电磁波

S. A. 謝昆諾夫 著
廖 世 靜 譯

人民邮电出版社

电　磁　波

S. A. 謝昆諾夫著
廖世靜譯

人民邮电出版社

原　序

自 1929 以后，电磁理論的实际应用蔚然繁兴，亟需求得处理此类問題的新途徑。过去那种將每一边界值問題視为一新問題而每次独立求解的方法，因为不能調和各种不同結果，人們認为太重复而又費力，已經予以摒棄。为了求得統一、簡單、紧凑和物理解釋，一維波的理論概念被扩充到三維波，电磁場理論不再認为是与电路理論和傳輸綫理論互不相关了。

所有实际的場都是三維的；但在某些場合中可能其中兩个或甚至三个維都不重要；于是这些維可能被“积分掉”而“隐去了”；去掉兩个維的問題屬于“傳輸綫理論”，去掉三个維的問題屬于“網絡理論”。这种消除一部分或全部維数的情况类似力学中“消去坐标”的方法；这样作可能包含近似因素在內，也可能沒有采用任何近似。假如認为电路理論和傳輸綫理論都是近似的，只有場理論才正确，那就是錯誤的。假如一維問題的解能用一般的量表达出来，所得結論就可以反复应用到更一般的問題求解中去。

这种見解导致对波动現象进一步的了解；节省时間与精力；便于数学家建立对新問題直接求解的方法。广泛采用这种观点可使电磁理論的一大部分被表达成易为粗具工程知識的人們所理解的形式。

常常接触隔离傳輸系統的古典物理学者仅着重于一个关于波的概念，就是傳播速度或者較一般些的傳播常数的概念。可是通信工程师們要处理成“串”的这种系統，因而他們一直就不得不抱着更一般的态度引入第二个关于波的概念，就是阻抗的概念。物理学者集中注意于某一个具体的波，例如一个力波、或速度波、或位移波。他的开头的微分方程組可能是一阶的，且是同时包含力和速度的，但照例他消去其中的一个变数，得到另一个的二阶微分方程式，並称此为“波动方程”。于是他失去了力波与速度波彼此的独立性，不重視虽然波的傳播速度相同而兩种波在不同媒体中可能还存在的区別。正相反，工程师們用原

来的"波动方程对"来进行思考，时时記着力波与速度波彼此的独立性。在这本書里我用通信工程师們的这种态度系統的發展"場理論"。

假如要把电磁学近代理論写成四冊理想的書，那么第一冊將是一般的而不是詳尽的概論，着重比較初淺的論題。第二冊將專門討論沒有空間电荷的無源媒質中的电磁波。在这一冊中仅發电机为預給的数据，或者表現为切于"發电机区域"边界的电場强度或者表現为此区域內的給定电流。再一冊是"机电換能器"，論及机械力与电力間的相互作用。最后一冊"空間电荷波"將專論眞空管內現象。本書內容仅限于符合上列第二冊內容为宜的材料。

本書希望作为教科書同时也可作參考書。实际工作的工程师們可从本書取得关于輻射、电波傳播、波导与諧振器的基本理論啟示。从事理論探討的人可从本書發現許多值得作为深入探討起点的方程。

第一章与第三章介紹向量分析和特殊函数，例如貝塞尔函数、勒讓德函数，供作簡便查考。这兩章是很簡括的，因为我們只須要讀者熟悉向量的有关术語，而且多半只要讀者熟悉这些特殊函数的初步性質。第二章述及复变函数在振盪与波动理論中的应用，第四章复習一些基本概念和方程。第五章述及初步电路理論，在本章里电磁波的三維性被抑除了，所有討論都以电阻、电感和电容为参数。第六章述及自由空間里、导綫上、和波导內波的某些一般性質。本章最后数节中述及靜电学和靜磁学，但以波动理論所需为限。第七章詳尽的叙述一維波理論。第八章討論在自由空間里和波导中最簡單的几种波。第十章包括对这些波作更一般的、更系統的討論。第九章專論給定电流分佈發出的輻射以及天綫、天綫陣和电角的方向性。第十一章介紹最近的天綫理論。最后第十二章論及波导中某些阻抗突变。

本書材料足供每週六小时課程用。本書各章次序最适于通信工程和微波傳輸的学生。無綫电工程师讀者，在讀完第八章头四节之后可以接着讀第九章；对于学物理或应用数学的讀者，讀完这四节之后可以直接就讀第十章。假如教課比較少，教員可以挑选适合学生需要的章节。

作　者

目　录

第五章　阻抗器、换能器和網絡

第六章　有关波动的一般理論

第七章　傳輸理論 ………… 194

第八章 各种波、波导和諧振器(上) …… 250

第九章　輻射和繞射

第十章　各种波、波导和諧振器(下)

第十一章 天綫理論

第十二章 阻抗概念 …… 497

第一章　向量和坐标系統

1.1 向量

向量是例如速度、力、电場强度等这一类量的通称。它可以用圖解表示为有指向的綫段 PQ（圖 1.1），其長度与此向量的大小成比例。

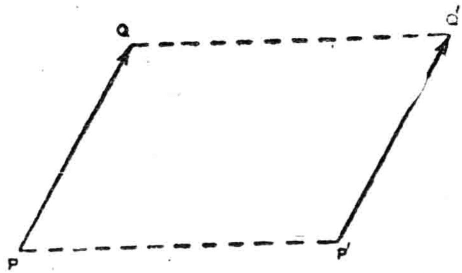

圖 1.1　相等向量

兩个平行的向量 PQ 及 $P'Q'$ 如長度和指向均相同就認为是相等的。

向量相加求和的方法与其他量不同。兩个向量相加的和等于以这兩个向量为鄰边的平行四边形的对角綫（圖 1.2），即*

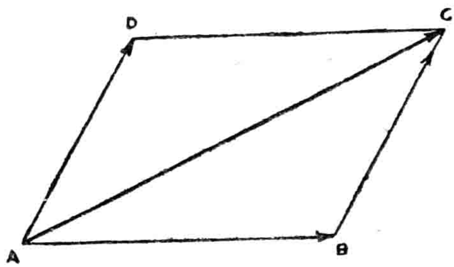

圖 1.2　兩个向量相加

* 本書中对向量將不加特別的标志，假如从上下文可以分辨清楚的話；否則就在表示向量的字母頂上加一小横。

$$AB + AD = AC.$$

兩个以上的向量相加时，以第一个向量箭头端点作为第二个向量的起点，把所有向量串联起来，然后从第一个向量的起点到最末一个向量的箭头端点划一向量，就是向量的总和（圖 1.3）。

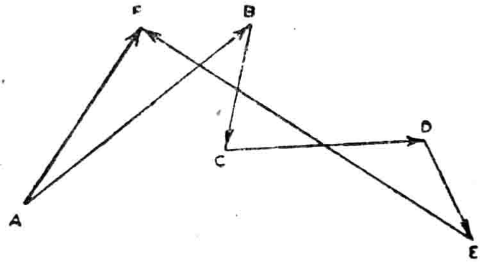

圖 1.3　几个向量相加

按照定义有

$$AB + BA = 0，\text{或 } BA = -AB,$$

所以向量的相减实質上与相加相同；因此（見圖 1.4）

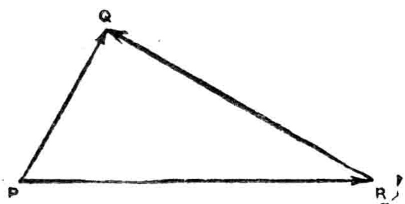

圖 1.4　向量相減

$$PQ - PR = PQ + RP = RQ.$$

可見有共同起点的兩个向量的差就是將第二个向量終点連接到第一个向量起点的向量。

兩个向量的無向积定义为它們的長度值相乘再乘以它們的夾角的余弦；写成

$$A \cdot B = (A, B) = ab\cos\psi.$$

兩个單位向量的無向积等于兩者之間的夾角的余弦。当兩个向量的無

向积等于零时，兩者便是直交。無向积的运算服从交换律和分配律，

$$A\cdot B=B\cdot A,\ (A+B)\cdot C=A\cdot C+B\cdot C.$$

向量在給定的單位向量方向上的分量等于它們兩者的無向积，即这个向量在單位向量上的投影。 从点 $P\ (x_1, y_1, z_1)$ 到点 $Q\ (x_2, y_2, z_2)$ 的向量的**指向分量**，沿坐标軸的正方向取，是差 x_2-x_1、y_2-y_1、和 z_2-z_1。如 l 是这向量的長度，同时 α、β、γ 是它与坐标軸的交角，則

$$PQ_x=x_2-x_1=l\cos\alpha,$$

$$PQ_y=y_2-y_1=l\cos\beta,$$

$$PQ_z=z_2-z_1=l\cos\gamma.$$

任意兩个向量的無向积可以表成它們的相应指向分量的乘积的和，即

$$A'\cdot A''=A'_xA''_x+A'_yA''_y+A'_zA''_z.$$

因此，兩个向量之間的夾角的余弦等于它們的相应指向余弦乘积之和，即

$$\cos\psi=\cos\alpha'_x\cos\alpha''_x+\cos\alpha'_y\cos\alpha''_y+\cos\alpha'_z\cos\alpha''_z.$$

向量 A 和 B 的**有向积** $A\times B$ 或 $[A, B]$ 是一个向量；它同时垂直于 A 和 B；它的指向是右旋螺釘的前进方向，假如这螺釘的旋向是从 A 經过較小的夾角到 B（圖 1.5）的話；它的長度等于 A 与 B 的長度值相乘再乘以 A 与 B 間的夾角的正弦，也就是以 A 和 B 为鄰边的平行四边形的面积。有向积具有下式所示性質：

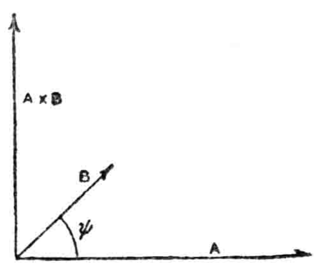

圖 1.5　有向积

$$A\times B=-B\times A,\ (A+B)\times C=A\times C+B\times C.$$

有向积的各分量与它的構成向量的各分量之間有下列关系式：

$$(A'\times A'')_x=A'_yA''_z-A'_zA''_y,$$

$$(A'\times A'')_y=A'_zA''_x-A'_xA''_z,$$

$$(A'\times A'')_z=A'_xA''_y-A'_yA''_x.$$

1.2 点的函数

点的函数或**点函数**是一个函数 $f(x,y,z)$，其值仅随空間中点的位置而变。使点函数值相同的点的軌跡称为**等位面**或**等值面**；在兩維場合中称为**等位綫**或**等值綫**。有些等位面具有特别名称，例如等势面、等温面和等压面。圖 1.6 表示利用等值綫構成一个兩維点函数的圖解法，其中实綫是 $u=\log\rho_1/\rho_2$ 的等值綫，ρ_1 与 ρ_2 为到兩个定点的距

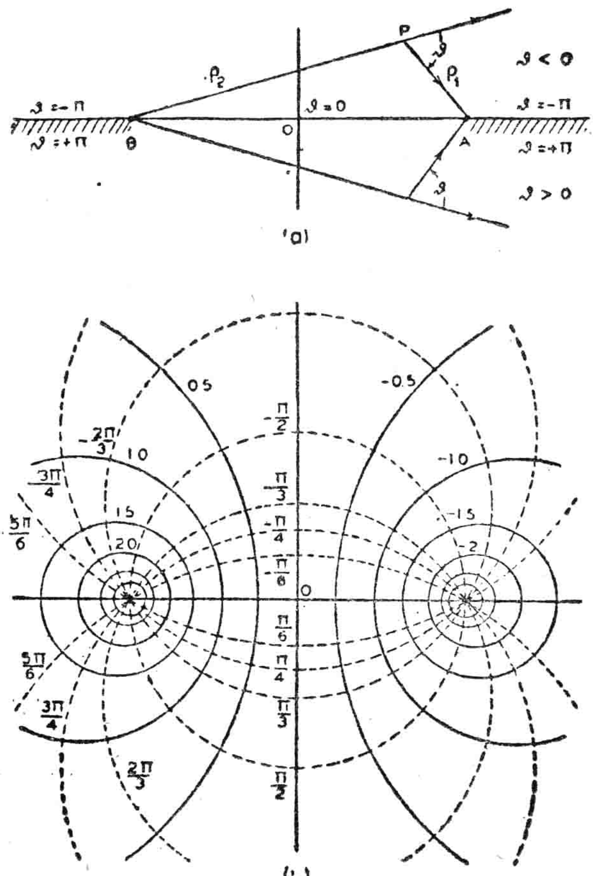

圖 1.6 兩族等值綫

离，而虚綫是圖 1.6 (a) 所示 BP 和 PA 間夾角 ϑ 的等值綫。

点函数的变动率不但有賴于点的位置，还依賴于該点变动路徑的方向。如以 ΔV 表示点函数 $V(x,y)$ 从点 $A(x,y)$ 到点 $B(x+\Delta x, y+\Delta y)$ 的变动值，並以 ΔS 表示距离 AB (圖 1.7)，則比值 $\frac{\Delta V}{\Delta S}$ 便是 $V(x,y)$ 沿 AB 方向的**平均变动率**。当点不离开 AB 綫而趋近于 A 时这个比值的極限值称为 $V(x,y)$ 沿 AB 方向的**定向导数**。这个导数記为 $\frac{\partial V}{\partial s}$。偏导数 $\frac{\partial V}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial V}{\partial y}$ 就是沿坐标軸的定向导数。

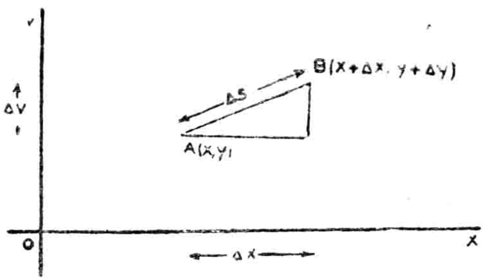

圖 1.7 表示定向增量

最大变动率出現在通过 A 点的等位綫的法綫方向上 (圖 1.8)。V 的**梯度**的定义为沿这个法綫方向的下列向量:

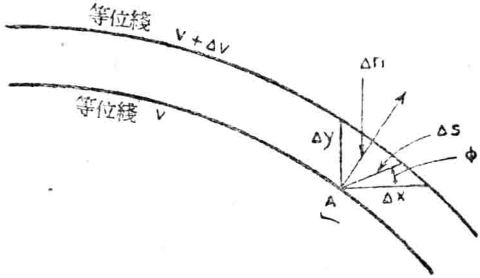

圖 1.8 表示梯度

$$\operatorname{grad} V = \frac{\partial V}{\partial n}\bar{n},$$

其中 $\bar{n}$ 是与等位綫正交的單位向量。就無限小的曲綫三角形說，有

$$\Delta n=(\Delta s)\cos\psi,$$

于是
$$\frac{\partial V}{\partial n}\cos\psi=\frac{\partial V}{\partial s}. \tag{2-1}$$

所以点函数的定向导数等于它的梯度在这方向上的分量。

上述方程式自然适用于三維空間的点函数。設 α, β, γ 是过点 A 的等位面的法綫与三个坐标軸的交角，于是按（1）有

$$\frac{\partial V}{\partial x}=\frac{\partial V}{\partial n}\cos\alpha, \frac{\partial V}{\partial y}=\frac{\partial V}{\partial n}\cos\beta, \frac{\partial V}{\partial z}=\frac{\partial V}{\partial n}\cos\gamma, \tag{2-2}$$

其中偏导数是梯度的指向分量，因而

$$\frac{\partial V}{\partial n}=\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}.$$

法向导数的另一表达式可从方程組（2）分别乘以 $\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 然后相加得到，即

$$\frac{\partial V}{\partial n}=\frac{\partial V}{\partial x}\cos\alpha+\frac{\partial V}{\partial y}\cos\beta+\frac{\partial V}{\partial z}\cos\gamma.$$

这个方程式可以直接写出，只要我們想到梯度等于它的各个分量在它本身上的投影之和。

复数点函数是这样一个函数，它的实部和虛部都是点函数，即

$$V(x,y,z)=V_1(x,y,z)+iV_2(x,y,z).$$

我們不能說复数点函数的等位面，因为它的实部有一族等位面，它的虛部又有一族等位面，它的絕对値也有一族等位面，还有其他等等。复数点函数有相同相角的点的軌跡

$$\psi=\tan^{-1}\frac{V_2(x,y,z)}{V_1(x,y,z)}$$

称为**等相（位角）面**，在划分平面波、柱面波、和球面波时要用到等相面。复数点函数的梯度的定义是一个复数向量，其各个分量是这函数的各个偏函数。

有向点函数是一个向量，它的指向分量是普通的点函数。

1.3 散度

一向量 $F(x,y,z)$ 通过面 S 的通量的定义为面积分

$$\Phi=\iint F_n\,dS,$$

其中 F_n 是正交于积分面的分量。向量通过單連通封閉曲面 S 的外出通量除以 S 面所包的体积 v 所得的值称为 F 的**平均散度**。当封閉面 S 收縮成一个点时，平均散度的極限值称为 $\boldsymbol{F}$ **在該点上的散度**，写成

$$\operatorname{div} F=\lim\frac{\iint F_n\,dS}{v},\ \text{当}\ S\to 0.$$

把封閉面 S 所包的体积 v 划分为許多小細胞体积元，我們可以观察到：越过 S 面的 F 的总通量等于越过各个小細胞体积分界面的通量之和，相鄰兩細胞公共分界部分上的通量对于总通量沒有影响。由于通过每一个細胞体积分界面的通量是 $\operatorname{div} F\,dv$，我們得到

$$\iint F_n\,dS=\iiint \operatorname{div} F\,dv. \tag{3-1}$$

面散度可以比照体积散度来下定义，即

$$\operatorname{div}' F=\lim\frac{\int F_n\,ds}{S},\ \text{当}\ s\to 0,$$

其中 s 是面 S 的分界綫。至于綫散度，就是寻常的导数。

1.4 綫积分、循环量和旋度

向量 F 沿路徑 AB（圖 1.9）的**綫积分**的定义为这向量的切綫分量 F_s 的积分$\int_{(AB)} F_s\,ds$。假如 F 代表力，这个綫积分就表示力 F 在沿着 AB 运动的質点上所做的功。假如路徑曲綫是閉合的，这个积分便称为**循环量**。調整無限小閉合环的方位使沿着它的循环量为最大，此时环上單位面积的循环量称为 F 的**旋度** $\operatorname{curl} F$，它是一个向量，垂直于环所在的平面。旋度与循环量的正指向的关系如圖 1.10 所示。

設由簡單閉合曲綫圈定一曲面 S。將此曲面分为許多小面积元，

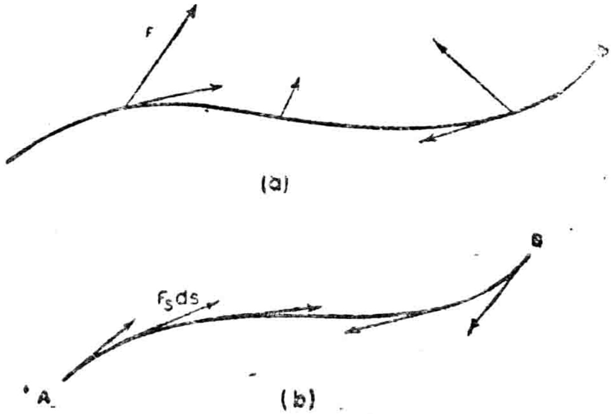

圖 1.9　說明綫积分

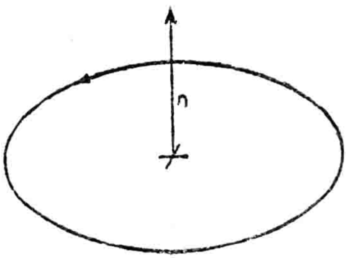

圖 1.10　F 的旋度和 F 的循环量正指向間的关系

我們可以观察到：沿着面 S 的边界綫所取 F 的循环量等于沿着各小面积元边界所取循环量之和，因为相鄰兩面积元公共边界部分对于总循环量的貢献互相抵消。由于沿着每一面积元分界綫的循环量是 $\mathrm{curl}_n F\,dS$，我們得到

$$\int F_s\,ds = \iint \mathrm{curl}_n F\,dS. \tag{4-1}$$

1.5 坐标系統

实用中常用的坐标系統有**直角坐标、柱面坐标和球面坐标**；空間中一点 P 在这些坐标系中分别用 (x,y,z)、(ρ,φ,z) 和 (r,θ,φ) 表示。这些坐标的意义可从圖 1.11 上看出；x, y, z 是到三个互成垂直的平面的距离；ρ 是到 z 軸的距离；r 是到原点的距离；"極角" θ 是半徑 r 与 z 軸間的夾角；"經度" φ 是 xz 平面与由 z 軸和 P 点所定平面間的夾角。

在一般坐标系中，点 $P(u,v,w)$ 是由三个面