

睦双祥

小学数学巧解

100例



江苏少年儿童出版社

小学数学巧解100例

睦 双 祥



江苏少年儿童出版社

开 头 的 话

同学们,你喜爱数学吗?你曾为解答出一道数学题而高兴过吗?你有没有发现过又快又好的巧妙解法?你有没有为此而感到过其乐无穷、兴趣盎然?

是的,学习数学不仅要长知识,而且要长智慧。在学习数学的,不但要学会算题解题,还要学会巧算妙解,掌握最佳的思考、解题方法。有一位著名数学家曾说过:“数学的目的,总是要获得最优美、最巧妙的解法,而不仅仅是获得任何一种。”

在这本书里,我向你介绍100种巧妙解法。我想,你一定会高兴的。你可以边看边思考,每种巧妙解法究竟有什么奥妙?你也可以边看边试,看看你能学会这些巧妙解法吗?你还可以想一想,有没有更巧妙的解法。如果你能认真地看完全书,那么,你不但可以学到巧妙的解法,还可以培养创造精神,使自己变得更加聪明起来。这正是我编写这本书的主要目的。

亲爱的小读者,祝你聪明!祝你成才!祝你有所发现、有所发明!

胥双祥

一九八六年九月

小学数学巧解 100例

胥双祥

江苏少年儿童出版社出版发行

江苏省新华书店经销

江苏新华印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/32 印张 3.5 字数 77,000

1989年7月第1版 1991年4月第8次印刷

ISBN 7—5346—0069—3

G·24

定价: 1.05元

责任编辑 徐敬东

凡遇印装问题, 均向承印厂调换。

目 录

1. 巧算两位数减法	1
2. 巧用数的分解算加法	1
3. 巧算连续数的和	2
4. 巧算连续奇数的和	3
5. 巧算连续偶数的和	4
6. 巧算加减混合运算	4
7. 两位数乘法巧妙算法	5
8. 巧算带“5”的两位数乘法	6
9. 巧算十几乘以十几或几十一乘以几十一	7
10. “去1添补”巧算乘法	8
11. 爱因斯坦的妙算	9
12. 一位数除法巧试商(一)	10
13. 一位数除法巧试商(二)	11
14. “以减代除”巧算法	12
15. “以乘代除”巧算法	13
16. 试商的妙法(一)	14
17. 试商的妙法(二)	15
18. 巧算小数乘法	17
19. 巧用“消倍法”判断	18
20. 巧用排列对换法	19
21. 巧求最小公倍数	20
22. 巧找答案	21

23. 巧用交叉相乘比较分数大小	22
24. 巧用“1”比较分数大小	23
25. 巧用“ $\frac{1}{2}$ ”比较分数大小	24
26. 巧算分数加减法	25
27. 数形结合巧解题	26
28. “二折一”巧算分数加法	28
29. “个数折半”巧算分数加法(一)	28
30. “个数折半”巧算分数加法(二)	30
31. “个数折半”巧算分数加法(三)	31
32. 巧算带分数减法	32
33. 巧算带分数加减法	33
34. “以乘代加”巧算带分数加法	35
35. “以加代乘”巧算带分数乘法	36
36. 巧算带分数除法	37
37. 巧用繁分数计算	38
38. 巧化简比	39
39. 组比例式的妙法	40
40. 巧算连续数平方和	41
41. 巧算连续数平方差	42
42. 巧用倍比解题	43
43. “移多补少”巧求平均数	44
44. 巧算平均数	45
45. 巧解两次归一题	46
46. 巧用分数推想解题	47
47. 巧用分数除法思路解题(一)	48
48. 巧用分数除法思路解题(二)	49

49. 巧用分数除法思路解题(三).....	50
50. 巧用分数思路解题.....	50
51. 巧解分数应用题.....	52
52. 巧用线段图解题.....	53
53. 巧用整体“1”解题(一)	54
54. 巧用整体“1”解题(二)	55
55. 巧用分数解比例题.....	56
56. 巧用“百分数”解题.....	57
57. 巧用倍数解百分数应用题.....	58
58. 巧用比例解百分数应用题.....	59
59. 巧用“归一”解百分数应用题.....	60
60. 巧用包含思维解题.....	61
61. 巧用转换解题.....	62
62. 巧解行程问题.....	63
63. 巧解复杂工程问题.....	64
64. 巧用“工程问题”解题.....	65
65. 巧解工程问题.....	66
66. 巧裁三角巾.....	67
67. 巧用按比例分配解题.....	68
68. 巧用比例解分数题(一).....	69
69. 巧用比例解分数题(二).....	70
70. 巧用整数方法解按比例分配题.....	71
71. 巧换角度解题.....	72
72. 巧用“消元法”解题.....	73
73. 巧用“假设”解题.....	74
74. 巧用“比较法”解题.....	75

75. 巧用“分组法”解题	76
76. 巧用“倒推法”解题	77
77. 巧用“倒数法”解题	78
78. 巧用推想解题	79
79. 巧解年龄问题	80
80. “压缩思维”巧解题	81
81. “直觉思维”巧解题	82
82. 巧算周长	83
83. 巧算图形面积的倍数	85
84. 巧用辅助线解题	85
85. 巧用直径算面积	87
86. 妙算 π 乘以几	88
87. π 计算的妙用(一)	89
88. π 计算的妙用(二)	90
89. 巧解“摆木箱”问题	91
90. 巧算“花瓶”面积	92
91. 巧算圆柱体表面积	93
92. 巧解粮囤体积	95
93. 巧算不规则物体的体积	96
94. 巧用百分数算面积(一)	96
95. 巧用百分数算面积(二)	98
96. 巧求圆内菱形边长	99
97. 巧解缺条件的几何题	100
98. 巧用比解几何题	102
99. 巧画长方体和正方体	103
100. 巧解选择题	104

1. 巧算两位数减法

$$(1) 73 - 37$$

$$(2) 85 - 58$$

【一般解法】

$$(1) 73 - 37 = 36$$

$$(2) 85 - 58 = 27$$

$$\begin{array}{r} 73 \\ - 37 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 85 \\ - 58 \\ \hline 27 \end{array}$$

【巧妙解法】 这些题的特点是：相减的两个两位数的个位和十位上的数字的位置恰巧交换了一下。我们要计算这样的两数相减，只要先用被减数十位上的数减去个位上的数，所得的差再乘以9就行了。

$$(1) 73 - 37 = (7 - 3) \times 9 = 36$$

$$(2) 85 - 58 = (8 - 5) \times 9 = 27$$

【试试看】

$$43 - 34$$

$$65 - 56$$

$$87 - 78$$

$$92 - 29$$

$$74 - 47$$

$$53 - 35$$

2. 巧用数的分解算加法

$$(1) 9 + 99 + 999 + 3$$

$$(2) 9.99 + 1.11$$

【一般解法】

$$(1) 9 + 99 + 999 + 3 = 108 + 999 + 3 \\ = 1107 + 3 = 1110$$

$$(2) 9.99 + 1.11 = 11.1$$

$$\begin{array}{r} 9.99 \\ + 1.11 \\ \hline 11.10 \end{array}$$

【巧妙解法】 把加数分解成几个数的和，然后分别相加。

$$(1) 9 + 99 + 999 + 3 \\ = (9 + 1) + (99 + 1) + (999 + 1) \\ = 10 + 100 + 1000 = 1110$$

$$(2) 9.99 + 1.11 = (9 + 1) + (0.9 + 0.1) + (0.09 + 0.01) \\ = 10 + 1 + 0.1 = 11.1$$

【试试看】

$$8 + 88 + 888 + 6$$

$$8.88 + 2.22$$

$$99.9 + 11.1$$

$$7.83 + 3.27$$

3. 巧算连续数的和

$$12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$$

【一般解法】 逐一连加，得到结果。(略)

【巧妙解法】 几个连续数相加，我们把首项和末项相加，然后除以 2，再乘以项数，就可得到和。

$$12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$$

$$= (12 + 20) \div 2 \times 9 = 16 \times 9 = 144$$

$\vdots$
 $\vdots$
 $\vdots$
 首项 末项 项数

如果项数是奇数(单数), 也可以直接用中间项乘以项数, 得到和。

$$12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20$$

$$= 16 \times 9 = 144$$

$\vdots$

中间项

【试试看】

(1) $15 + 16 + 17 + 18 + 19 + 20 + 21$

(2) $36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41$

4. 巧算连续奇数的和

(1) $1 + 3 + 5 + 7$

(2) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$

【一般解法】 逐一相加, 得到结果。(略)

【巧妙解法】 求从1开始的几个连续奇数的和, 用这些奇数的个数自乘, 就得到结果。

(1) $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \times 4 = 16$ (奇数个数是4)

(2) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$

$= 8 \times 8 = 64$ (奇数个数是8)

【试试看】

$$(1) 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31+33+35+37+39+41+43+45+47+49+51+53+55+57+59+61+63+65+67+69+71+73+75+77+79+81+83+85+87+89+91+93+95+97+99$$

$$(2) 1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29+31+33+35+37+39+41+43+45+47+49+51+53+55+57+59+61+63+65+67+69+71+73+75+77+79+81+83+85+87+89+91+93+95+97+99$$

5. 巧算连续偶数的和

$$(1) 2+4+6+8$$

$$(2) 2+4+6+8+10+12$$

【一般解法】 逐一相加，得出结果。(略)

【巧妙解法】 求从2开始的几个连续偶数的和，用这些偶数的个数乘以个数加1的和，就得到结果。

$$(1) 2+4+6+8$$

$$= 4 \times (4+1) = 20 \quad (\text{偶数个数是 } 4)$$

$$(2) 2+4+6+8+10+12$$

$$= 6 \times (6+1) = 42 \quad (\text{偶数个数是 } 6)$$

【试试看】

$$(1) 2+4+6+8+10+12+14$$

$$(2) 2+4+6+8+10+12+14+16+18+20$$

6. 巧算加减混合运算

$$(1) 149-58+47$$

$$(2) 29.75+5.86-7.87$$

【一般解法】 按顺序从左向右计算。

$$(1) 149-58+47=91+47=138$$

$$(2) 29.75 + 5.86 - 7.87 = 35.61 - 7.87 = 27.74$$

【巧妙解法】 根据后面两数的差来考虑。

$$(1) 149 - 58 + 47 = 149 - 11 = 138 \quad (\text{减去} 58, \text{再加上} 47, \text{等于减} 11)$$

$$(2) 29.75 + 5.86 - 7.87 = 29.75 - 2.01 = 27.74$$

【试试看】

$$19.7 + 3.8 - 4.9$$

$$738 - 534 + 432$$

$$6\frac{4}{9} + 12\frac{5}{7} - 8\frac{4}{9}$$

7. 两位数乘法巧妙算法

$$(1) 47 \times 36$$

$$(2) 54 \times 28$$

【一般解法】

$$(1) 47 \times 36 = 1692 \quad (2) 54 \times 28 = 1512$$

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 36 \\ \hline 282 \\ 141 \\ \hline 1692 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times 28 \\ \hline 432 \\ 108 \\ \hline 1512 \end{array}$$

【巧妙解法】 用被乘数个位与乘数十位的积加上被乘数十位与乘数个位的积，得出的和扩大10倍，写在中间；然后，两数首位积(整十数)与两数末位积写两边，三积相加得结果。

$$(1) 47 \times 36 = \underbrace{40 \times 30}_{\text{整十数}} + \underbrace{(7 \times 3 + 4 \times 6) \times 10}_{\text{中间}} + \underbrace{7 \times 6}_{\text{末位数}}$$

$$= 1200 + 450 + 42 = 1692$$

$$(2) 54 \times 28 = 50 \times 20 + (4 \times 2 + 5 \times 8) \times 10 + 4 \times 8$$

$$= 1000 + 480 + 32 = 1512$$

【试试看】

$$53 \times 76$$

$$34 \times 58$$

$$72 \times 36$$

$$84 \times 35$$

$$76 \times 63$$

$$49 \times 28$$

8. 巧算带“5”的两位数乘法

$$(1) 15 \times 15$$

$$(2) 65 \times 65$$

【一般解法】

$$(1) 15 \times 15 = 225$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ \times 15 \\ \hline 75 \\ 15 \\ \hline 225 \end{array}$$

$$(2) 65 \times 65 = 4225$$

$$\begin{array}{r} 65 \\ \times 65 \\ \hline 325 \\ 390 \\ \hline 4225 \end{array}$$

【巧妙解法】 十位上的数相同，个位上的数都是5的两个数相乘，它们积的末两位总是25，首位是乘数十位上的数乘以比它大1的数。

$$(1) 15 \times 15 = 225$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 1 \times 2(1+1) \end{array}$$

$$(2) 65 \times 65 = 4225$$

$$\downarrow$$

$$6 \times 7(6+1)$$

(说明：这两个数相乘实际是一个末位是5的两位数的平方，即 $15 \times 15 = 15^2$ 、 $65 \times 65 = 65^2$ 。所以，如果是求个位为5的两位数平方，也可以用这个方法。)

【试试看】

$$75 \times 75$$

$$95 \times 95$$

$$35 \times 35$$

$$25^2$$

$$35^2$$

$$45^2$$

9. 巧算十几乘以十几或 几十一乘以几十一

$$(1) 12 \times 14$$

$$(2) 31 \times 21$$

【一般解法】

$$(1) 12 \times 14 = 168$$

$$(2) 31 \times 21 = 651$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 14 \\ \hline 48 \\ 120 \\ \hline 168 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ \times 21 \\ \hline 31 \\ 620 \\ \hline 651 \end{array}$$

【巧妙解法】 十几乘以十几或几十一乘以几十一时，用两乘数的十位数字相乘，得到的结果写在乘积的百位上；用两乘数中不同的两个数字相加，得到的结果写在乘积的十位上；再把个位数字相乘的结果写在个位上，就得到结果。

$$\begin{array}{rcc}
 & \text{百位} & \text{十位} & \text{个位} \\
 (1) \quad 12 \times 14 & = (1 \times 1) & (2 + 4) & (2 \times 4) \\
 & = & 1 & 6 \quad 8
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcc}
 (2) \quad 31 \times 21 & = (3 \times 2) & (3 + 2) & (1 \times 1) \\
 & = & 6 & 5 \quad 1
 \end{array}$$

注意：每次的结果如果满十或几十，就要向前一位进几。例如：

$$\begin{array}{rcc}
 & \text{百位} & \text{十位} & \text{个位} \\
 (1) \quad 18 \times 12 & = (1 \times 1) & (8 + 2) & (8 \times 2) \\
 & = & 2 & 1 \quad 6
 \end{array}$$

(个位 8×2 向十位进 1，十位 $(8 + 2)$ 向百位进 1)

$$\begin{array}{rcc}
 (2) \quad 31 \times 91 & = (3 \times 9) & (3 + 9) & (1 \times 1) \\
 & = & 2 \quad 8 & 2 \quad 1
 \end{array}$$

【试试看】

$$13 \times 12$$

$$17 \times 12$$

$$14 \times 16$$

$$41 \times 31$$

$$51 \times 71$$

$$81 \times 51$$

10. “去 1 添补”巧算乘法

$$(1) \quad 6 \times 99$$

$$(2) \quad 57 \times 99$$

$$(3) \quad 48 \times 999$$

【一般解法】 (略)

【巧妙解法】 一、二位数乘以 9、99 或 999 可以用“去 1 添补”法口算，就是把被乘数去 1 扩大 100 倍，然后再加上这个数与 100 的补数。(如乘以 999，加一个“中间夹 9”。)

$$(1) \quad 6 \times 99 = \frac{(6-1) \times 100}{\text{去 } 1} + \frac{(100-6)}{\text{添补}}$$

$$= 594$$

$$(2) 57 \times 99 = \frac{(57-1) \times 100}{\text{去 } 1} + \frac{(100-57)}{\text{添补}}$$

$$= 5643$$

$$(3) 48 \times 999 = \frac{(48-1) \times 1000}{\text{去 } 1} + \frac{900}{\text{夹 } 9} + \frac{(100-48)}{\text{添补}}$$

$$= 47952$$

【试试看】

$$3 \times 99$$

$$8 \times 99$$

$$28 \times 99$$

$$39 \times 99$$

$$47 \times 99$$

$$58 \times 99$$

$$65 \times 999$$

$$83 \times 999$$

11. 爱因斯坦的妙算

$$(1) 2976 \times 2924$$

$$(2) 6053 \times 6047$$

【一般解法】 用笔算列竖式计算。(竖式略)

$$(1) 2976 \times 2924 = 8701824$$

$$(2) 6053 \times 6047 = 36602491$$

【巧妙解法】 当两个多位数相乘时，这两个多位数前两位或前一位数相同，而后两位数加起来为100（互为100的补数），那么可以这样计算。

$$(1) 2976 \times 2924$$

$$\textcircled{1} 29 \times (29+1) = 29 \times 30 = 870$$

$$\textcircled{2} 76 \times 24$$

$$= (50+26) \times (50-26)$$

$$= 50 \times 50 - 26 \times 26 = 1824$$

③ 把1824写在870后面，就得8701824

(2) 6053×6047

① $60 \times (60 + 1) = 3660$

② $53 \times 47 = (50 + 3) \times (50 - 3)$

$$= 50 \times 50 + 3 \times 3 = 2491$$

③ 把2491写在3660后面，得36602491

(这种方法是著名科学家爱因斯坦发现的。)

【试试看】

$$4629 \times 4671 \qquad 2039 \times 2061$$

$$462 \times 438 \qquad 734 \times 766$$

12. 一位数除法巧试商(一)

(1) $158 \div 2$

(2) $771 \div 3$

【一般方法】

(1) $158 \div 2$ ，试商时先用 $15 \div 2$ ，不能用口诀直接撞商，只能用 $2 \times () < 15$ 中的 $()$ 最大能填几来考虑。因为最大能填7，所以初商为“7”。

(2) $771 \div 3$ 方法同上。(略)

【巧妙方法】 在一位数除法中，当除数是2、3、4不能直接用口诀撞商时，可用“减几试商法”。

(1) $158 \div 2$ ，15被2除，不能用口诀撞商，就把 $15 - 1 = 14$ ， $14 \div 2$ 可以用口诀得出商7。