DAXUE WULI 上
JIAOCHENG

大学物理教程

主编◎万士保　力昌英

武汉理工大学出版社
WUTP Wuhan University of Technology Press

高等学校应用型本科系列教材

大学物理教程

上册

主　编　万士保　力昌英

编　者（按照姓氏笔画顺序排列）

王金凤　杨　薇　金　君

陶　薇　薛　霞

武汉理工大学出版社

·武汉·

内容简介

本书是湖北省三所独立学院及民办高校合编的“大学物理教程”系列教材的上册。主要内容包括大学物理课程的力学篇、机械振动与机械波篇、热学篇。力学篇有质点运动学、质点动力学、刚体定轴转动、狭义相对论，其中角动量方面的知识编写在刚体这章内容之中。振动与波篇只讲述机械振动与机械波的基础知识。热学篇有气体动理论、热力学基础。每章后面都编写了相应的思考题、习题。附录给出了思考题的参考答案或提示以及部分习题的参考答案。

本书体系新颖、内容难度适中，可作为独立学院和其他各层次师生教与学的教材或自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理教程．上册/万士保，力昌英主编．—武汉：武汉理工大学出版社，2014.1

ISBN 978-7-5629-4289-4

Ⅰ.①大… Ⅱ.①万… ②力… Ⅲ.①物理学—高等学校—教材 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 312983 号

项目负责人：徐 扬 王兆国 陈 硕 **责任编辑**：陈 硕
责任校对：雷红娟 **装帧设计**：兴和设计
出版发行：武汉理工大学出版社
社 址：武汉市洪山区珞狮路 122 号
邮 编：430070
网 址：http://www.techbook.com.cn
经 销：各地新华书店
印 刷：武汉兴和彩色印务有限公司
开 本：787×960 1/16
印 张：20.25
字 数：408 千字
版 次：2014 年 1 月第 1 版
印 次：2014 年 1 月第 1 次印刷
印 数：1—3000 册
定 价：31.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请向出版社发行部调换。
本社购书热线：027—87515778 87515848 87785758 87165708(传真)

前　言

随着近年来普通高等学校独立学院及民办高校的迅速发展，编写一套适合于应用型人才培养的大学物理教材已成为当前物理教学的迫切要求。为此，华中科技大学文华学院、武汉理工大学华夏学院以及汉口学院联合编写了本书，为独立学院及民办高校“大学物理”课程的教材建设做出了有益的探索和尝试。

本套教材的指导思想是：以教育部高等学校非物理类专业物理基础课程教学指导分委会颁发的《非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求》为指导，紧密结合独立学院及民办高校学生的实际，编写出一套教师好教、学生好学，适合于独立学院及民办高校使用，并能兼顾各个不同专业需求的大学物理教材。着重于基本物理知识体系、基本物理概念，以及基本物理问题的解决方法；突出“应用”的特色和“方便学生自学”的特色。为此，我们采取了如下措施：

1. 课程的基本内容严格按照《非物理类理工科大学物理课程教学基本要求》选取和编排，以保证基本的物理知识体系的完整性，同时也能照顾到不同专业的需求。

2. 在保证基本物理概念、基本物理定律和定理的阐述上的科学性、严谨性和简明性的基础上，着重于对物理概念、定律和定理的理解和对解决问题的思路和方法的阐述。

3. 为了帮助学生全面地理解和掌握物理概念和理论，每章开头采用了问题导入式叙述方式以符合学生认识新事物的思维习惯，同时也增加了教材的生动性。另外本书在例题的选取上不仅加大了例题量，而且基本涵盖了各个知识点的典型问题。

4. 为了体现独立学院及民办高校培养人才的“应用性”特点，本书在每章都编写了以相关物理知识为背景的应用问题和拓展性思考内容。

5. 为了培养学生自主学习的能力，专门编写了适合于学生自学的《大学物理学习指导》。

全书采用 SI 单位制，书后附录包括思考题和习题参考答案等。

本套书由《大学物理教程》上、下册以及《大学物理学习指导》组成。其中上、下册可分别作为两个学期的教学使用。其教学学时可按照 112 学时安排，也可

按照128学时安排,还可以作为学时数较少的本专科层次的教学用书。

参加编写的老师有:陶薇(第1章),杨薇(第2章),薛霞(第3章),金君(第4章),王金凤(第5章),万士保(第6章、第7章、第8章),力昌英(第9章),陈义成(第10章、第11章),谢柏林(第12章、第13章、第14章),唐超群(第15章、第16章),陈新启(第17章),谢柏林、万士保、丁浩(第18章)。《大学物理学习指导》各章的"基本内容"与"解题指导"均由《大学物理教程》上、下册中对应各章的编者所完成。

由于时间仓促、以及编者的学识和教学经验所限,书中的错误在所难免,敬请读者批评指正。

编　者

2013.10

目　　录

1　质点运动学 …………………………………………………………………… (1)
1.1　质点运动的描述 ……………………………………………………………… (1)
1.2　质点运动学的两类问题…………………………………………………… (16)
1.3　圆周运动…………………………………………………………………… (22)
1.4　相对运动…………………………………………………………………… (30)
思考题 ………………………………………………………………………… (33)
习题 …………………………………………………………………………… (34)
2　牛顿运动定律…………………………………………………………… (37)
2.1　牛顿运动定律……………………………………………………………… (37)
2.2　常见的几种力……………………………………………………………… (41)
2.3　牛顿运动定律的应用……………………………………………………… (45)
2.4　惯　性　力………………………………………………………………… (49)
思考题 ………………………………………………………………………… (53)
习题 …………………………………………………………………………… (53)
3　动量与机械能…………………………………………………………… (55)
3.1　质点与质点系的动量定理　动量守恒定律 ……………………………… (55)
3.2　动能定理…………………………………………………………………… (62)
3.3　保守力的功　势能………………………………………………………… (67)
3.4　功能原理　机械能守恒定律……………………………………………… (71)
思考题 ………………………………………………………………………… (77)
习题 …………………………………………………………………………… (78)
4　刚体力学………………………………………………………………… (80)
4.1　刚体的基本运动形式……………………………………………………… (80)
4.2　刚体定轴转动的运动学规律……………………………………………… (82)
4.3　刚体定轴转动定律………………………………………………………… (86)
4.4　刚体定轴转动的角动量定理和…………………………………………… (96)
4.5　刚体定轴转动的动能定理 ………………………………………………… (103)
思考题………………………………………………………………………… (111)
习题…………………………………………………………………………… (111)

5 狭义相对论的力学基础 …………………………………… (114)
5.1 伽利略变换经典力学时空观与相对性原理 ………………… (114)
5.2 迈克尔逊-莫雷实验 ……………………………………… (118)
5.3 狭义相对论基本假设 洛伦兹变换 ……………………… (121)
5.4 狭义相对论的同时性 长度与时间 ……………………… (128)
5.5 狭义相对论的动力学基础 ………………………………… (136)
思考题…………………………………………………………… (144)
习题……………………………………………………………… (144)
6 机械振动 ………………………………………………… (146)
6.1 简谐振动 ………………………………………………… (146)
6.2 描述简谐振动的特征量 …………………………………… (149)
6.3 简谐振动的旋转矢量表示 ………………………………… (154)
6.4 单摆 ……………………………………………………… (156)
6.5 简谐振动的能量 ………………………………………… (157)
6.6 简谐振动的合成 ………………………………………… (159)
6.7 阻尼振动 受迫振动 共振 ……………………………… (168)
思考题…………………………………………………………… (173)
习题……………………………………………………………… (173)
7 机械波 …………………………………………………… (176)
7.1 关于波动的基本概念 ……………………………………… (176)
7.2 平面简谐波的波函数 ……………………………………… (180)
7.3 波的能量 ………………………………………………… (188)
7.4 波的干涉 ………………………………………………… (191)
7.5 驻波 ……………………………………………………… (195)
7.6 波的衍射 ………………………………………………… (200)
*7.7 声波 超声波 次声波 ………………………………… (202)
*7.8 多普勒效应 …………………………………………… (204)
思考题…………………………………………………………… (206)
习题……………………………………………………………… (208)
8 气体动理论 ……………………………………………… (212)
8.1 物体的微观模型 ………………………………………… (212)
8.2 平衡态与理想气体状态方程 ……………………………… (214)
8.3 理想气体的压强及温度公式 ……………………………… (218)
8.4 能量均分定理 理想气体的内能 ………………………… (222)
8.5 麦克斯韦气体分子速率分布律 …………………………… (227)

*8.6 玻耳兹曼分布律 …………………………………………………… (234)
*8.7 气体内的迁移现象 ……………………………………………… (235)
思考题………………………………………………………………………… (240)
习题…………………………………………………………………………… (240)
9 热力学基础 ……………………………………………………………… (242)
9.1 热力学系统的准静态过程 ………………………………………… (242)
9.2 热力学第一定律 …………………………………………………… (244)
9.3 理想气体的等值过程 ……………………………………………… (253)
9.4 循环过程 卡诺循环 ……………………………………………… (265)
9.5 热力学第二定律 …………………………………………………… (280)
9.6 玻耳兹曼熵公式与熵增加原理 …………………………………… (290)
思考题………………………………………………………………………… (295)
习题…………………………………………………………………………… (296)
附录 思考题及习题参考答案……………………………………………… (300)
参考文献…………………………………………………………………… (313)

1 质点运动学

机械运动是自然界中最简单、最基本的运动形态。在物理学里，一个物体相对于另一个物体的位置，或者一个物体的某些部分相对于其他部分的位置随着时间而变化的过程叫作机械运动。机器的运转、宇宙飞船的航行、水的流动等都是机械运动。运动学只研究做机械运动的物体在空间的位置随时间变化的关系，而不涉及引起运动变化的原因。本章讨论质点运动学，其主要内容为：位置矢量、位移、速度和加速度、质点的运动方程、圆周运动、相对运动等。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 质点

花样滑冰运动员在赛场上舞动优美的身姿，篮球在空中飞滚……在这些司空见惯的现象中，滑冰运动员、篮球都在做机械运动，但是很难准确地描述其上各点的运动情况。原因在于任何物体本身都具有一定的大小和形状，在运动过程中各点运动状况并不一样。

如果在运动过程中，物体上各部分运动规律相同，即其大小、形状对所研究的问题影响不大，这时可以将问题简化，突出"物体具有质量"这个要素，用一个只有质量的物质点来代替物体。这种**忽略物体的大小和形状，把物体看成一个有质量的点，称为质点。**

一个物体能否看成质点，跟物体自身体积的大小、质量的大小和运动速度的大小无关。例如，人类居住的地球，它的平均直径约为 1.28×10^4 km，算得上是个庞然大物，然而，当研究地球绕太阳公转运动时，考虑到地球的直径与地球到太阳的距离（约为 1.5×10^8 km）相比，还不到它的万分之一，因而由地球的大小而引起的地球上各部分的运动差异就可以忽略不计了，这时可以把整个地球当作质点。又比如，乒乓球的直径为 4cm，跟地球相比虽然小 9 个数量级，但是若

要研究乒乓球的旋转对运动的影响,却不可以将它当成质点。需要注意的是,同一个物体能否看成质点不是一成不变的,这取决于所研究问题的具体情况。

必须指出的是:质点是一个理想化的物理模型,是对实际物体的一种科学抽象和简化。后面将要介绍的刚体、线性弹簧振子、理想气体、点电荷等都是理想模型。在科学研究中,根据所研究问题的性质,突出主要因素,忽略次要因素,建立理想模型,这样做可以使问题大为简化又不影响所得到的主要结论。但值得注意的是,任何一个理想模型都有其适用条件,在一定条件下,它能否正确反映客观实际,还要通过实践来检验。

1.1.2 参考系 坐标系

宇宙万物,大至日、月、星、辰,小至原子内部的粒子都在不停地运动着。法国科学家笛卡尔曾说过:“给我物质和运动,我就能创造宇宙。”人们常说房屋、树木是静止的,但是地球以外的人看到房屋、树木在随着地球的自转一起运动。也许有人认为太阳是不动的,但是从整个银河系来看,太阳大概以 $250\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速度绕着银河系中心在旋转。而在另外的星云系看来,银河系也是运动着的。总之,自然界一切物质都处于永恒的运动中,绝对静止的物体是不存在的,运动是物质的存在形式。也就是说:运动是绝对的,静止是相对的。“绝对的”,就是说物质存在,它一定在运动,至于它运动的快慢,则是“相对的”。

描述某一个物体的运动,总是相对于其他物体而言的,即**物体机械运动的描述具有相对性**。例如:铁路边的人看到火车上的人在飞快离去,而坐在火车上的乘客却认为自己是静止的。眺望窗外,乘客发现路边的房屋、树木都在向后运动;反过来,站在路边的人却认为树木、房屋都是静止不动的。这是因为车内乘客是以车厢为标准进行观察的,而铁路边的人是以地面(地球)为标准观察的。由此可知,当选取不同的标准物对同一运动进行描述,所得结论不同。把相对于不同的标准物,所描述物体运动情况不同的现象叫**运动的相对性**。

在描述一个物体的机械运动时,必须要选定某个其他物体作为参考,这个被用来做参考的物体称为参考系,也称为参照系。选定了参考系后,才能定性研究物体的运动。参考系的选择是任意的,因此对运动的描述是相对的。例如,在匀速飞行的飞机上,飞机上的乘客以飞机作为参考系,看到从飞机上落下的重物几乎是沿直线竖直下落的,而地面上的人以地面作为参考系,则认为物体是沿着曲线下落的。

在实际问题中,参考系的选取以研究问题方便、对运动的描述尽可能简单为原则。在本书中,若未做特别说明,通常都是选择地球或相对于地球静止的物体作为参考系。

物体做机械运动时,其位置会随时间发生变化,为了定量地描述物体的运动

情况，需要在参考系上建立适当的**坐标系**。运动物体的位置就由它在坐标系中的坐标值来描述。坐标系一旦与参考系固联在一起，则物体相对于坐标系的运动，也就是相对于参考系的运动。

坐标系的选取多种多样，常用的有**直角坐标系、自然坐标系**，有时也可选取极坐标系、球坐标系、柱坐标系等。空间直角坐标系是在参考系上选取一固定点 O 为坐标原点，过原点取三条互相垂直的坐标轴，分别称为 x、y、z 轴。这样，在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，用三个有序实数组成的坐标 (x,y,z) 便可确定一个质点的位置；在二维平面所取的平面直角坐标系 Oxy 中，用两个有序实数组成的坐标 (x,y) 便可确定物体的位置。如果需要，还得在各坐标轴上取相应的单位矢量。当质点做曲线运动的时候，常常选取自然坐标系，在后续圆周运动的学习中，将会详细讨论。

坐标系和参考系虽然有联系，但是两者不可混为一谈。参考系是为了描述物体运动选作参考的一个实物，而坐标系则是由固结在参考系上的一组有刻度的一组射线、曲线或角度表示。坐标系是参考系的数学抽象。一旦建立了坐标系，就意味着参考系也已选定。在没有特殊说明的情况下，本书后面的内容就不把它们加以仔细区分了。

1.1.3 位置矢量与运动方程

1. 位置矢量

在某次军事演习中，观瞄手向狙击手发出信号："A 扇区，1 号标记物，右 50°，距离 50m。在这则信号中，可以得到有关目标位置的两个信息：(1)以 A 扇区 1 号标记物为参考点的右 50°方向；(2)距离 1 号标记物 50m。根据这两个信息，就可以知道目标所出现的位置。由此看来，在选定了坐标系以后，以坐标系的原点 O 为参考点，画一条有向线段来表示运动质点在空间的位置。这条有向线段称为**位置矢量**，简称**位矢**，用 $\boldsymbol{r}$ 表示。

例如，图 1-1 表示一个空间直角坐标系，设在某时刻有一质点位于点 P，则该时刻质点的位置矢量为从坐标原点 O 指向点 P 作一有向线段 $\boldsymbol{OP}$，记为 $\boldsymbol{r}$，这个矢量就可以表示点 P 相对于坐标原点 O 的距离大小与方位。

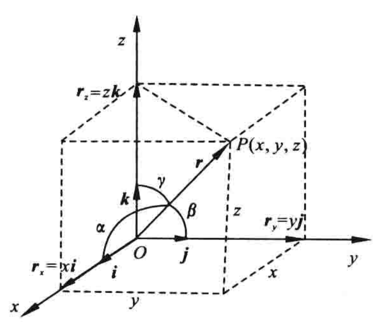

图 1-1 三维空间中的位矢

$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示沿直角坐标系 x、y、z 正方向的单位矢量，x、y、z 表示位矢 $\boldsymbol{r}$ 在三个坐标轴上的投影值分量，即点 P 的位置坐标。则位矢 $\boldsymbol{r}$ 的矢量式可表示为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \tag{1-1}$$

表示成分量式为

$$r_x = x \quad r_y = y \quad r_z = z \tag{1-2}$$

而 $\boldsymbol{r}_x = x\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{r}_y = y\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{r}_z = z\boldsymbol{k}$ 是位矢 $\boldsymbol{r}$ 的三个分矢量。

利用位矢 $\boldsymbol{r}$ 的分量 x，y，z，便可求得位矢的大小和方向。位矢的大小表示质点所在位置点 P 与参考点 O 之间的距离，用 $|\boldsymbol{r}|$ 表示，可写为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \tag{1-3}$$

位矢的方向自 O 指向 P，表示点 P 相对于参考点 O 的方位。

由下式确定：

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \quad \cos\beta = \frac{y}{r} \quad \cos\gamma = \frac{z}{r} \tag{1-4}$$

式中，α、β、γ 分别是位矢 $\boldsymbol{r}$ 与三个坐标轴正方向所形成的夹角(称为**方向角**)(图 1－1)，其余弦称为位矢 $\boldsymbol{r}$ 的**方向余弦**。

由图 1－1 中几何关系容易证明它们之间的满足如下关系式：

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

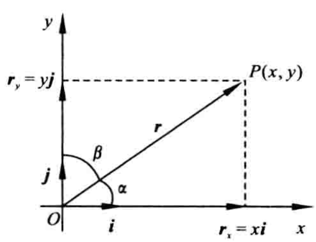

图 1－2　二维空间中的位矢

当质点在二维空间即在平面内运动时，可建立平面直角坐标系(图 1－2)，某时刻质点位于 P 点，它的位矢写为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} \tag{1-5}$$

位矢的大小为

$$r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{1-6}$$

位矢的方向余弦为

$$\cos\alpha = \frac{x}{r} \quad \cos\beta = \frac{y}{r} \tag{1-7}$$

质点在二维平面运动时，位矢的方向还可用位矢 $\boldsymbol{r}$ 与 x 轴的夹角 α 表示，即

$$\alpha = \arctan\frac{y}{x} \tag{1-8}$$

位矢的单位在国际单位制(SI)中，是米(m)，有时也可用其他单位，如千米(km)等。

2. 运动方程　轨迹方程

当质点运动时，位置不断变化，所以位置矢量也会随时间不断变化，位矢 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \tag{1-9}$$

式(1－9)描述了质点空间位置随时间的变化，称为质点的**运动方程**。它是一个矢性函数，也就是说 $\boldsymbol{r}$ 的大小和方向都是自变量 t 的函数。根据运动方程，可以

确定任意时刻质点的位矢。与此同时，在所选取的直角坐标系 $Oxyz$ 中，位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿各坐标轴的分量 x,y,z 也随时间变化，它们也是时间 t 的函数，即

$$x = x(t) \quad y = y(t) \quad z = z(t) \tag{1-10}$$

此式是运动方程(1－9)的**分量式**，也成**分运动式**。式(1－9)和式(1－10)都能等效地描述质点位置随时间的变化情况，于是运动方程还可以写为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-11}$$

当质点在二维平面运动时，建立平面直角坐标系 Oxy，此时运动方程记为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} \tag{1-12}$$

其分量式为

$$x = x(t) \quad y = y(t) \tag{1-13}$$

质点在空间运动时，它所通过的全部路径叫作质点的运动**轨迹**。式(1－10)或式(1－13)也称为轨迹的**参数方程**，在参数方程中消去时间参量 t，便可得到运动质点的**轨迹方程**，记为

$$F(x,y,z) = 0 \tag{1-14}$$

质点运动的轨迹若为直线则称为**直线运动**，若为曲线则称为**曲线运动**。

1.1.4 位移与路程

1. 位移

研究质点的运动，不仅要知道它在某个时刻的位置，还需要知道它在某段时间内位置的变化。如图 1－3 所示，在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，t 时刻物体位于 A 处，位矢为 $\boldsymbol{r}_A$，经过 Δt 时间间隔质点位于 B 处，位矢为 $\boldsymbol{r}_B$。从 A 点到 B 点作一条有向线段，即矢量 $\boldsymbol{AB}$，按照矢量相减的三角形法则可知，$\boldsymbol{AB}$ 是在 Δt 时间间隔内**位矢的增量**，它描述了质点在 Δt 这段时间内的位置变动，称为**位移矢量**，简称**位移**，记为 $\Delta\boldsymbol{r}$。即

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A \tag{1-15}$$

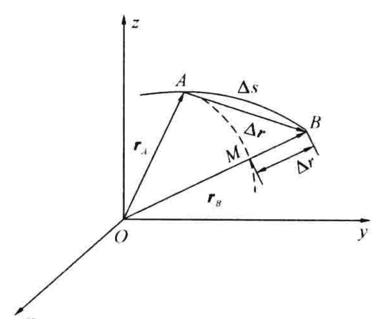

图 1－3 位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、路程 Δs 与位矢大小增量 Δr

在直角坐标系里写为

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r} &= \boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A = (x_B\boldsymbol{i} + y_B\boldsymbol{j} + z_B\boldsymbol{k}) - (x_A\boldsymbol{i} + y_A\boldsymbol{j} + z_A\boldsymbol{k}) \\ &= (x_B - x_A)\boldsymbol{i} + (y_B - y_A)\boldsymbol{j} + (z_B - z_A)\boldsymbol{k} \\ &= \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{1-16}$$

其中，Δx、Δy、Δz 是在 Δt 时间间隔内，质点位置坐标分别沿三个坐标轴的增量，也就是位移矢量在各坐标轴上的**分量**。用它们可以求得位移矢量的大小

$|\Delta \boldsymbol{r}|$，即

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_B - \boldsymbol{r}_A| = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2} \tag{1-17}$$

位移的方向用它的三个方向余弦来表示，这一点和式(1-4)类似。

通常，在一个无穷小的时间 $\mathrm{d}t$ 内，质点在三维空间和二维空间中的位移分别表示为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}x\boldsymbol{i} + \mathrm{d}y\boldsymbol{j} + \mathrm{d}z\boldsymbol{k} \quad 与 \quad \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \mathrm{d}x\boldsymbol{i} + \mathrm{d}y\boldsymbol{j} \tag{1-18}$$

需要指出的是，在物理学中，位移的大小应记为 $|\Delta \boldsymbol{r}|$，而不能写成 Δr。Δr 表示的是在 Δt 这段时间间隔内位矢长度的增量，即**位矢长度差**。

由图 1-3 可以看出，$|\Delta \boldsymbol{r}| = AB$；取 $OM = OA$，则 Δr 的表示式为 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_B| - |\boldsymbol{r}_A| = OB - OA = MB$。显然，$AB$ 和 MB 一般不相等，即一般情况下 $|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$，同样，一般情况下，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| \neq \mathrm{d}r$。

2. 路程

路程是质点运动的路径长度，常用 Δs 表示，是个标量。位移和路程不同。位移是描述质点位置变化的物理量，用初位置指向末位置的一条有向线段来表示。如图 1-3 所示，有向线段 $\boldsymbol{AB}$ 表示位移 $\Delta \boldsymbol{r}$，它是一个既有大小又有方向的矢量。位移的大小只与质点的初位置和末位置有关，与质点的运动路径无关，当初、末位置确定后，位移就是唯一确定的。而路程是质点通过的实际运动轨迹的长度，它是标量，只有大小，没有方向。所以路程不仅与质点运动的初、末位置有关，而且还与质点运动的路径有关。在一般情况下，$|\Delta \boldsymbol{r}| \leqslant \Delta s$，只有当质点做单向直线运动时或 Δt 趋近于零时，两者才相等，即 $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \Delta s = \lim\limits_{\Delta t \to 0} |\Delta \boldsymbol{r}|$，也就是 $\mathrm{d}s = |\mathrm{d}\boldsymbol{r}|$。

1.1.5 速度

研究质点的运动，不仅要知道质点在各个时刻的位置，还要知道质点位置变化的快慢和方向。**速度**就是描述质点运动快慢和方向的物理量。

1. 平均速度

质点在 t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内完成了位移 $\Delta \boldsymbol{r}$。为了表征质点在这段时间内运动的快慢和方向，把质点发生的位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与所经历的时间 Δt 之比，定义为质点在该时间间隔内的**平均速度**，常用 $\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-19}$$

如图 1-4 所示，在 t 时刻，质点位于点 P，位矢为 $\boldsymbol{r}_P = \boldsymbol{r}(t)$；经 $t+\Delta t$ 时刻，质点运动到 Q 点，位矢为 $\boldsymbol{r}_Q = \boldsymbol{r}(t+\Delta t)$。如果将时刻 t 记为 t_1，$t+\Delta t$ 记为 t_2，相应的位矢分别记为 $\boldsymbol{r}_1$ 和 $\boldsymbol{r}_2$，则式(1-19)还可以表示为

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1}{t_2 - t_1} \tag{1-20}$$

从式(1-20)可以看出，平均速度是一个矢量，其方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同，其大小等于质点在 Δt 时间内位置矢量的平均变化率，即 $|\overline{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$。

2. 瞬时速度

平均速度描述的是质点在 t 到 $t+\Delta t$ 时间间隔内位矢的平均变化率，显然它只能粗略的描述质点在某段时间间隔内质点位置变化的快慢和方向。若要精确地描述质点在某一时刻(或者说在相应的某一位置)运动的快慢和方向，应该使所取的时间间隔 Δt 尽量短并趋近于零。由图 1-5 可知，时间间隔 Δt 取得越小，质点的平均速度就越接近于 t 时刻它在 P 点的速度。因此将时间间隔 Δt 趋近于零时，质点平均速度$\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$所取的极限定义为质点在此时刻 t(或相应的位置 P)的**瞬时速度**，简称**速度**，即

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-21}$$

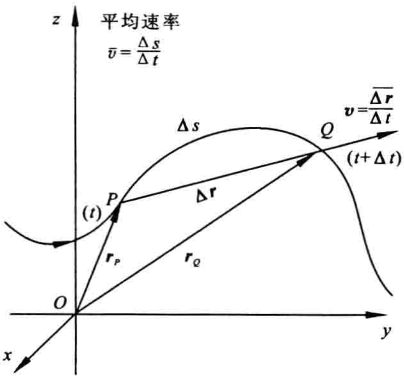

图 1-4 平均速度$\overline{\boldsymbol{v}}$与平均速率$\bar{v}$

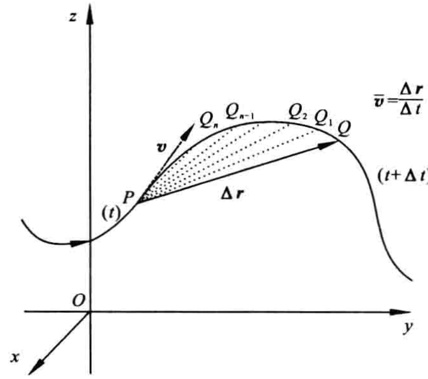

图 1-5 瞬时速度

式(1-21)是速度的严格定义，表明速度是位矢对时间的一阶导数，它是一个矢量导数，所得结果仍是一个矢量。所以说速度是矢量，其大小为 $|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$；其方向是当 Δt 趋近于零时平均速度或位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向。由图 1-5可以看出，当 Δt 逐渐趋近于零时，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的大小(即图 1-5 中线段 PQ 的长度)也逐渐变短，这时，质点的位置从 Q 点经 Q_1，Q_2，Q_3，…便逐渐地接近 P 点；位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向即平均速度$\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$的方向也相应地从 $\boldsymbol{PQ}$ 改变到 $\boldsymbol{PQ}_1$，$\boldsymbol{PQ}_2$，

$\boldsymbol{PQ}_3$,…的方向,最后趋向于 P 点的切线方向。这样,质点沿曲线运动时,在某一点的运动方向可用该点的速度方向表示,而该点的速度方向即为该点处切线的方向,并指向质点运动前进的一方。

3. 瞬时速率

在有些情况下,我们只关注质点运动的快慢,而不涉及质点运动的方向,这时引进速率这个物理量。在图 1-4 中,t 时刻质点位于 P 点,经过一段时间 Δt 后,即在 $t+\Delta t$ 时刻质点位于 Q 点,质点在 Δt 时间间隔内所经历的路程为曲线 PQ 的长度 Δs,将 Δs 与 Δt 之比称为质点在时间间隔 Δt 内的平均速率,记为 $\overline{v}$,即

$$\overline{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1-22}$$

因为 Δs 和 Δt 均为标量,所以平均速率 $\overline{v}$ 是标量。而式(1-19)的平均速度是矢量,因此,这两个物理量是不等同的。即使是平均速度的大小,和平均速率也不一定相等。这是由于时间间隔 Δt 内的位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 往往不等于相应的路程 Δs,这一点从图 1-4 中也可以观察出来,弦长 PQ 表示位移的大小,弧长 $\widehat{PQ}$ 表示路程,弦长 PQ 小于弧长 $\widehat{PQ}$,即一般情况下,$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$。

当 $\Delta t\to 0$ 时,在图 1-5 中可以看到,这时 Q 点趋近于 P 点,相应的位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 变成元位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$(即位矢 $\boldsymbol{r}$ 的微分),$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的方向为 $\Delta t\to 0$,是 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向,即沿轨道在 P 点的切线方向。与此同时,路程 Δs 趋近于轨迹上的一小段线元长度 $\mathrm{d}s$("线元"是指曲线上的一段微分直线段,整个曲线可以看成由无限多线段元连接而成)。由于这时轨迹上弧 $\widehat{PQ}$ 的长度 Δs 与对应的位移大小即线段 PQ 的长度趋于相等,所以,当 $\Delta t\to 0$ 时,位移的大小等于路程,即

$$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s \tag{1-23}$$

由式(1-21)可得瞬时速度的大小为

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-24}$$

又因为在 $\Delta t\to 0$ 时,平均速率的极限即为 t 时刻的**瞬时速率**,简称**速率**,记为 v,即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\overline{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-25}$$

由式(1-24)和式(1-25)可知,瞬时速率和瞬时速度的大小都等于路程对时间的一阶导数,所以瞬时速度的大小等于瞬时速率。而由前面的分析可知,由于一般情况下 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$,故平均速度的大小一般不等于平均速率。

在物理学中,速度增量的大小应该记为 $|\Delta\boldsymbol{v}|$。在图 1-6(a)中,t 时刻,质点位于位置 1,速度为 $\boldsymbol{v}_1$,经过 Δt 时间间隔,在 $t+\Delta t$ 时刻,质点运动到位置 2,速度为 $\boldsymbol{v}_2$,这段时间内速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$,如图 1-6(b)所示,$\boldsymbol{v}_1$,$\boldsymbol{v}_2$ 和 $\Delta\boldsymbol{v}$

构成一个矢量三角形。因此，速度增量的大小表示为

$$|\Delta \boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1|$$

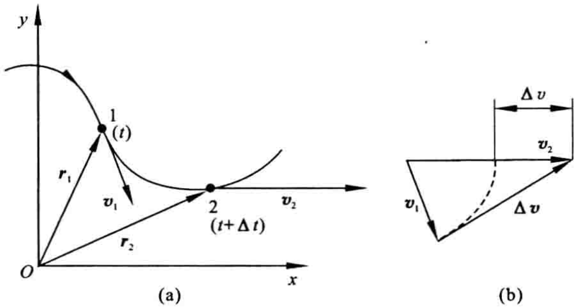

图 1-6　$\Delta \boldsymbol{v}$ 与 Δv 的不同

需要注意：(1)在图 1-6(b)中，Δv 表示在时刻 t 到 $t+\Delta t$ 这段时间间隔内速度大小的增量，即在这段时间内末速度的大小与初速度的大小之差，即表示为 $\Delta v = |\boldsymbol{v}_2| - |\boldsymbol{v}_1|$。因此，在一般情况下，$|\Delta \boldsymbol{v}| \neq \Delta v$。同理，一般情况下，$|\mathrm{d}\boldsymbol{v}| \neq \mathrm{d}v$。(2)类似的，在前面已经讲过，一般情况下，$|\mathrm{d}\boldsymbol{r}| \neq \mathrm{d}r$。因此，$v = |\boldsymbol{v}| = \left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$。

4. 速度的分量式　大小与方向

因为速度是位矢对时间的一阶导数，而位矢是矢量，所以不能像标量求导那样直接求出位矢导数。如图 1-7 所示，在选定的直角坐标系 $Oxyz$ 中，已知质点的运动方程为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k}$$

将上式的 $\boldsymbol{r}$ 代入速度的定义式(1-21)，有

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k})$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i}) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(y\boldsymbol{j}) + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(z\boldsymbol{k})$$

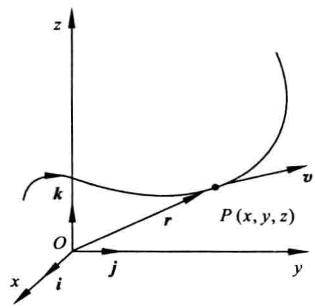

图 1-7　直角坐标中的速度

在这个固联于参考系的坐标系 $Oxyz$ 中，单位矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 都不随时间变化，即它们都是大小、方向都不变的常矢量，可以提到微分号的外面，于是可得速度在此坐标系中的正交分解式为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1-26}$$

这样，求一个矢量 $\boldsymbol{r}(t)$ 对自变量 t 的导数，就归结于求它的分量 $x(t)$，$y(t)$，$z(t)$