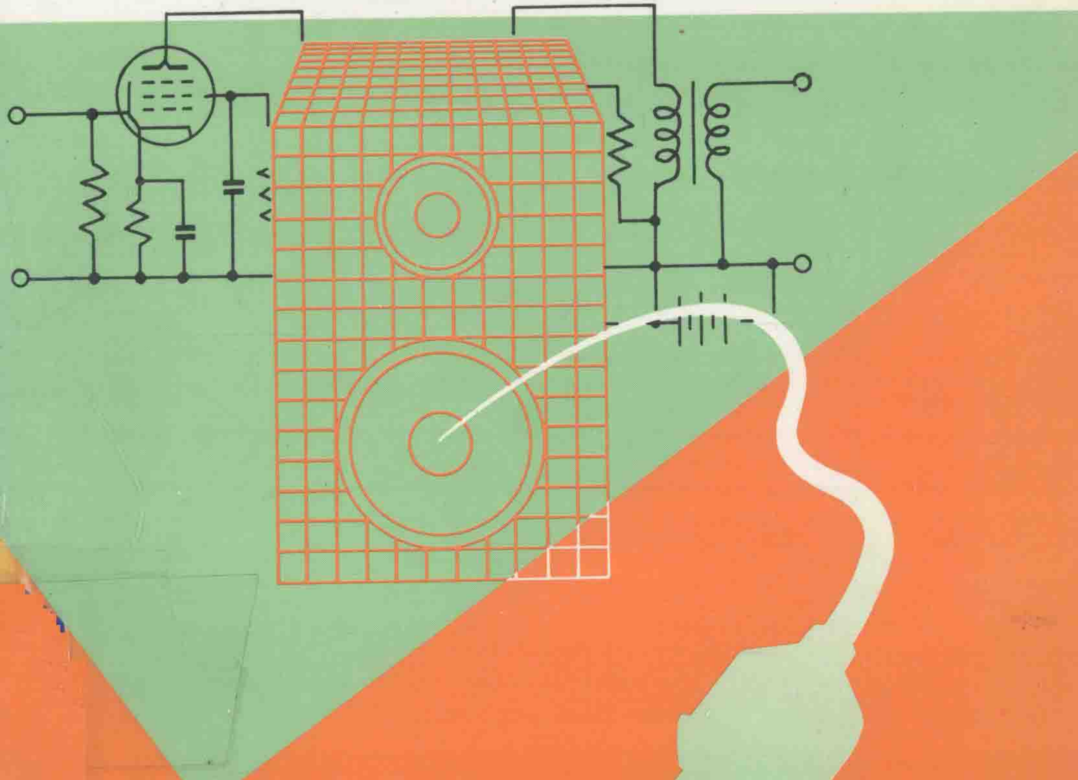
教育部審定
遵照教育部七十五年最新課程標準
工業職業學校

基本電學

下冊

柯坤煌・黃振盛 編著



正元圖書公司

教育部審定

基本電學

下　册

柯坤煌・黃振盛　編著

正元圖書有限公司

正文書局有限公司暨黃開禮君 ●法律顧問 李在琦大律師
正元圖書有限公司暨黃志強君 桂公仁大律師

基本電學（下）

編著者：柯坤煌・黃振盛

發行人：黃　志　強

基　價：

發行所：正元圖書有限公司
台北市重慶南路一段105號
電話：(02)381－3712
(02)311－0751
郵局劃撥帳號：0787070－6

印刷所：正元圖書有限公司
總銷處：正文書局有限公司
七十六年九月一日出版

本書局登記證字號：行政院新聞局局版台業字第3348號

目錄

第 8 章

直流暫態現象

電路中經常有啓閉開關的狀態，這種開關的啓閉對電路影響的時間因素爲響應時間（Response time），響應時間到底於何種情況下趨於消失，使電路電流或電壓波動湧浪歸於正常狀態，這對於電路保護設備規格的選擇有參考的必要，故這種電路突然的產生變動後，直至新的穩定狀態到達之前，其間必須經歷響應時間，而該特殊變化階段所顯示的現象，稱爲暫態現象（Transient phenomena）。

最常見的暫態現象有二種：

1. 電路原爲靜止狀態（Zero state），例如電路中無電流，突然把電流加入，或電壓突然加入，使得某電路中各部份之電流或電壓開始增加或建立。

2. 電路原已達穩定狀態（Steady state），突然使電路各部份已建立的穩定電壓或電流，突然移去或減少，如此電路中各部份之電壓或電流開始下降或衰減，以至於靜止狀態，稱此電路爲靜止輸入。

8－1 電阻—電容電路的暫態現象

一、RC電路內電荷的建立

由於C爲電容器，所以電壓加入R－C 電路後，將使電容器充電，其電容器兩極板便有電荷（ charge ）存在，建立起電位：$V_C=\dfrac{q}{c}$，如圖8－1所示，電路中R爲電阻，單位爲歐姆；C爲電容，單位爲法拉（F）；於R C串聯電路將開關S閉合，瞬間加入的電壓V，不但須供給電阻的壓降，且須克制電容的充電電位阻力，依

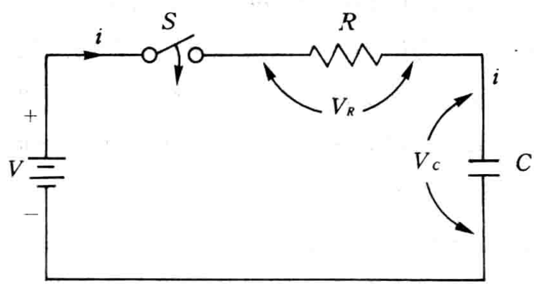


圖8－1　R－C串聯電路

克希荷夫定律，則

$$V=V_R+V_C$$

$$=Ri+\frac{q}{c}$$

瞬間充電電流為 i ，因 $i=\frac{\triangle q}{\triangle t}$ ，故上式可變成

$$V=R\frac{\triangle q}{\triangle t}+\frac{q}{c} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8-1)$$

(8-1)式係微分方程式，其中 V 、R 、C 均為常數，而 q 係應變數，隨著時間 t （自變數）而改變，解得

$$q=CV\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$V_C=\frac{q}{c}=V\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots (8-2)$$

$$V_R=V-V_C=Ve^{-\frac{t}{RC}} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8-3)$$

或 $i=\frac{\triangle q}{\triangle t}=\frac{V_R}{R}=\frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\leq\frac{V}{R} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8-4)$

以上式子之 e 為自然對數之底，即 $e=2.7182818\cdots\cdots$ ，對直流而言，當 $t=0$ 時，即是開關 S 閉合瞬間，由前8-2，8-3及8-4式子知 $q=0$ ，$V_C=0$ ，$V_R=V$ ，$i=\frac{V}{R}$ ，電容器可視為短路，線路的電流為最大等於 V/R。隨著閉合時間 t 之增加，電容器兩端慢慢被充電，極板上貯存電荷逐漸增加，電壓也漸漸增大，線路電流逐漸減少，即 $i=(V-V_C)/R$，直至新的穩定狀態，$t>5RC$，則因充電完成，$V_C=V$ ，此時 RC 電路如同斷路，電流 $i=0$ 。

電流 i ，壓降 V_C 、V_R 與時間 t 的關係可繪成圖8-2 所示的圖形。

例8-1　如圖8-1所示，設 $R=100\,\text{k}\Omega$ ，$C=0.05\,\mu\text{F}$ ，$V=10V$ ，求 $t=0$ 和 $t=10\text{ms}$ 時 i 和 V_R 、V_C 之值。

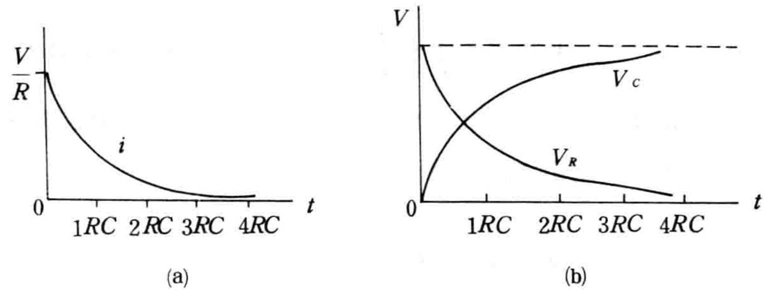


圖 8 - 2　(a)電流，(b)V_C、V_R 與時間關係

解：(1) $t=0$ 時由(8-2)式 $V_C=V\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)=V\left(1-e^{-0}\right)$

$=0\ (\mathrm{V})$

由(8-3)式 $V_R=Ve^{-\frac{t}{RC}}=Ve^{-0}=V=10\ (\mathrm{V})$

由(8-4)式 $i=\dfrac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}=\dfrac{V}{R}e^{-0}=\dfrac{V}{R}$

$=\dfrac{10}{100\,\mathrm{k}}=0.1\ (\mathrm{mA})$

(2) $t=10\mathrm{ms}$ 時，$V_C=10\left(1-e^{-\frac{10\times10^{-3}}{100\times10^{3}\times0.05\times10^{-6}}}\right)$

$=10\left(1-e^{-2}\right)=10\left(1-e^{-2}\right)$

$=10\left(1-0.135\right)=8.65\ (\mathrm{V})$

$i=\dfrac{V}{R}e^{-\frac{10\times10^{-3}}{100\times10^{3}\times0.05\times10^{-6}}}$

$=\dfrac{10}{100\times10^{3}}\ e^{-2}$

$$=10^{-4}\times 0.135$$

$$=13.5\ (\mu A)$$

$$V_R=V-V_C=10-8.65=1.35\ (V)$$

$$或V_R=Ri\ =100\times 10^3\times 13.5\times 10^{-6}=1.35(V)$$

$$或V_R=Ve^{-\frac{t}{RC}}=10\,e^{-\frac{10\times 10^{-3}}{100\times 10^3\times 0.05\times 10^{-6}}}=10e^{-2}$$

$$=1.35\ (V)$$

二、R–C電路內電荷之衰減

如圖8-3所示的串聯RC電路，設開關接至位置1一段時間，電容C已被充電至V值，電路之在穩定狀態，若將開關移至位置2，使RC 電路短路，則電容器中的電荷或其端電壓並不立即降為零，而是經過一段放電時間，電荷的能量經電阻而慢慢減少，直到最後穩定狀態。

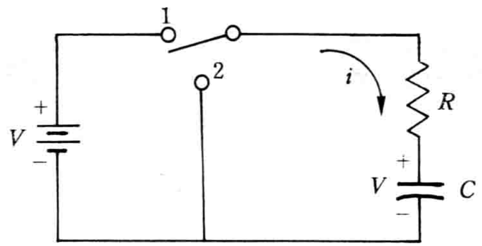


圖 8 - 3　RC串聯電路

當開關移至位置2瞬間，$t=0$時，此時電路方程式為

$$i=\frac{q}{t}=\frac{C\triangle V_C}{\triangle t}=i_R=\frac{-V_C}{R}$$

$$\frac{C\triangle V_C}{\triangle t}=-\frac{V_C}{R}$$，解得

$$i=i_R=-\frac{V_C}{R}=-\frac{V}{R}e^{\frac{-t}{RC}} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}5)$$

（負號代表放電電流方向與充電電流方向相反）

此隨時間而衰減的暫態電流如圖8-4所示，對應的電阻、電容暫態電壓為$V_R=Ri=-Ve^{\frac{-t}{RC}}$ ……………………………（8-6）

依克希荷夫定律，$V_C+V_R=0$，$V_C=-V_R=Ve^{\frac{-t}{RC}}$，如圖8-5所示。

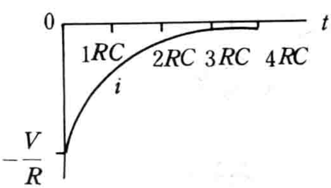


圖8-4　RC串聯電路暫態電流

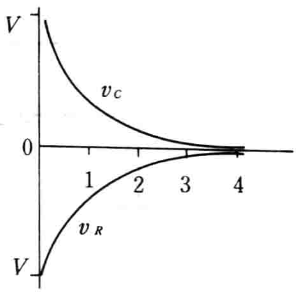


圖8-5　RC串聯電路暫態電壓

例8-2　如圖8-6所示，$R_1=100\,k\Omega$，$R_2=400\,k\Omega$，$C=10\,\mu F$，$V=10V$，則當開關S_1閉合，電容C充電至穩定後，將S_1打開，S_2閉合時，求$t=10$秒的電路電流

，和 V_{R1} 電位降。

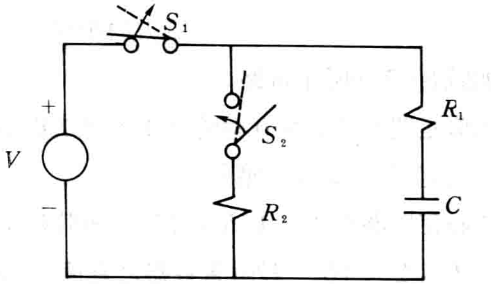


圖 8 - 6　暫態電路計算

解：由於穩定狀態下，電容器的電位爲 $V_C = V = 10$ V，S_2 閉合經過 10 秒時的電路電流爲 i，由 8 - 5 式子得知

$$i = -\frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$R = R_1 + R_2 = 100 + 400 = 500 \ (\mathrm{k}\Omega)$$

$$\frac{t}{RC} = \frac{10}{500 \times 10^3 \times 10 \times 10^{-6}} = 2$$

$$\therefore \quad i = -\frac{10}{500 \times 10^3} e^{-2}$$

$$= -0.2 \times 10^{-4} e^{-2}$$

$$= -2 \times 10^{-5} \times \frac{1}{7.39}$$

$$= -2.71 \times 10^{-6}$$

$$= -2.71 \ (\mu \mathrm{A})$$

$$V_{R1} = -R_1 \times i = -100 \times 10^3 \times 2.71 \times 10^{-6}$$
$$= -0.271 \text{ (V)}$$（負號表示與原方向相反）

例8-3　如圖8-7(a)所示電路

(1)假定開關在 $t = 0$ 時轉到1，試求經 10^{-3} 秒時電容器之電流 i_c 與端電壓 V_C 。

(2)假定開關在 $t = 1.5 \times 10^{-3}$ 秒時轉至2，試求在時間 $t = 2 \times 10^{-3}$ 秒時電容器之電流 i_c 與端電壓 V_C 。

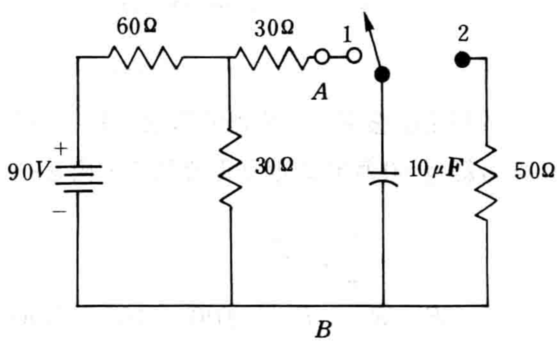


圖8-7(a)　例8-3圖

解：(1)先求AB兩端之戴維寧等效電路：其等效電阻如圖8-7(b)所示爲

$$R_{Th} = \frac{60 \times 30}{60 + 30} + 30 = 50 \ (\Omega)$$

其斷路電壓如圖8-7(c)所示爲

$$V_{Th} = \frac{90}{60 + 30} \times 30 = 30 \ (V)$$

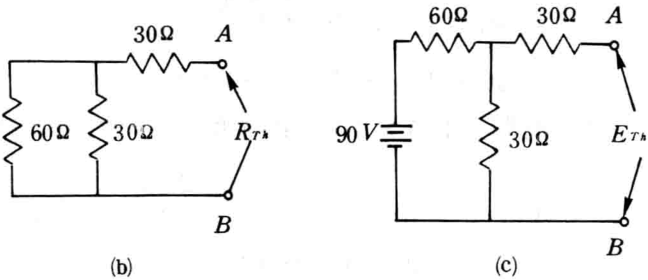


圖 8 - 7　戴維寧等效(b)電阻，(c)電壓

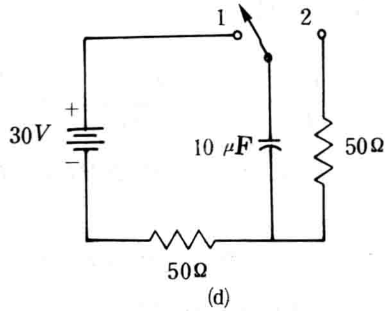


圖 8 - 7　(d)戴維寧等效電路

其等效電路如圖 8 - 7 (d)所示，在時間為 10^{-3} 秒時，通過電容器之電流 i_c 為

$$i_{c(t)}=\frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}=\frac{30}{50}e^{-\frac{10^{-3}}{50\times10\times10^{-6}}}$$

$$=0.6e^{-2}=0.6\times0.136=0.0816(\mathrm{A})$$

$$V_{C(t)}=V\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$= 30\left(1 - e^{-\frac{10^{-3}}{50\times 10\times 10^{-6}}}\right)$$

$$= 30\left(1 - e^{-2}\right) = 25.92\ (V)$$

(2)在時間爲1.5×10^{-3}秒時電容器之電壓V_C爲

$$V_{C(t)} = 30\left(1 - e^{-\frac{1.5\times 10^{-3}}{50\times 10\times 10^{-6}}}\right) = 30(1-e^{-3})$$

$$= 30\ (1 - 0.05) = 28.5\ (V)$$

開關在1.5×10^{-3}秒轉至2時電容器放電，故在時間2×10^{-3}秒時即表示其放電經0.5×10^{-3}秒，故電容器之電流i_C爲

$$i_{C(t)} = \frac{V_C}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{28.5}{50}\,e^{-\frac{0.5\times 10^{-3}}{50\times 10\times 10^{-6}}}$$

$$= 0.57\,e^{-1} = 0.20976\ (A)$$

$$V_C{}'_{(t)} = V_C\,e^{-\frac{t}{RC}} = 28.5\,e^{-\frac{0.5\times 10^{-3}}{50\times 10\times 10^{-6}}} = 28.5e^{-1}$$

$$= 28.5\times 0.368 = 10.488\ (V)$$

三、R–C電路之時間常數

式(8-2)，$V_C = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$中，使得$e$的指數$\frac{t}{RC}$等於1的時間$t$稱爲時間常數(Time constant)Tc，亦即R-C串聯電路中之時間常數爲

$$T_C = RC \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8\text{-}7)$$

若R之單位爲歐姆(Ω)，C之單位爲法拉(F)，則T_C之單位爲秒。時間經過1 T_C時，圖8-1電路的電容C充電至電源電壓V的$(1 - e^{-1}) = (1 - 0.368) = 0.632 = 63.2\%$；同理，時間等

於 2 T_C 時，$(1-e^{-2})=(1-0.135)=0.865$，$V_C$ 變為電源電壓 V 的 86.5 %。圖 8-2 的橫軸即以 T_C 作為時間的單位。

時間常數用來決定暫態時距的長短，R-C 充電電路中，於電阻為定值時，電容愈大，電荷儲存量愈多，故外施電壓要達到新穩定狀態值時，時間要愈長，同樣，當電容為定值時，電阻愈大，因充電電流小，故要把電壓輸送到電容器提高到穩定電位的時間，同樣要拉長。因此RC 之值實可控制電容器之充電或放電時間。

電容器完成充電或放電的時間可以用 5 倍的時間常數來計算，因為 $e^{-5}=0.007$，將使電容充電完畢，其端電壓等於電源電壓，電路呈斷路狀態；或使電容放電完成，電路達穩定狀態。

例8-4　試求下列各電路之時間常數 T_C：

(1) 100 kΩ 與 30 μF 之 R-C 串聯電路。

(2) 100 kΩ − 100 kΩ − 600 PF 之 R_1 - R_2 - C 串聯電路。

解：(1) $T_C=R\cdot C=100\times10^3\times30\times10^{-6}$

$=3\ (\mathrm{S})$

(2) $T_C=(R_1+R_2)\,C$

$=(100+100)\times10^3\times600\times10^{-12}$

$=12\times10^{-5}$

$=0.12\ (\mathrm{mS})$

例8-5　於圖 8-1 中，設 $V=10V$，$R=100\,\mathrm{k}\Omega$，$C=0.05$ μF，試求

(1)經充電 10×10^{-3} 秒時電路之電流 i 與 V_R，V_C。

(2)電容器充電至 5 伏所需之時間。

(3)完成充電之時間。

解：(1) $RC=100\times10^3\times0.05\times10^{-6}=0.005$

$$i=\frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}}=\frac{10}{100\times10^{-3}}e^{-\frac{10\times10^{-3}}{0.005}}$$

$$=10^{-4}e^{-2}=10^{-4}\times0.136=13.6\ (\mu A)$$

$$V_R=iR=13.6\times10^{-6}\times100\times10^{3}=1.36\,(V)$$

$$V_C=V-V_R=10-1.36=8.64\ (V)$$

或$V_C=V\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$$=10\left(1-e^{-\frac{10\times10^{-3}}{0.005}}\right)$$

$$=10\left(1-e^{-2}\right)=10\left(1-0.136\right)$$

$$=8.64\ (V)$$

(2) $V_C=V\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

$$=10\left(1-e^{-\frac{t}{0.005}}\right)=5$$

$$\therefore\quad 1-e^{-200t}=0.5$$

$$e^{-200t}=0.5=e^{-0.69}$$

$$\therefore\quad t=\frac{0.69}{200}=3.45\times10^{-3}\ (S)$$

(3) $T_C=RC=0.005$

完成充電之時間為$5\,T_C=5\times0.005=0.025\ (S)$

8—2 電阻—電感電路的暫態現象

一、R—L電路內電流的建立

如圖 8-8所示的電阻電感串聯電路，本為一種無電流之穩定狀態