The Road to Reality

通向实在之路

——宇宙法则的完全指南

[英] 罗杰·彭罗斯 著　王文浩 译

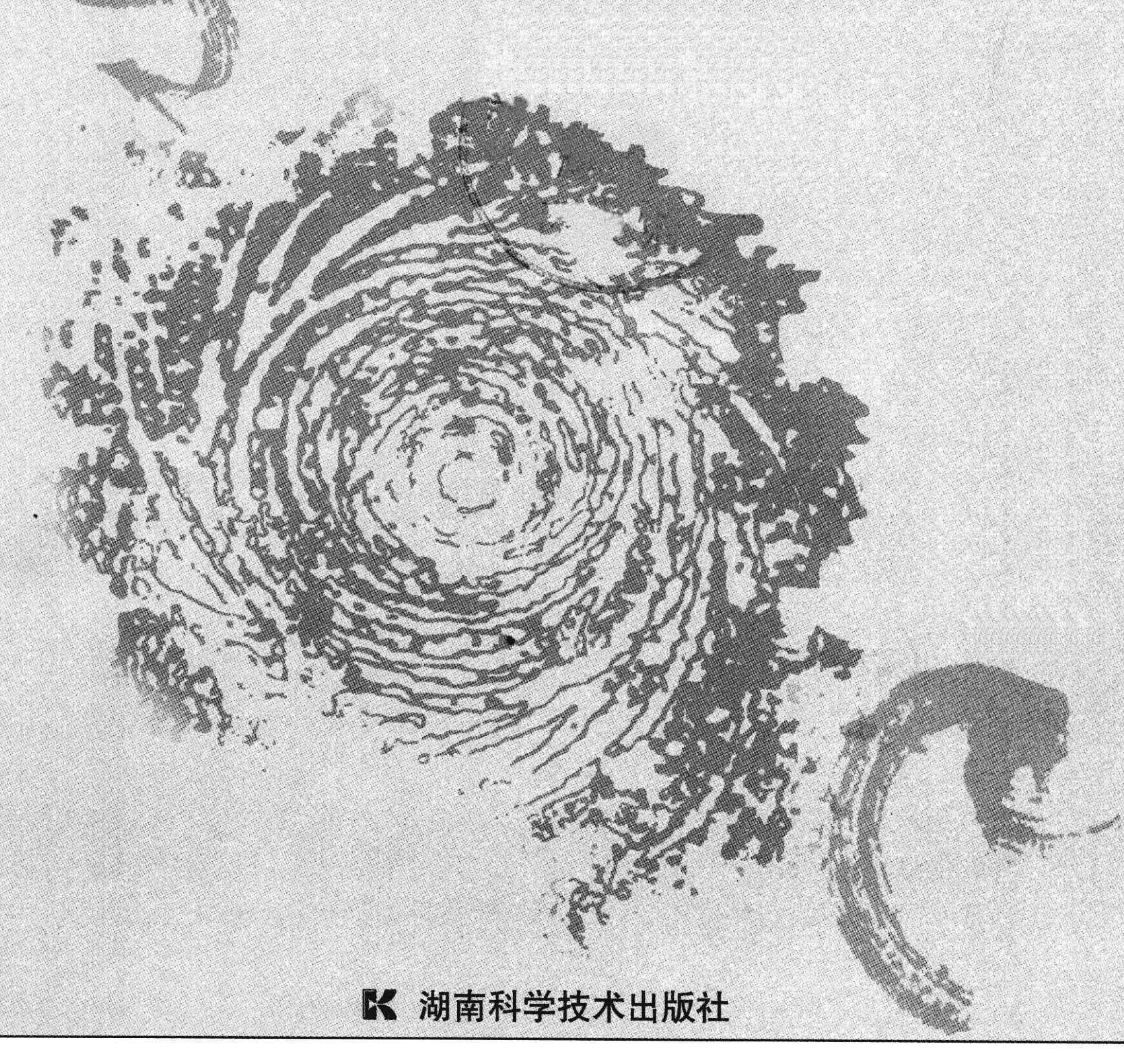
湖南科学技术出版社

The Road to Reality

通向实在之路

宇宙法则的完全指南

[英] 罗杰·彭罗斯 著 王文浩 译



湖南科学技术出版社

图书在版编目（C I P）数据

通向实在之路——宇宙法则的完全指南 / （英）罗杰·彭罗斯著 ；
王文浩译. — 长沙 ：湖南科学技术出版社，2013.11
ISBN 978-7-5357-7842-0
Ⅰ. ①通… Ⅱ. ①罗… ②王… Ⅲ. ①宇宙学 Ⅳ.
①P159
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 219193 号

通向实在之路——宇宙法则的完全指南
著　　者：[英]罗杰·彭罗斯
译　　者：王文浩
责任编辑：吴　炜
出版发行：湖南科学技术出版社
社　　址：长沙市湘雅路 276 号
http://www.hnstp.com
邮购联系：本社直销科 0731-84375808
印　　刷：长沙瑞和印务有限公司
（印装质量问题请直接与本厂联系）
厂　　址：长沙市井湾路 4 号
邮　　编：410004
出版日期：2013 年 11 月第 1 版第 1 次
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：51.5
字　　数：653000
书　　号：ISBN 978-7-5357-7842-0
定　　价：98.00 元

谨以此书纪念

丹尼斯·席艾玛

一位引领我走上物理学之路的导师

前 言

本书将带领读者踏上人类探索征途中至为重要也最为壮阔的一程——追寻主宰宇宙的深层原理，力图使读者对此获得一些直观的认识。这段征程历时2500余年之久，最终人们获得了某些实质性进展。但是，整个过程艰辛异常，关于那些原理的绝大部分真正理解总是姗姗来迟。这一内在的困难曾不止一次使得人们迷失方向，我们实在是应引为前车之鉴。然而，尽管是到了20世纪，人们已经获得了许多崭新见解，但其中的某些观点却是如此炫目以至于很多当代科学家跟着大肆鼓吹我们也许已接近对物理学中所有深层原理的最基本理解。不过，在本书关于截至20世纪末的基本理论的描述中，我将向读者传达一种更为冷静的态度。这些观点不会被“乐观主义者”全盘接受，但我相信不久的将来整个探索的航向会发生重大转变，甚至比上个世纪的那些革命来得更为剧烈。

读者会发现本书充斥着大量的数学公式，只是在必要的地方我才会提醒读者该处作了重大的数学简化。对于是否使用数学公式，我曾进行过认真思考，结论是：不使用一定量的数学符号和真正的数学概念，就不可能向读者传达我真正要表达的意思。的确，关于物理世界深层原理的理解依赖于对其数学形式的充分领悟。某些读者或许会因此感到灰心丧气，因为他们带着某种成见，以为自己哪怕在最基础的层次上也完全不具备这种能力。他们或许会争辩说，如果连分数运算都不会，还谈何理解当今物理学研究的前沿动向呢？这当然的确不太容易。

然而我还是比较乐观地相信这种传达是可能的。或许我就是一个无可救药的乐天派。首先，我怀疑那些不能或仅仅宣称自己不能做分数运算的读者，他们是否多少有点自欺的嫌疑？我相信其中相当一部分实际上有这方面的潜力，只是他们自己并无觉察。当然也有少数人，即使在极其简单的一串数学符号面前，占据他们脑海的恐怕也只有家长或教师们那一张张严厉的面孔。这种压力迫使他们为完成任务而学习，最终获得的无非是不求甚解的鹦鹉学舌式的本领，遑论领会数学的魔力或美感。因此，对这些人来说，要理解本书的确有一定困难，但我仍坚信并非无路可寻。即使对那些真的无法进行分数运算的人，只要他们对这个精彩世界（我毫不怀疑其存在性）有一星半点的感受，就会发现实际上有相当多的道路向他们敞开着。

我母亲的一位密友，在她成功结束其芭蕾舞演员的生涯后曾亲口告诉我，当她还是一个小女孩的时候，完全不能理解分数。那时我还年轻，尚未完全拓展作为数学家的职业生涯，但似乎已经能从这个领域的研究中获得乐趣。“我的麻烦在于消去运算，”她说，“我就从没找着做消去运算的诀窍。”而事实上，她是一位优雅聪慧的女士；而且，我认为理解那些复杂舞蹈所需的脑力活动一点也不比理解数学问题所需的智力来得低级。于是，在过高地估计了自己的口才之后，我像别的很多人曾经所做的那样，力图向这位女士展示“消去运算”的简单性并讲解其逻辑含义。

这番努力看来也和其他人一样是徒劳的。（她的父亲碰巧是一位优秀的科学家，而且是皇家学会的成员，因此她应有充分的条件来理解科学。我猜测，或许正是家长那“冰冷的面孔”抑制了这种理解力的发展。）但在一番深思之后，我不禁怀疑，她以及与她有类似困难的人在这种情感因素之外是否还存在着另一重理智上的障碍，而这重障碍恰是我自己在对数学的轻松理解中未曾察觉到的？事实的确如此，在数学和数学物理领域中，人们实际上处处遭遇到这同一道深刻的难题，而我们与它的第一次接触就是在消去分子分母中的公因子这一看似自然的运算中。

那些因为反复练习而已经习惯消去运算的人，很可能对这一看似简单的手续中潜伏着的实际困难已不再敏感。或许，对消去运算报有神秘感的大部分人实际上觉察到了那个深刻的难题，而我们这些傲慢轻率的人却对之视而不见。那么，究竟难点何在？这个问题与数学家在证明数学对象的存在性以及它们与物理真实性的可能关系时所使用的方法有关。

当我11岁在学校念书的时候，老师曾向全班同学问及分数（例如$\frac{3}{8}$）的确切含义，我当时几乎被这个问题吓住了。同学们给出了各种答案，如将一块点心分成若干份以及诸如此类的建议，但是这些答案都被老师否决了，原因（不外乎）是这些答案只是分数这一精确的数学概念在各种不精确的物理场合下应用的结果。它们并没有说清分数这个数学概念的真实含义。另有一些自告奋勇的回答，例如$\frac{3}{8}$是“3在上面，8在下面，中间由一道横线隔开”。令我惊讶的是，老师对这类回答同样给予严肃对待。我记不清问题最终是如何解决的，但是凭着多年以后大学数学专业学习经历的后见之明，我猜想那位教师当时可能是鼓足了勇气，力图用等价类这一普适的数学概念来告诉我们什么是分数的确切定义。

“等价类”意指何物？它如何能用于分数这个例子并给出分数的真正含义？我们的讨论将由上面给出的答案之一“3在上面，8在下面”开始。这个答案基本上指明了分数是一对有序的整数，在本例中即数字3和8。但不能认为“分数”本身就是这种有序数对，例如$\frac{6}{16}$与$\frac{3}{8}$是相同的数，但（6，16）与（3，8）显然并不相同。当然这只是个消去问题。$\frac{6}{16}$可写成$\frac{3\times 2}{8\times 2}$，将后者分子和分母中的公因子2消去即可得到$\frac{3}{8}$。是什么法则确保了这个程序的合理性，因而在某种意义

上能将（6，16）与（3，8）“等同”起来呢？数学家的回答——听起来就像在逃避——是将消去法则直接放进了分数的定义中：整数对（$a\times n$，$b\times n$）被认为与整数对（a，b）表示的是相同的分数，此处 n 是任意的非零整数（当然 b 不能为零）。

但是，即便如此，我们还是不知道分数究竟为何物。上面的定义仅仅与分数的表示相关，那么，分数到底是什么？依据数学家的“等价类”概念，分数$\frac{3}{8}$代表着一个数对的无限集合

$$(3,8),(-3,-8),(6,16),(-6,-16),(9,24),(-9,-24),(12,32),\cdots,$$

其中每个数对都能由任何别的数对通过反复运用消去法则而得到[1]。我们还需要其他一些定义来告诉我们如何对这些整数对进行加、减、乘等运算（这里普通的代数运算规则是成立的），以及如何把整数本身当作一类特殊的分数。

这个定义涵盖了分数定义所需的全部数学知识（例如$\frac{1}{2}$，将其与自身相加便得到1，等等），而且如我们所见，消去运算已直接作为分数定义的一部分了。但这些似乎过于形式化了，人们有理由怀疑它是否真的抓住了我们对分数的直观理解。虽然像如此普适的“等价类”概念（上述例子不过是其一个特例）在建立数学的相容性和存在性方面是一种强有力的纯数学工具，但它看来太过头重脚轻了。它几乎无法传递出我们关于$\frac{3}{8}$的直观理解！难怪我母亲的朋友对此深感困惑。

有鉴于此，在对数学概念进行描述时，只要可能，我将尽量避免卖弄学识的嫌疑。我将放弃用“数对的无穷序列”来定义分数这类做法，即使它在数学严格性和精确性方面确有很高价值。我更关注的是能否向读者传达大量重要数学观念所固有的美感和魔力。例如，$\frac{3}{8}$将被简单地视为这样一种数学对象，即将其自身连续相加8次可得到整数3。这一操作的魔力在于，即使我们在真实世界中无法直接体验到分数的确切定义——将点心分块只是一个近似（这不同于自然数1，2，3，它们将我们直接体验到的可数物理实体精确地定量化了），分数概念仍然是有用的。要理解分数概念的一致性，方法之一即是如上所述，用无限整数对的集合这一“定义”。不过，这并非表示$\frac{3}{8}$真是一个集合，更妥当的想法是将它当作具有某种（柏拉图式）存在性的对象，而那个无限集合仅仅是我们关于这类对象一致性的一种表述。相似地，我们相信$\frac{3}{8}$可简单理解为某种真实的存在物，而“数对的无限集合”仅仅是炫耀学问的一种手段——一旦领悟了概念的确切含义，这种手段就可以丢弃了。事实上，大量的数学知识都是靠这种方式得以理解的。

---

〔1〕这个序列称为“等价类”，因为它确实是一类对象（在本例中，即整数对）。类中所有成员在特定意义上被视为是彼此等价的。

对数学家（就我所知，至少是其中的绝大多数）而言，数学绝不仅是人类文化的创造物，她有其自身的客观存在性和生命轨迹，而且其中大部分表现出与物理世界惊人的一致性。不借助数学的语言，人们就不可能对物理世界的基本原理有任何深入的理解。具体到“等价类”概念，它不仅与许多重要（且易使人混淆的）数学思想有关，而且也与许多重要（且易使人混淆的）物理思想有关，例如爱因斯坦的广义相对论以及现代粒子物理理论中描述自然界基本相互作用力的规范理论。在现代物理学中，人们不可避免地要直接面对大量微妙而繁杂的数学，这就是为什么我不惜花费整整前16章来介绍这些数学概念的原因。

关于如何掌握本书所述的内容，我想提请读者注意，本书可以在4个不同层次上进行阅读。你或许属于那种一遇到公式就读不下去的基层读者（有些读者可能在理解和分数有关的术语时会有困难），对此我的建议是越过公式只读文字。我相信你仍然能从本书中学到不少东西。这种方式就像我小时候不时浏览散放在房间里的棋类杂志那样。国际象棋曾是我父母和兄弟们生活中的重要内容，但我除了津津有味地欣赏他们在下棋过程中表现出的那种不寻常的个性之外，对棋本身我几乎毫无兴趣。我能从他们频频走出的某些妙招中学到一些东西，尽管我不见得能理解这些招数，而且我也并未打算深究其中的奥妙。不过，对我而言，这仍然是一项能吸引我的愉快且颇具启发的活动。类似的，对于几乎没有任何数学背景的读者，如果他们因为勇气或好奇而愿意加入到探索物质世界深层次的数学及物理原理的旅行中来，我希望本书展示的数学能带给他们某些感兴趣的东西。不必担心跳过某些方程式（我自己就常这样做），只要愿意，你可以跳过部分甚至整个章节，因为它们对你眼下的理解或许的确不太有用。本书提供的素材在难度和技巧上均有很大跨度，而书中其他地方可能会更对你的口味。你大可以蜻蜓点水式地浏览本书。我相信书中大量的交叉索引足以阐明某些你不太熟悉的概念，你只需按索引的提示回到以前未曾读过的小节就能弄清所需的概念和符号。

如果你是高一层次的读者，可能已经准备好要细细研读书中的每一个数学公式，但你或许并不愿意（或没有时间）验证我给出的种种命题。我在全书的数学部分中安插了一些练习题，其答案就肯定了这些命题的正确性。习题按难度分为3个层次：

*　表示非常简单；

**　表示需要稍加思索；

***　表示不太容易。

当然，你完全可以先跳过这些习题，这不会导致丧失阅读的连贯性。

如果你想要熟练掌握书中的各种（重要）数学概念，但对它们却并不完全熟悉，我希望这些练习能有效帮助你积累各种技巧。数学就是这样，一星半点的独立思考要比仅仅阅读一遍能够获得深刻得多的理解（如果需要参考答案，请登录网页 www. roadsolutions. ox. ac. uk）。

当然，没准你已经是这个领域的专家，对理解书中阐述的数学并无任何困难（绝大部分内容都是你熟悉的），你并不想花时间在那些习题上。不过，你会发现，对很多话题我都根据自己

的体会给出了一些与众不同（甚至非常不同）的见解。你或许有兴趣知道我对很多现代物理理论（如超对称、暴胀宇宙学、大爆炸的本质、黑洞、弦理论或M理论、圈量子引力理论、扭量理论以及量子理论的基础等等）所持的态度。毋庸置疑，在很多话题上我们的意见会相左，但争论本身从来就是科学发展的重要部分，因此我并不后悔将这些可能有悖于现代理论物理主流的观点公诸于众。

读者可能会认为本书实际上是在探讨数学和物理之间的关系以及两者的互动发展如何强烈左右着人们寻找更好的宇宙理论的各种动机。从目前的进展看来，这些动机的一个共同的基本要素是源于人们对数学的美感、深度和精密性的判断。显然，这种数学影响力可能至关重要，20世纪物理学中最成功的几项进展都与此相关：狄拉克的电子方程，量子力学的一般框架，爱因斯坦的广义相对论。但是，即使在所有这些例子中，物理学的考察——最终是观测证据——才是接受这些理论的最重要判据。今天，对于那些实质性地推进了人们对宇宙规律理解的诸多观念，充分的物理学判据（如实验数据，甚至实验的可行性）尚付阙如。因此，我们不得不问，仅仅数学上的可行性是否足以保障这些想法的正确性？这个问题极其微妙，我会在本书中不断挑起类似话题。我相信它们在别的地方从未得到过充分讨论。

虽然我会不时给出一些可能招致争议的观点，但每遇此情形，我都会耐心地向读者指明这一点。因此，本书确实可用作关于现代物理学核心理念（及其困惑）的一本真正指南。当然，你也可以权当这个主题已经得到了很好理解，因此在人类步入公元第3个千年之际，本书也可作为对现代物理学的忠实介绍而用于课堂教学。

符号说明

（当你熟悉了概念开始阅读的时候，会发现有些字符还是令人糊涂！）

在本书中，我在使用某些特殊字符时尽量保持前后一致，但不可能完全做到这样，因此这里对我所采用的主要用法作一交代将有助于读者更好地使用本书。

像 w^2，p^n，$\log z$，$\cos\theta$，$e^{i\theta}$或 e^x 等中的白斜体（希腊或拉丁）字母主要用于数学变量的传统表示，它们是数字量或标量；而那些公认的常数，像 e，i 或 π，以及公认的函数符号如 sin，cos 或 log 等，则用正体字母来表示。但标准物理学常数如 c，G，h，$\hbar$，g 或 k 则用斜体。

矢量和张量，在被视作（抽象）的对象时，用粗黑斜体表示，例如 $\boldsymbol{R}$ 是黎曼曲率张量，而它的各个元素则写作白斜体（包括其指标符号），如 R_{abcd}。为与 § 12.8 引入的抽象指标记法保持一致，量 R_{abcd}也用于表示整个张量 $\boldsymbol{R}$，如果这个量能够在上下文中得到清楚、适当的解释的话。抽象的线性变换均为张量，也用粗黑斜体表示，如 $\boldsymbol{T}$。抽象指标形式 $T^a{}_b$也可以用来表示这样的抽象线性变换，在适当情形下，指标的交错排列清楚地说明了它与矩阵乘积顺序之间的精确关系。因此，（抽象）指标表达式 $S^a{}_b T^b{}_c$表示两线性变换的乘积 $\boldsymbol{ST}$。对于一般张量，符号 $S^a{}_b$和 $T^b{}_c$还可以（根据上下文或在文中有明确规定）表示粗正体字母 **S** 和 **T** 所代表的矩阵的相应的列。此时 **ST** 表示相应的矩阵乘积。像符号 R_{abcd}和 S^a_b 的这种“双重解释”应不至于造成混乱，因为这些符号所服从的代数（或微分）关系在两种情形下的解释是相同的。这样的量的第三种记号——图示记法——有时也会用到，其描述见图 12.17，12.18，14.6，14.7，14.21，19.1 以及书中其他一些地方。

在很多地方，我需要将相对论的四维时空下的量与相应的普通三维纯空间下的量区别开来。这时我们用粗斜体如 $\boldsymbol{p}$ 或 $\boldsymbol{x}$ 来分别表示四维动量或四维位置，其相应的三维纯空间量则用粗正体 **p** 或 **x** 来表示。正像记号 **T** 表示一个矩阵而 $\boldsymbol{T}$ 表示一个抽象的线性变换，量 **p** 和 **x** 可以分别看成是对三维空间分量的“表示”，而 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{x}$ 则可认为有更抽象的、与分量无关的理解（虽然对此我不作特别严格的限定）。三维矢量 $\mathbf{a}=(a_1, a_2, a_3)$ 的欧几里得“长度”将写作 a，这里 $a^2=a_1^2+$

$a_2^2+a_3^2$，$\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 的标量积写作 $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$。标量积的这种“点”记号可用于一般 n 维情形，也可以用于抽象余矢量 $\boldsymbol{\alpha}$ 与矢量 $\boldsymbol{\xi}$ 的标积（内积）$\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\xi}$。

记号的复杂性主要出现在量子力学里，这个领域的物理量大多需要用线性算符来表示。文中我不采用那种在字母头上加“帽”（音调符号“^”）来表示熟悉的经典量所对应的量子算符的标准做法，我认为这样会造成符号间不必要的拥挤。（我采用的哲学立场是将经典量及其对应的量子符“等量齐观”——因此二者使用同一符号是公允的——只是在经典场合我们应意识到此时忽略了 $\hbar$ 量级的量，故经典对易性质 $ab=ba$ 能够成立，而在量子力学里，ab 与 ba 之间会有 $\hbar$ 量级的差别。）出于与上述内容保持一致的考虑，这种线性算符似应该用粗斜体字母（像 $\boldsymbol{T}$）来标记，但这么做将与我的这种哲学相冲突，并使上一自然段所要求的区分变得无效。因此，凡涉及具体的量，如动量 $\mathbf{p}$ 或 $\boldsymbol{p}$，位置 $\mathbf{x}$ 或 $\boldsymbol{x}$，我会依据本段所述的理由采用与经典情形相同的记号。但对少数具体的量子算符，也会采用如 $\boldsymbol{Q}$ 这样的粗斜体字母。

空心字母 $\mathbb{N}$，$\mathbb{Z}$，$\mathbb{R}$，$\mathbb{C}$ 和 $\mathbb{F}_q$ 分别表示自然数（即非负整数）系、整数系、实数系、复数系和有 q 个元素的有限域（q 是某个素数幂，见 §16.1），这是数学中的标准用法。相应地，$\mathbb{N}^n$，$\mathbb{Z}^n$，$\mathbb{R}^n$，$\mathbb{C}^n$ 和 $\mathbb{F}_q^n$ 分别表示这些数的有序 n 元组。它们是正规数学对象的标准应用。在本书中，这种记号将被扩展到像欧几里得三维空间 $\mathbb{E}^3$ 甚至更一般的 n 维空间 $\mathbb{E}^n$ 这样的其他标准数学结构上。本书中经常会用到标准的四维平直闵可夫斯基时空，它本身是一个“伪”欧几里得空间，因此我用 $\mathbb{M}$ 来表示这个空间（$\mathbb{M}^n$ 表示 n 维的闵可夫斯基时空——即 1 维时间加（$n-1$）个空间维的“洛伦兹”时空）。有时我用 $\mathbb{C}$ 来形容“复化的”，因此我们可以用 $\mathbb{CE}^n$ 来表示一个复欧几里得四维空间。空心字符 $\mathbb{P}$ 也可以用作形容词，用来表示“射影的”（见 §15.6），而作名词时，$\mathbb{P}^n$ 表示一个 n 维射影空间（如果清楚了这一点，你就会明白我用 $\mathbb{RP}^n$ 和 $\mathbb{CP}^n$ 分别指实的和复的 n 维射影空间）。在扭量理论（第 33 章）中，存在复四维空间 $\mathbb{T}$，它与 $\mathbb{M}$（或其复化的 $\mathbb{CM}$）以正则方式相联系，同样存在射影的 $\mathbb{PT}$。在这一理论中，还存在类光扭量的空间 $\mathbb{N}$（该字符的双重功效不会引起冲突），其射影版本是 $\mathbb{PN}$。

空心字符 $\mathbb{C}$ 作形容词用时不应与无衬线字体 C 相混淆，后者表示“的复共轭”（见 §§13.1，13.2）。这与 C 在粒子物理中的用法即电荷共轭表示基本相似，电荷共轭是指每种粒子与其反粒子交换电荷的运算（见第 24、25 章）。这种运算通常被认为应与另两种基本粒子物理运算联合起来考虑，这后两种一种是宇称 P，即镜面反射运算，另一种是时间反演 T。无衬线粗体有不同的功用，字母 $\mathbf{\mathsf{V}}$，$\mathbf{\mathsf{W}}$ 和 $\mathbf{\mathsf{H}}$ 最常被用作表示矢量空间。$\mathbf{\mathsf{H}}$ 专指量子力学的希尔伯特空间，$\mathbf{\mathsf{H}}^n$ 表示复 n 维希尔伯特空间。矢量空间的意义很清楚，是平直的。那些弯曲（或可弯曲）的空间用 $\mathcal{M}$，$\mathcal{S}$ 或 $\mathcal{T}$ 这样的字符来表示，特殊字符 $\mathscr{I}$ 表示类光无穷远。此外，我们还用到通常约定的拉格朗日量（$\mathcal{L}$）和哈密顿量（$\mathcal{H}$），它们在物理学理论中占有特殊地位。

目　录