

郑毓信 著

开放的小学数学教学



凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

Jiangsu Education Publishing House

ISBN 978-7-5343-8464-6

9 787534 384646 >

定价： 11.00 元

郑毓信数学教育论丛(1)

开放的小学数学教学

郑毓信 著

凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

开放的小学数学教学 / 郑毓信著. —南京：江苏教育出版社，2008.8

ISBN 978 - 7 - 5343 - 8464 - 6

I . 开... II . 郑... III . 数学课 - 教学研究 - 小学 IV .
G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 120983 号

书 名 开放的小学数学教学
著 者 郑毓信
责任 编辑 王建军
出版 发行 凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社(南京市马家街31号210009)
网 址 <http://www.1088.com.cn>
集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>
经 销 江苏省新华发行集团有限公司
照 排 南京水晶山制版有限公司
印 刷 常熟市兴达印刷有限公司
厂 址 常熟市赵市镇何村(邮编 215518)
电 话 0512 - 52381162
开 本 890 × 1240 毫米 1/32
印 张 5.875
插 页 1
字 数 145 000
版 次 2008 年 8 月第 1 版
2008 年 8 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5343 - 8464 - 6
定 价 11.00 元
批发电话 025 - 83260760, 83260768
邮购电话 025 - 85400774, 8008289797
短信咨询 10602585420909
E - mail jsep@vip.163.com
盗版举报 025 - 83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

总序：我与数学教育

1965年,21岁的我从江苏师范学院(现苏州大学)数学系毕业,由于家庭背景与其他一些原因,未能如愿成为一名大学教师,而是来到南京市第二女子中学,成了一名中学数学教师,由此也开始了我与基础数学教育的长期情缘。记得刚刚分到中学时,我的一位大学同学曾不解地提及:“郑毓信原来一直在搞高等数学,现在居然又一头转向了中学数学!”这或许就是我的一个主要特点:比较本分,通常不会怨天尤人,不管做什么事就想认真做好。

在中学一呆就是13年,其间最难忘的当然是史无前例的文化大革命,学校也早已由原先的女子中学改成了普通中学(南京市梅园中学)。但即使是在教学秩序受到很大冲击的当时,除非根本上不了课,自己又总想上好每一节课。记得1968年“复课闹革命”,就发生过因自己的数学课在学生中有较强反响而将工宣队员吸引进了教室这样的“故事”;自己还曾上过全区的公开课:这并非当时十分流行的“组合式”,如由工宣队员首先忆苦思甜,再由教师组织学生一起算剥削账,而是用辩证思想指导具体数学知识内容教学的一次实践。有点幸运的是,这一课例得到了当时负责全区教育工作的军宣队长的肯定,尽管学校分管教改的负责人曾专门打电话提醒“此人家庭出身不好,不宜表扬”,但我还是在全区总结大会上听到了对自己的表扬。

在中学期间自己不仅教过完全由“差生”组成的慢班,恢复高考后也教过“快班”,还当过数学教研组长,总的讲可以算一个好教

师。其间还在《中学理科教学》(当时由《数学通报》等几家刊物合併而成)发表了自己的第一篇教研文章,主要是谈如何采取联系的观点从事三角形和四边形的教学。尽管只拿到了8元钱的稿费,但在当时的学校已经成为一件新闻,因为那时教学类刊物很少,要发表一篇教研文章并非一件易事。

1978年国家恢复招收研究生,尽管没有很多时间进行准备,在报考南京大学哲学系自然辩证法专业的60名考生中,自己却很幸运地名列前茅,并最终成为4名录取者之一。后来在很多场合自己都曾被问及这样一个问题:“您在当时为什么会由数学转向哲学?”一个主要的原因是:在文化大革命期间除去“经典著作”以外根本不允许看其他的书,又正是通过阅读恩格斯的《自然辩证法》、《反杜林论》等著作让自己产生了对于数学哲学的强烈兴趣。例如,上面所提及的那堂全区公开课与教研文章就都是这种兴趣的一个直接反应。另外,自己当时已经34岁了,觉得搞数学年龄偏大,搞哲学则似乎不存在这样的问题。

1981年,三年的硕士研究生学习结束后留在南京大学哲学系任教。1985年首次出国参加国际学术会议,1986年评为副教授,1987至1988年赴英国伦敦政治经济学院(LSE)学术访问,1988年底破格提升为教授。10年的生活非常紧张,但也十分充实;尽管现在回忆起来仿佛只是一刹那,但也有很多事情让我终身难忘。

第一,尽管我已经成了一名专业的哲学工作者,甚至还戴上了哲学教授这样一个“头衔”,但始终没有完全脱离数学教育。因为,在1983年以后我曾长期为南京大学哲学系的本科生开设高等数学课程。尽管为哲学系的学生开设数学课实非一件易事,却使我在南京大学初步站稳了脚跟:我由于学生反映良好获得了南京大学首次评选的“优秀教学奖”一等奖(系里为我申报的只是二等奖),一些同事也因此戏言道:“你不就是依靠数学教育起家的吗!”

第二,感谢朱梧槚教授的引荐,使我有可能追随我国著名数学

家徐利治先生，并因此而在自己的整个学术生涯中自始至终获得了极大教益。特别是，就当时而言，正是在数学方法论方面的具体工作使我获得了学术研究的直接切入点，并由此于1985年出版了我的第一本著作《数学方法论入门》（浙江教育出版社）。令我十分高兴的是，尽管在发行初期曾遇到一定的困难，但依靠母校《中学数学》编辑部、特别是唐复苏教授的支持，这一问题很快得到了解决：5000册书在1个月内就邮购一空（值得提及的是，2006年，该著作再版发行。一本著作在20年后仍有一定的价值当然是对作者的极大肯定）。1991年广西教育出版社出版的《数学方法论》则是我在数学方法论方面的第二本著作，此书发行量至今已接近4万，有点出乎我的意料。

第三，我的两位导师夏基松和林德宏教授不仅在哲学上给了我直接指导，而且也在各个方面给了我很大帮助。人民出版社于1986年出版了依据我的硕士论文改写而成的《西方数学哲学》，其后江苏教育出版社又于1990年出版了我的《数学哲学新论》，后者主要反映了我1987至1988年在英国访问期间的学术收获。

第四，正是对于数学哲学的巨大兴趣促使我在赴英期间选择了英国伦敦政治经济学院作为主要的访问学校，因为，那里曾是国际著名数学哲学家拉卡托斯（I. Lakatos）工作过的地方，自己还有幸获得了拉卡托斯研究基金。我以关于拉卡托斯的一篇论文（发表于 *The British Journal for Philosophy of Science*, 1990, 9月号）结束了这次访问，这或许就从一个侧面反映了我通过这次访问所获得的巨大收获。在英期间我还曾应邀到牛津大学作了专题讲演（University Lecture on Philosophy of Mathematics），自己也因此受到很大鼓励：能登上牛津的讲台，今后在世界上就没有什公讲台能吓倒我了！

由于先期的经历使自己结下了深深的数学教育情缘，也由于

认为数学哲学应当对实际的数学活动发挥积极的促进作用,从1989年开始自己又重新转向了数学教育;但由于现在有了新的不同的身份(哲学教授),能否为数学教育界所认同就成了一个新的问题。感谢钟善基、曹才翰等前辈为我敞开了大门:我被邀请参加在上海师范大学召开的全国高等师范院校数学教育研究会1990年年会并作大会报告,从而就有机会与各位数学教育界的同行进行了初步接触;又正是通过参与1990年在北京召开的“五国数学教育会议”,自己结识了国际著名的数学教育家戴维斯(Robert Davis),这对于我后来在数学教育方面的进一步工作具有十分重要的影响。

1991年,感谢南京大学又一次为我提供了外访的机会(1991~1992)。这次是由美国联合基金会资助,访问的对象则是美国罗格斯大学(新泽西州立大学)数学教育研究所。后者是美国最为著名的数学教育研究所之一,接待者就是戴维斯教授。因在北京与我有过接触,他认为我是少数几个能同时很好理解中国与西方数学教育的人士之一,他并因此对我的访问表现出了很大热忱。他邀请我住在他自己家中,更为我提供了良好的工作条件。戴维斯教授在送我的一本著作上写下了这样的题词:“感谢您来此访问,希望我们能在一起合作工作很多很多年!”事实上,戴维斯曾希望我留在美国攻读数学教育博士学位,但由于一些客观原因未能真正实现;另外,由于戴维斯在我返回中国后不久猝然长世,自己就失去了和这样一位大师、可亲长者长期合作的可能性。

对美国的学术访问为我在数学教育领域中的进一步工作打下了良好基础,特别是,正是通过这一访问自己才有机会更好地了解这一领域中的最新发展。这事实上也就是我在1990年代所从事的一项主要工作,即是对国际上数学教育的一些最新发展作出综合介绍与分析,主要包括《问题解决与数学教育》(江苏教育出版社,1994)、《认知科学、建构主义与数学教育》(与香港大学梁贯成

先生合作,上海教育出版社,1999)、《数学教育的现代发展》(江苏教育出版社,1999)等。应当指出,自己当时并曾对1989年前后在美国得到正式开展的新一轮数学课程改革进行了专门介绍(相关论文曾在《数学教育学报》组织的调查中被读者列为“最受欢迎的文章”),这也就清楚地表明了自己对于数学教育改革的积极性。当然,作为问题的另一方面,我也清楚地认识到了这样一点:我们不应盲目地追随国际上的潮流,而应坚持自己的独立分析与必要批判。例如,这事实上也就是自己为什么会在2001年于成都召开的一次大会上公开声称我不是建构主义者的主要原因,尽管正是自己在国内最早对建构主义进行了系统介绍。

与上述的工作相比较,1995年由四川教育出版社出版的《数学教育哲学》更可被看成一种原创性的研究,其主要目的就是从哲学角度为数学教育奠定必要的理论基础。这一著作得到了普遍的肯定与好评,在1998年举行的第四届全国优秀教育类图书评选中获得一等奖,台湾的九章出版社也于同年出版了中文繁体字版。

就这一期间的工作而言,还应提及这样几件事:

第一,由于梁贯成先生的支持,自己得以先后3次对香港大学进行了学术访问,其间也曾应黄毅英先生的邀请到香港中文大学作学术讲演和短暂访问。这些访问不仅使我有机会更好地了解数学教育领域的最新进展,而且也能暂时摆脱日常教学的压力静下心来好好作一点总结与反思。较为可惜的是,由于语言的限制,自己未能利用这些机会对香港的数学教育多作一点可能的贡献;与此相对照,自己1997年对台湾为期两个月的访问似乎就没有任何特殊的困难[这是由台湾“中央研究院”数学研究所的李国伟教授安排的,这一访问的直接结果之一就是我们合作完成的《数学哲学中的革命》这样一本专著(九章出版社,1999)];特别是,自己利用这一机会作了十几场讲演,有在高等院校的,也有在基层学校的,甚至还有以中学生为直接对象的。在此应当特别感谢台湾九章出

版社的孙文先生在这一期间为我提供的种种便利与帮助。

第二,由于英国学术院的资助,在1997年,即首次访问的10年以后,自己有机会再次对英国进行了为期半年的学术访问。在这一期间我曾应邀先后赴伦敦国王学院、意大利罗马大学、米兰大学、德国柏林自由大学、荷兰德尔夫特大学等作学术访问和专题讲演。有点自豪的是:其中既有哲学系,也有数学系(所),甚至还包括计算机系,这种跨学科的现象应当说较为少见。

第三,自1992年以后,自己基本上每年都要参加由华东师范大学张奠宙先生等主持的“数学教育高级研讨班”,从而也就始终保持了与数学教育工作者的直接接触。总的来说,自己作为一个哲学工作者在数学教育领域中得到的“待遇”,可以说既有欢迎,也有排斥(如带着“笑脸”的拒绝:“老郑,你是搞哲学的,这次数学教育会议就不惊动你了。”);既有肯定,也有否定(如“数学哲学对于我国的数学教育基本上没有什么影响”)。但从反思的角度看,这些应当说都十分正常,还是“一笑了之,走自己的路”!

第四,这一期间还与王宪昌、蔡仲、肖柏荣、熊萍等教授先后合作完成了《数学文化学》(四川教育出版社,2000)、《数学思维与数学方法论》(四川教育出版社,2001)等两部著作。它们与先期出版的《数学教育哲学》一起合成了“数学·哲学·文化·教育系列”,这即可被看成我在这一领域中主要工作的一个集中展示。

自1999年正式启动的我国新一轮数学课程改革促使我将数学教育领域内的工作由主要集中于理论研究转到了更为关注实际的数学教学活动,而以下则就是自己在这一方面的一个自觉定位,即是希望能从学术角度对课程改革的深入发展作出应有的贡献,包括深入的理论分析以及必要的批判。另外,如果说“放眼世界,立足本土;注重理念,聚焦改革”正是自己在这一方面工作的一个基本立场,那么,坚持独立思考,坚持讲实话、真话就是这一时期中

各项工作的一个主要特点。尽管前些年自己曾在网.上看到“郑毓信对于课程改革是假拥护、真反对”这样一条批评意见，但我相信任何有过深入思考的人都会赞同这样一个想法：为了促进课程改革的深入发展，仅仅看到成绩是不够的，更为重要的应是“发现问题、正视问题、解决问题、不断前进”。

在这一期间，自己不仅在《教育研究》、《课程·教材·教法》、《全球教育展望》等教育类核心刊物上发表了 10 多篇论文，更在《中学数学教学参考》、《小学青年教师》(现《小学教学》)等专门性的数学教学类杂志上发表了大量文章，一些主要的论文并以论文集的形式先后由上海教育出版社正式出版：《数学教育：从理论到实践》(2001)、《数学教育：动态与省思》(2005)。这一期间自己还曾多次应邀为多种类型的教师培训作专题讲演，我十分感谢诸多教研员同志与基层教师对自己的信任，以及为组织这些活动所作出的努力。

还应提及的是，如果说在先前自己所关注的主要.是中学数学，那么，在这一时期中就对小学数学给予了更多关注。这同样也是自己的一种自觉选择，因为，在我看来，这是一种不应有的“两极分化”：中学的数学教育常常被认为附属于数学，小学的数学教育则更为明显地表现出了一般教育学与心理学的影响；进而，尽管上述的两种倾向就其表现形式而言似乎是互相对立的，但它们事实上又都是与数学教育的专业化直接相违背的。从而，就当前而言，所有具有数学背景的数学教育工作者就都应当给予小学数学更多的关注。当然，为了成为真正的“内行”，自己也作出了很大的努力：听一线教师的课，不仅听数学课，甚至还听语文课；看一线教师的文章，不仅看名教师的，也看普通教师的……由于时间和精力的限制，我还因此而放弃了一项教育部重大科研项目(资助金额 20 万)，甚至还引起了哲学圈内一些同志的误会；但是，我却不仅因为关注小学数学更为切实地体会到了自己工作的意义，而且也在各

个方面获得了很大启示和教益。

具体地说，自己就正是由一线教师以及各级教研员的积极反应获得了最大支持和鼓励，而这事实上也就是促使笔者写作这一“论丛”的主要原因，即是希望能为一线小学数学教师做更多的事情。我也希望这一“论丛”能够得到他们的认同，因为，这正是一个哲学工作者数学教育情结的延伸与继续。

郑毓信

2007年8月17日于南京大学

引言：“我们是真正的同志”

这是“郑毓信数学教育论丛”的第一本。全书分为理论与案例两个部分。从总体上说，突出强调理论与实际教学活动的联系正是这一著作的主要特点。特别是，数学教学的现实情况构成了第一部分中理论性论述的直接背景；第二部分中关于各个课例或教研文章的点评也力图超出直接的评论对象以真正做到“小中见大”，即能从理论高度指明普遍性的问题与努力的方向。

本书命名为《开放的小学数学教学》，集中体现了这样一个基本立场：与盲目追随某种数学教育理论或理念相比，应当更加强调理论的多元化，并通过深入的思考与分析，包括必要的比较与批判，从而作出自己的独立判断；与片面肯定某些教学方法相比，应当更加强调教学方法的多元化，并根据具体的教学内容、教学对象、教学环境（以及教师本人的个性特征）创造性地去进行教学，包括形成自己独特的教学模式或风格；教学中不应人为地去追求任何一种强制的统一或过分的规范，而应给学生的创造性活动留下更大的空间；我们也不仅仅惟一地注重具体数学知识与技能的学习，而应更加关注数学教育的“长期目标”，即数学思维方法的学习以及情感、态度与价值观的培养……简而言之，就是应当保持头脑的开放性，在任何时候都不应墨守成规、迷信盲从，而应坚持独立思考，包括积极地去进行新的探索，努力学习各种新的理论思想与教学方法，等等。

由于这一著作以小学数学教师作为直接的对象，自己则是一个大学哲学教授，因此，作为全书的引言，我也愿意向未来的读者

坦陈在写作这一著作时的一个基本心态：“我怕，但我不得不来！”（引自儿童绘画读本《鳄鱼怕怕与牙医怕怕》。感谢薛瑞萍老师为大家推荐了这样一本好书）

事实上，这也正是我每一次接到为小学教师作讲演的邀请，特别是在走上讲台开始演讲那一瞬间所应有的一种心情：面对成百上千的小学数学教师，自己多多少少总会感到一点紧张，有点不自在，有点怕！

“开玩笑吧？！您，一个老教师，一个大学资深教授，还怕走上讲台？还怕作报告？”

这话有一定道理：毕竟我已年过 60，大学毕业后整整从教了 42 个年头，曾上万次地（这可不只是形容词）走上讲台；我也算见过一些世面：除去国内各种类型的学术会议以外，还登上过牛津、伦敦、罗马、柏林等国际著名大学的讲台；自己当教授也已有近 20 年了……

但我还是有点怕，就像小孩进入了一个新的环境，有点不自在，不那么放松。因为，此时此刻的我，不知道能否得到各位的认同，不知道各位听者（或读者）是否会把我当成是“小学数学教育共同体”中的一员：不仅有着共同的关注、共同的愿望，而且也有着共同的语言，能自由地交谈，是真正的朋友……因为，我毕竟是一个大学教师，还是一个哲学教授！

然而，这些年来，又正是广大的一线教师给了我最大的支持和鼓励。当然，作为一个“童心犹存”的老教授，一个有着强烈数学教育情结的哲学工作者，自己也得作出一定的努力：听课，听吴正宪，听黄爱华，听朱乐平，听华应龙，还有许许多多叫得出名字和叫不出名字的一线数学教师；看书，看《小学数学教育》，看《小学教学》，看《小学数学教师》，还有多多少少记得住名字和记不住名字的文章……我甚至还旁听了整整 3 天的小学语文课，尽管没有任何特别的任务或邀请，却仍然乐不思归……

“您有点怪！”甚至连我母亲也感到了疑惑：“你怎么越搞越

‘小’了：从大学到了中学，现在又到了小学……”由于自己还因此而放弃了一个已经获得批准的教育部重点项目，出现以下的声音也就无足为奇了：“郑毓信已经做不动哲学了，所以只能去搞教育，搞小学数学教育了……”

感谢现任中央教科所所长的朱小蔓学长说出了我的心声：“我希望，让我的研究流泻出自己对人生、对教育理解的思想小河，从此把我带到心仪之所，进行自愿的人生劳作。”我更相信，这也是一线数学教师与我的一个共同心声：正是在这里，在数学教学中，我们更深切地感到了快乐，更深切地感受到了人生的意义。（顺便提及，也正是通过数学教育，自己对于究竟什么是哲学也有了更深的理解）

希望广大一线教师也能由阅读本书深切地感受到这样一点：我们是真正的同志！

最后，笔者并愿利用这一机会向《小学教学》编辑部的原主编蔡东彩同志表示特别的谢意。因为正是通过《小学教学》的约稿，自己才产生了与小学数学的最早联系。在同样的意义上，自己也应感谢《小学教学》现任主编殷现宾与其他有关同志、《教学月刊》的毛建华主编、《小学数学教育》的李志勇主编与贾振东主任、《课程·教材·教法》的王维花同志、《人民教育》的余慧娟同志，《小学数学教学》的郑君威主编与其他有关同志，《广西教育》的黄珍平主任等等。另外，应当感谢的还有多年来一直给自己很大支持的出版社的同志，包括江苏教育出版社的王建军和胡晋宾同志、四川教育出版社的刘玲同志、上海教育出版社的王耀东同志、广西教育出版社的黄力平同志、人民教育出版社的刘意竹、卢江同志，等等，因为，正是他们为我与一线教师的联系提供了最为重要的一条渠道。

愿我们能共同携手很多很多年！

郑毓信

2007年8月

目 录

总序：我与数学教育	1
引言：“我们是真正的同志”	1

I 理论部分：一步一步地前进

第一章 课程改革与数学教学	3
1.1 数学课程改革的三个阶段	3
1.2 数学教学方法改革之实践与理论思考	6
1.3 数学课程改革与教师的专业化发展	25
第二章 数学教学研究的若干热点问题	34
2.1 数学的文化价值何在、何为	34
2.2 数学教学的有效性与开放性	46
2.3 我国数学教学传统的继承与发展	55
第三章 数学教学与学习活动的现代研究	62
3.1 数学教学的现代研究	62
3.2 学习理论的现代发展	76

Ⅱ 案例部分：回顾与展望

第四章 关于评论的评论	101
4.1 大力加强数学教学研究的评论工作	101
4.2 加强学习,将课例分析做得更好.....	108
第五章 课例点评	115
5.1 小学数学课堂教学与数学课程改革	115
5.2 观课有感	125
5.3 由几节观摩课说开去	132
5.4 理论视角下的小学数学教学	145
第六章 教研文章点评	154
6.1 短评两则	154
6.2 读“有效课堂：数学教学的朴素追求”一文有感 …	159
6.3 做有高度自觉性的数学教育工作者	162
6.4 再谈“三角形边的关系”的教学	165
6.5 由“工厂要建造污水处理系统吗”谈开去	168