【國家古籍整理出版基金資助項目】

天學初函

明 李之藻 編
黃曙輝 點校

器編

（下）

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

【國家古籍整理出版基金資助項目】

明 李之藻 編
黄曙輝 點校

天學初函

器編

（下）

上海交通大學出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

同文算指通編卷七

浙西　李之藻　演

積較和相求開平方諸法第十四

凡平方長濶不等，以長濶相乘爲實積，以長濶相減爲較，以長濶相併爲和。

凡以積和求較者，以和自乘，以積四因，相減，開其餘，得較。

假如直田積八百六十四步長，濶和六十步，求長多濶幾步者，用和自乘，得三千六百。又四因直積，得三千四百五十六。以少減多，餘一百四十四，平方開之，得差一十二步。

右開法，見前不重列，所以和自乘又四因直積者，蓋和自乘有四段，直田積一段差方積，故以四積減和，乃剩下差方一段，以取方面見步。有圖在後。

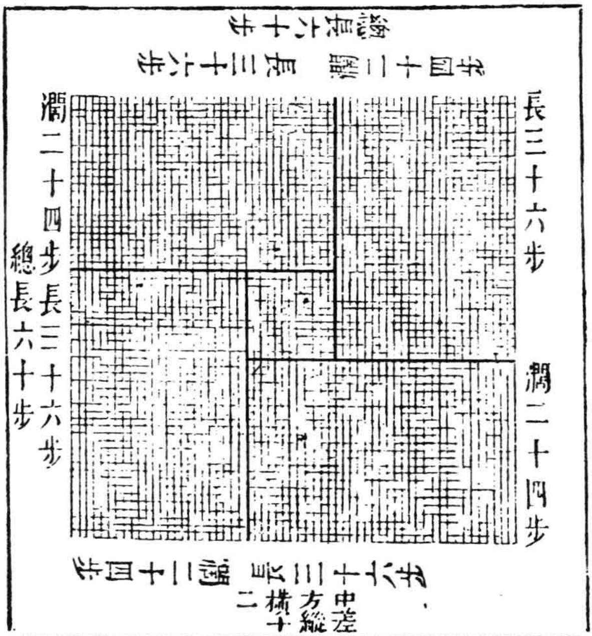
比類。如有金八百六十四兩，數人分之，只云人數與各得銀數共六十，其差幾何？銀數爲濶，人數爲長。得三十六人，每人二十四兩。

凡以積較求和者，四因實積，又以差自乘併入開平方除之得和。

假如直田積八百六十四步，濶不及長一十二步，求長濶和共幾步者。以積步四因得

三千四百五十六以較自乘一百四十四相併三千六百開方得長濶和六十步。長三十六步，濶二十四步。

右四因積有四長四濶，縱橫列之于外，又較自之一段居中，故開方得和。其用和自乘者，得此圖全數，外兼四積、內兼較自乘，故除積得較。



比類：金八百六十四兩，只云錠數不及兩數十二，求錠與兩共若干？兩數爲長，錠數爲濶，得錠與兩共六十。

若夫積與較求濶者，其長之積多於濶。若非加法以帶除其長，當於實積内抽減其長之積，故其法有二：其一以較爲縱方，併縱入方，謂之「帶縱開平方」；其一以較爲減積，以方乘減，謂之「減積開平方」。

積與較求長者，其濶之積少於長。若非益積以補濶，則當損其法之長也。求法有二：其一以較爲負縱，乘上商以添積，謂之「負縱益積開平方」；其一以較爲減縱，而以負縱減方法，謂之「帶減縱開平方」。

積與和求濶者，以和爲縱方，一爲負隅，和併一長一濶，積得一長而少一濶，故用一爲負隅，或益負隅於積，或減負隅於縱，皆可以求其濶也。其益隅於積者，乘負隅爲方法，又乘方法以益積，是爲帶縱益隅開平方。其減隅於縱者，乘負隅以減縱，命餘縱以除實，是爲「帶縱負隅減縱開平方」。

積與和求長者，原積有長濶相乘，而無長自乘。宜損濶以益長，故以和爲縱方，而置一算爲負隅，稍羸其商，以減其縱。用減餘者，以除積而積常不足，則翻以積減縱，而餘爲負積。或再商命隅以減縱，而縱反不足，亦翻，以縱減商，而餘積縱三者，俱

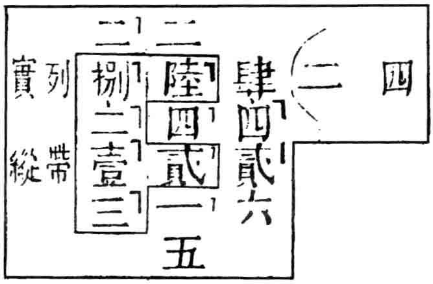
負。乃以負縱約餘負積商，命負隅開之，是爲「帶縱負隅減縱翻法開平方」。右縱方六術，所以通平方之變，而翻法一術又所以通縱方之窮也。此外有積與二濶較及長濶較求濶者，則有所謂「帶縱減積開平方」。有以大小二方和積求徑者，則有所謂「減積帶縱負隅併縱開平方」，有以方圓二徑虛設相同及積，求其實徑者，則有所謂「隅算開平方」。至於匿其積實而虛張長濶和較之數，互求長濶者，則又有所謂「帶縱隅益積開平方」、「帶縱負隅減縱開平方」、「減積帶縱隅益積開平方」、「帶縱負隅減縱益實開平方」、「帶縱廉開平方」、「帶縱廉負隅開平方」、「帶縱方廉開平方」、「帶縱廉負隅乘縱減實開平方」，皆以帶縱諸法錯綜爲用，以御開方。諸積之變神明變化，存乎當機。初不可一途而取，今每則略著數例，以便初學。

帶縱開平方法積較求濶

有勾股積若干，平方開之。第云「勾不及股若干」，用加法帶除其股積，餘爲開方，名「帶縱開平方法」。列實點定開位，亦列所不及爲縱數于下，以首位隨首點下：須于縱上空一横行，以容商除。初商若干，紀格右。亦以商數併縱數列首點下。有小數者，照常退位排之。次第呼乘，以除實數，但所商數須與帶縱相照。若縱數多，則減商數就

之。不盡之數再倍作廉法，然倍方不倍縱，亦併入帶縱商之。

假如有直田積八百六十四步，濶不及長一十二步，求濶幾步。

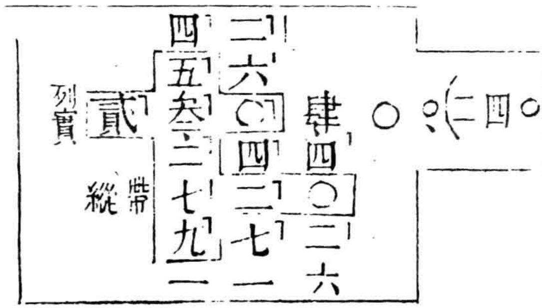


列實定位，以帶縱一二隨首位列之。初商二，紀格右，亦列首點下，以併帶縱一，共三，乃變壹貳註三。相呼，二三除六，三上捌變二，二二除四，貳上陸變二，完首段。餘實二百二十四步。次倍二作四爲廉法，挨退位下，亦列帶縱，以廉四併縱一，其下列五。次商四，紀格右，亦註末位點下，爲隅法，以併隅二下註六，乃相呼除。

先呼五四除二十，進抹二。又呼四六二十四，恰盡，得濶二十四步。

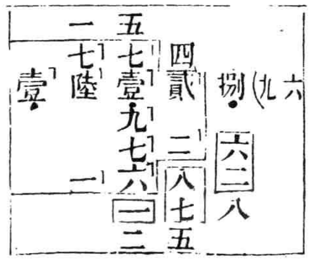
比類：給銀八百六十四兩，只云所得銀之兩比得分人數多一十二兩，求總是幾人，每人各得銀幾兩。銀多爲長，人少爲濶，得銀兩數二十四，人數三十六。

假如二十三萬〇四百爲實，帶縱七百二十。初商可用四數，因有帶縱七，乃減商作二，紀格右，亦紀首點下爲隅，以併帶縱七，共九。乃變二七作九，是爲二九。與右二疊呼除之。二九一十八，九上叁變五，進削貳，本位下削九。次以右二乘二除四，用借法，二上〇變六，進位五變四，本位下削二。次倍二作四爲廉法，列次點之進位〇下。另列帶縱數于廉下，以待商除。次商四，紀格右，亦註次點四下，爲隅法。而以帶縱及廉法併入除之。四七併一十一，廉下變一，進位亦加一。四二併得六，隅下變六乃以右四呼首一，一四除四，一上削四。又以右四呼次一，一四除四，一上六變二。又以右四乘次六，四六二十四，六上除肆，進位除二，恰盡。因尚餘一點，于右加一〇。



右平方二百四十，帶縱共九百六十。

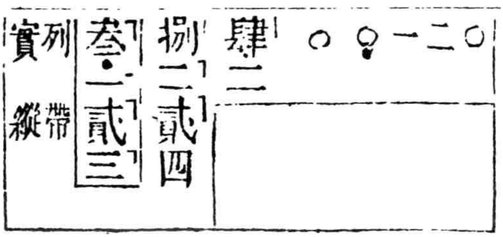
若實數首位寡，而帶縱數多，不能併累開方者，雖點段在首位，亦退一位列商及列帶縱而減一商。



假如列實一萬六千一百廿八，帶縱七十二。點段該將左首位商起，因帶縱是七，即減一商置次點下。初商九，紀格右，亦註次點之下。併帶縱七，共一十六。乃改七九作六，進位置一，爲方法，與商九相呼，一九除九，一上陸變七，進抹一。六九五十四，六上壹變七，進位。七變一。二九一十八二上貳變四，進位七變五，次倍九得一十八，爲廉法。另退一位，置帶縱。再商六紀右，亦註末點下，爲隅法。而併廉法帶縱，呼除如前，得濶九十六，帶縱七十二，共長一百六十八。

其實首數多帶縱數少，可以開除者。仍照所點段位開起。假如列實三萬八千四百，帶縱二百。首位三自爲一段，初商一紀右，亦紀一于首位下，併帶縱二得三。乃以貳變三，與右一相呼，一三如三，徑除叁。次倍一作二爲廉法，以註初商之次位，以併

帶縱得四，註縱下如前。再商二，以紀右，亦以註第二點下，俱與右二相呼。先呼二四如八，徑除捌。又呼二二如四，徑除肆。外尚剩一點，該于格右加〇。



右開方一百二十，縱三百二十。

若點段開位少，而帶縱之位反多，如開位三，點只該百，而帶縱乃至千之類。以初商置首點下，而以帶縱大數進位列之，必首段係二位者，方有此例。

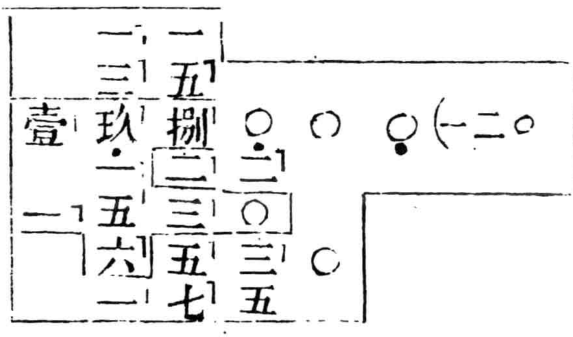
假如列實一十九萬八千，帶縱一千五百三十。只點作三段，其開數止有三位。初商只是百數，而所帶乃踰至千，此其併縱亦須以百隨百，以千進一位。初商一紀右，亦註首點之下。併帶縱五得六，另改註其下。先以右一與縱一呼之，一一除壹。次以右一呼併六，一六如六六，上玖變三。次以右一呼縱三，三上捌變五，完首段。乃倍初商之一作二爲廉法，註初商之次。其帶縱亦于次位列之。列五百于廉下。二五併得七，另註七于下。一千進位。再商二，紀右，亦註次點下，以併三得五，另註五。乃以遞呼。先呼一二如二，一上三變一。再呼二七一十四，七上五變一，進除一。又呼二五得一十，恰盡。外尚餘一點，右加〇。

右開方一百二十，縱一千六百五十。

帶縱併商數有共一十者，進位，照式呼除。第一圖亦有此。

假如列實七萬二千，帶縱四百八十。點在首位。初商一，紀右，亦註點下。併縱四得五，註于下。以呼一五除五，四上柒變二。再呼一八除八，八上貳變四，進位二變一，乃倍初商之一作二，爲廉法，註次位。其下另列帶縱，以二併四得六，註于下。次商二紀右，亦註次點之下，以相呼除。二六除一十二，六上四變二，進削一。商二併縱八得一十，進位，註一，本位註〇，以相呼除，一二除二，恰盡。外餘一點，

加〇于右。

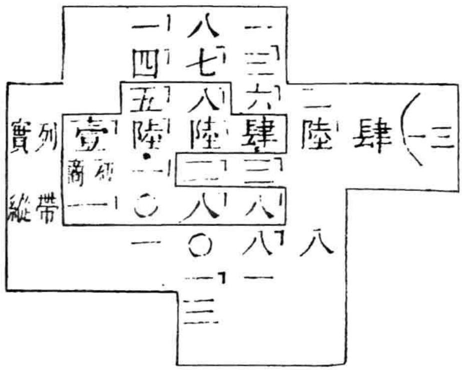


右開方一百二十，縱六百。

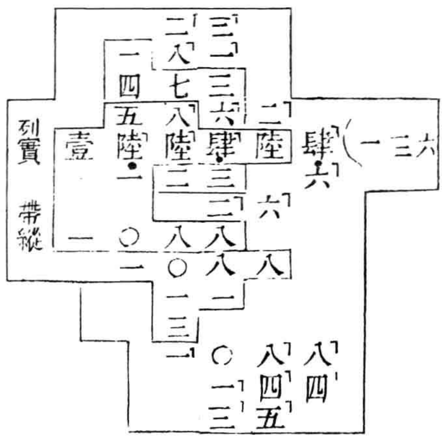
若實數、縱數、商除數俱多，雜糅易淆者，務須先將帶併之數逐一歸併停當，各

註其本位之下，乃以呼除，大抵只據最下一字爲準，則不淆亂。

假如列實一十六萬六千四百六十四，帶縱一千〇八十八。先點定該開三位。訖，其帶縱低二行列之，以便填商。置初商于第二位點下，以帶縱之千進一位，列之。初商是百，故帶縱之千進位，與前法同。初商一併入爲一千一百八十八。以初商一紀右相呼。首位呼一一如一，以削壹。次位呼一一如一，一上陸變五。三位呼一八如八，八上陸變八，進位五變四，四位呼一八如八，八上肆變六，進位八變七，畢一段。以上甚簡。倍初商之一作二爲廉法，註次位下。另列帶縱數。併得一千二百八十八。次商三紀右，亦註次點下。併入。以商三併縱八得一十一，註一于八下，又註一于進位廉二之下，以商。縱一併廉二得三，另註三于廉二之下。併畢，其併註數多，認定最下字爲主，以與右相呼。首位呼一三如三，一上四變一。次位呼三三如九，三上七變八，進削一。第三位呼一三如三，一上六變三。第四位呼三八上陸變二，進位三變一，畢二段。以上除過一十五萬八千三百四十，餘實八千一百二十四，未盡。



又倍前商之一三作二六，爲廉法。空末位之點以待隅法，而以六註二下右第三位，以二註二下右第三位。另列帶縱數以相併。乃以廉六併縱八共一十四，系四于八下。一進位，又以一併廉二共得三，系于其下。乃商六，紀右，亦註末位下。又以併縱八共一十四，註四于末位下，一進位四下，改作五。併訖，以最下字與右相呼，一六除六，一上八變二。三六一十八，三上一變三，進除二。五六三十，進除三。四六二十四，除恰盡。



右開方一百三十六，縱一千二百二十四。

減積開平方法積較求闊

勾股積若干，勾不及股。亦有減積法，減積者，於實内減股之積，以就其方也。列實定位。另列不足數爲減積，以商乘減積，以所乘出之數列原積下，對減。視餘實若干，以所商依法除之。有未盡者，倍方爲廉，約得再商，別置爲隅，亦乘減積以減餘

實，乃併廉隅除之。

假如直田八百六十四步，濶不及長一十二步，求濶幾何。列實點位如前。另列不及一十二爲減積，以初商乘之。初商可用三，因有乘數故約用二，紀右，亦註首位下，以乘減積，得二十四。隨位列之相對減，原積二上捌變六，四上陸變二，餘實六百二十四。乃以方法呼除，二二除四，二上六變二，餘實二百二十四。次倍二作四爲廉法，註退位。再商得四，紀右，亦紀末位爲隅法。以乘減積得四十八，亦相對減，餘實四上二變八，進位二變一。八上肆變六，進位八變七，乃以方廉呼除，四四除十六，四上七變一，進削一。又以方隅呼除，四四除一十六，恰盡，得濶二十四步。