(2) 由题意, 得 $-3x^2+24x=45$, 所以 $x^2-8x+15=0$, 解得 $x_1=3$ (不合题意, 舍去), $x_2=5$, 所以 $AB=5$, 即花圃的宽 AB 为5 m.

点拨 ① x 的取值范围应列不等式, 但求出, 即 $\begin{cases} 24-3x > 0, \\ 24-3x \leq 10. \end{cases}$

② 第(2)题实质上是解一元二次方程.



规律方法总结

1. 由二次函数的定义可知二次函数必须满足三个条件: (1) 函数的解析式是整式; (2) 化简后自变量的最高次数必须是2; (3) 二次项的系数不为0.

在二次函数概念中, 二次项系数 a 不等于零是定义中的一部分, 不能忽视.

2. 几种特殊的二次函数:

当 $a \neq 0, b=c=0$ 时, $y=ax^2$; 当 $a \neq 0, b \neq 0, c=0$ 时, $y=ax^2+bx$; 当 $a \neq 0, b=0, c \neq 0$ 时, $y=ax^2+c$.

3. 当 $a=0, b \neq 0$ 时, $y=ax^2+bx+c$ 是一次函数.

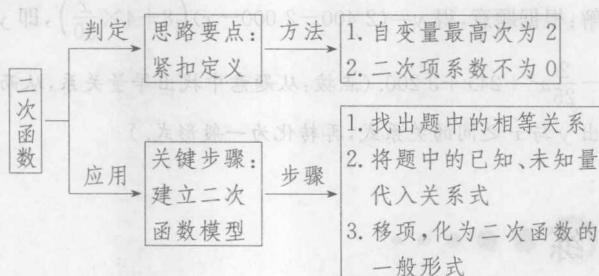
4. 任何一个二次函数都可以化为 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的形式.

第三教案

习题教案

课时同步练习

方法图示



基础训练

知识点1 二次函数的定义

1. 下列函数中, 是二次函数的是

A. $y=2x$

B. $y=\frac{2}{x}$

C. $y=\frac{2}{x^2}$

D. $y=\frac{x^2}{2}$

2. 已知函数 $y=(m+1)x^{m^2-3m-2}$ 是二次函数, 则 m 的值为

A. -1 或 4 B. 1 或 -4 C. 4 D. 3 或 -1

3. 下列函数是二次函数的一般形式的是

A. $y=ax^2+bx+c$

B. $y=ax^2+bx+c(b^2-4ac>0)$

C. $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$

D. $y=ax^2+bx+c(b^2-4ac \geq 0)$

知识点2 (高频考点) 二次函数的应用

4. 下列函数关系中, 可以看作二次函数模型的是

A. 在一定距离内汽车行驶的速度与行驶时间的关系

B. 圆的面积与圆的半径之间的关系

C. 正方形的周长与正方形的边长之间的关系

D. 某国人口自然增长率为1%, 该国人口总数随年份的变化

5. 半径为3的圆, 如果在其内部挖去, 一个边长为 x 的正方形, 则剩余面积 S 与 x 之间的关系式为

A. $S=9\pi-x^2$

B. $S=9\pi+x$

C. $S=9\pi-6x+x^2$

D. $S=9\pi+6\pi x-x^2$

6. 一台机器原价80万元, 如果每年的折旧率为 x , 两年后这台机器的价格为 y 万元, 则 y 与 x 的函数关系式为