

电子学译丛

上海市电子学会編譯委员会編

3

上海市科学技术編譯館

电子学译丛征求选题及译稿启事

为了扩大稿源保证质量，编委会竭诚欢迎会员同志及广大读者提供选题和译稿。

(1) 读者对象：以本会会员及具有大专毕业以上水平的科研、教学及工程技术人员为主要对象。

(2) 稿件内容：反映国外无线电电子学发展方向、动态及水平的文章或报导；介绍国外无线电电子学新理论、新技术、新设备以及研究成果的科技论文；国外近期出版的电子学（或与电子学有关的）期刊中对我国当前生产、科研和教学有一定参考价值的论文。

(3) 选题范围：以无线电通讯广播与电视、微波理论与技术、电路与网络理论、电子器件、无线电元件与材料、电子仪器、无线电量测、电子计算技术、工业电子学、自动控制、信息论等方面为主。

(4) 译稿体裁：全文翻译、摘译或综合编译均可。

(5) 推荐选题简则：推荐选题请注明原著篇名、作者、期刊名称、卷期及起迄页数并附中文摘要 100-200 字，说明译稿体裁及本人是否可承担翻译工作。选题经编委会同意后，约请选题人翻译或另行组稿。

(6) 投稿简则：译文请用普通白话文体，文字力求简练扼要。译稿请用钢笔在稿纸上缮写，标点符号及数学公式尤需清楚，文中插图附表需将文字译出，数据抄全。译文不宜过长，原文较长时以压缩至一万字左右为宜。来稿时请注明原著篇名、期刊名称、卷期及起迄页数并附中文摘要。

(7) 译稿经编委会采用后，酌致薄酬。

(8) 来稿及选题请注明姓名、地址及工作单位，并寄上海市南昌路 59 号上海市科学技术翻译馆“电子学译丛”收。

上海电子学会翻译委员会

目 录

1. 波导及空腔理論.....	1
2. 具有屏蔽的 O 形薄膜介质綫	21
3. O 形薄膜介质綫的傳輸模式	28
4. 高 Q 值諧振腔的設計	36
5. 高 Q 波长計的設計	54
6. 求两穴网络負載阻抗的阻抗变换法	61
7. 波导管壁阻抗变化的散射系数	63
8. 空間电荷波在近代微波器件中的作用	70
9. 微波系統的热噪声	87
10. 量子放大器的基本原理及其发展与应用.....	115
11. 10KMC 頻段衰减量标准校正設備	124
12. 毫米波产生和技术的現况——1958.....	135

电 子 学 譯 丛 第四輯內容預告

电子学譯丛第四輯是电子仪器專輯,选刊有参考价值的論文十三篇,譯文約計十五万字。內容包括下列三个方面:(1)高頻計量方面,計有:頻率标准、衰减檢定裝置及电压檢定技术三篇;(2)新型測量仪器方面,計有:千兆赫示波器、4000 兆赫同軸綫測量仪、脉冲取样示波器三篇;(3)仪器主要元件的新設計及性能比較方面,計有:波导定向耦合器、間歇振蕩器、磁旋高速射束开关管、高压电源、直流放大器、低頻及甚低頻振蕩器、硅日光电池七篇。上列論文,有的提供了設計資料及計算方法;有的介紹了新产品的結構及性能;有的叙述了測量方法;有的对世界各国同类型产品性能作了比較。本輯选题精湛,譯文均由专业人員翻譯,并經有关专家审校,对科研人員及电子仪器設計工作者具有实际的参考价值。

1. 波导及空腔理論

(1) 研究波导及空腔严密理論的更普遍更一般的方法

R. A. Waldron

Electronic Technology, Vol. 38, No. 3, 1961, p. 98~105 No. 4, 1961, p. 140~147

No. 5, 1961, p. 178~183 (英文)

本文概述了进一步研究波导及空腔理論的方法。数学的叙述从簡,但在把物理状态化为数学問題的过程中所遇到的难点以及在研究中涉及的物理原理,則均將詳加討論。本文所用的方法,是从麦克斯韦方程导出一个波方程,然后解这个方程。把边界条件应用于这些解內,获得一系列方程式,这些方程式的一致性的表达式給出了特性方程。原则上,从特性方程能解出相位常数,但实际上,这往往是非常困难的。

許多教科书中叙述了波导及空腔的簡單理論,这是电气工程师、物理学家和数学家所受的一般教育中的一个部份。其中,討論了金属管形式的波导和金属壁封閉的空腔,波导及空腔中通常都是空气。在这理論中,可观察到某些特征。这些特征在理論所能适用的有限范圍內,也就是說在簡單波导和空腔的情况下一般是能够成立的。由于它的性质單純,微波科学家也就很习惯于这种理論。

然而,近几年来,較为复杂的波导及空腔已变得十分重要,而且簡單波导及空腔的特征对此已不能适用。对較为复杂的波导及空腔的理論認識,是經過长期的实践,依靠辛勤的劳动获得的,而且即使如此,文献中表明还有許多地方对它們的某些特性尚未得到充分了解。本文目的是討論与波导及空腔有关的电磁理論的某些一般特性,并提供一个适用于对各种波导和空腔进行研究的一般方法。

在下文中,我們把波导理解为这样一个系統:在这系統中所有的边界面都与一条沿 Z 軸方向的給定直綫平行。这些面所包圍的媒质可以是金属、介质或磁性的物质。介电常数及导磁率可以是实数、虚数或复数的标量或張量。如果这系統是一个波导,那末至少有一个面分隔了至少两种媒质。当任何这样的面都不存在时,我們就把它作为自由空間,或者說是一种无限介质或其他媒质,在其中,平面波可以在任何方向上传播。本文中,只討論不同媒质之間的一种或多种边界所引导的在 Z 方向进行的波。边界面可以是任何形式,只要它們可以由一条平行于 Z 軸运动的直綫作成就可以,例如圓形或矩形截面的柱体。一个波导可具有不止一个边界面,

例如涂有介质的金属綫或含有鉄氧体或介质棒的普通波导。

所謂空腔,是指如上述定义的波导,为垂直于 Z 軸的 $Z=Z_1$, $Z=Z_2$ 的平面所限制的部份。这是一种限制型空腔,为了便于进行討論而选定的。較为复杂的空腔,例如球状空腔,可以按討論限制型空腔时所用的方法进行研究。

先决問題

坐标系的选择

为了便于研究,尽可能采用一与所研究系統的对称性有关的坐标系。空間內一点的位置可由三个坐标, ξ 、 η 、 z 表示,在討論波导或空腔时,如果其柱面可由 $\xi=\text{常数}$, $\eta=\text{常数}$ 的方程式来表示,問題的研究就可以簡化。例如,如果研究一个圓形截面的金属波导,其中含有某种材料的截面也是圓形的同心棒(介质、鉄氧体或另一种金属),那么,显然应选择圓坐标,其中 $\xi=r$ 及 $\eta=\theta$ 。于是两个边界面就由 $r=r_1$, $r=r_2$ 所給定。

材料的理想化

实际問題的研究通过材料的理想化可以大大簡化。假使一种介质其損耗角的正切值很小,那么,为了計算方便起見,按一次近似法,它就可以用有同样介质常数的无耗介质来代替。金属可以作为一种理想导体。介质的低損耗角正切值或金属的大而有限的电导率的效应,可用微扰法来考虑。如果由近似法所产生的場分量的畸变甚小,在实际情况下,微扰

法将是适用的。

类似的方法可用于铁氧体及等离子体，但损耗很大的介质不能用这种方法加以理想化；损耗太大就不能近似地作为无损介质看待，也不能近似地作为一种理想导体看待。含有石墨粉的聚乙烯塑料介质就是这种材料的例子之一。

模型的选择

自然界所产生的问题很少能用严格的数学方法处理。为了计算的目的，实际问题必须予以理想化。理论物理学家的艺术，就在于选择一个能用数学方法处理的、尽可能普遍的、并力求准确的模型，同时，力求与实际的物理系统有足够的近似，以求得恰当的结果。

首先要决定据以研究问题的坐标系。实际上，媒质面决不是理想的几何面，但在研究问题时，可以把它们近似地看作几何面而不失其有效性。其次，如果媒质的实际外限上的场是可以忽略的话，则可以把最外面的媒质视为延伸至无限远，因此，对一个厚度较趋肤深度大得多的金属管来说，把它看作无限厚的假设是正确的，因为电磁场将被限制于管内，只有极少的能量穿入金属内部(图1)。但是，如果这管子是介质的，那末有相当一部分的电磁能是在管子以外，因此将外表面看作无限远，就不再正确了。说得更恰当一些，环绕介质管四周的空气也必需被看作是系统的一部分；如果管子的近旁没有障碍物使场成为可观的话，那末，就可以把空气看作是延伸至无限远的。

为了方便起见，常把媒质看作是无损耗的，虽然这可能是不必要的。例如，就含有空气的金属管所组成的简单波导来说，按基础理论，金属就被看作是一种理想导体，虽然把金属的有限电导率也加以考虑时，问题并不会变得十分困难。空气几乎是经常作为自由空间看待的，不仅因为它在一切实际用途

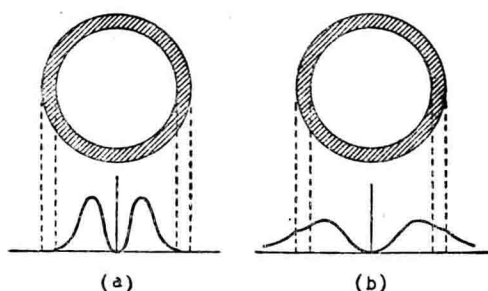


图1 金属波导管(a)和介质波导管(b)中的功率分布

中与自由空间的性质十分相近，而且它与自由空间性质之间的差别也将随着空气试样的不同而显著变化。

选择模型的目的在于使所选择的模型的模式谱与实际系统的模式谱相去不太远(这是一种合理的假定)。波导的每一种模式都有其特殊的本征值——相位常数 β (等于 2π 除以波导波长)和特殊的场分量。我们在说到某一种模式时，意思就是指它的场分量及其本征值。显然，一个含有空气的金属管和在其延伸至无限远的理想导体中的真空孔洞，它们的场图形及波导波长是不会相差得很大的。因此，后者就成为对前者作数学处理时的适当的模型。

如果在管的中心有着某种材料的一根细棒，假使此棒极细或其介质常数及导磁率与自由空间的介质常数及导磁率相差不大，那末仍旧可以应用这种模型。棒的存在将使场图形发生畸变，但对于各种可以辨识的模式来说，场图形与无细棒时还是十分相似，而畸变则可用微扰法计算。如果棒是粗的，譬如说超过波导半径的五分之一，而且介质常数与1相差很大，则畸变可以大到不可能在对应模式的场图形之间看出任何相似之处，而相位常数的值也不能用微扰法来准确地算出(图2)。在这种情况下，就有必要选择一个新的模型，例如一个延伸至无限远的理想导体，其中有一个含有无耗介质或铁氧体棒的洞孔，棒与理想导体之间的空间是真空的模型。对这样一个系统的模式谱已做过详细的研究^[1]，并且已证明无棒结构的每一种模式和有棒结构的单一模式相对应，反之亦然。

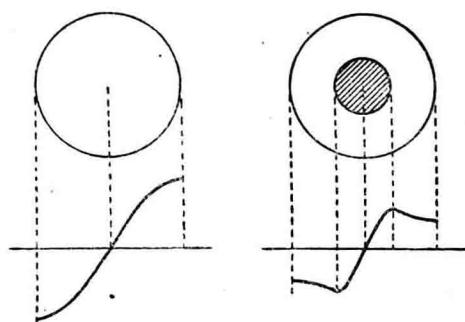


图2 有或无同心介质棒的波导中的纵向磁场分量

波导的命名

在讨论之前，先对某些类型的波导给以一定的名称。

简单波导，这个名称意味着其中只有标量媒质，

如金属、介质、真空或空气之类，而不存在铁氧体或等离子体（图3）。媒质可以是无损耗或有损耗的。一个波导，如果其中的媒质都是无损耗的，我们称之为理想波导。因此，一个理想波导可以包含理想的无损耗介质或铁氧体或理想导体。最后，如果电磁波的能量是被限制于单一的均匀媒质内（图4），则波导称为均匀的。要使能量限制于一种媒质之内，边界面外部的媒质必须是理想导体。我们分别用字母 H 、 S 及 P 来表示波导是均匀、简单或是理想的。显然理论上一个波导可以具备 H 、 S 、 P 三种性质中的一种，两种或三种，或者，一种也没有。

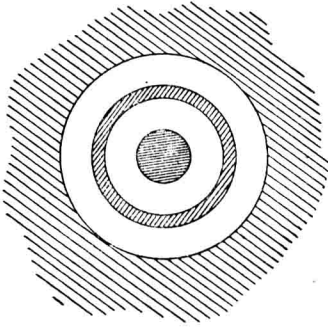


图3 在一简单波导中，可以存在任何数目的媒质，只要它们都是标量。在一理想波导中，可存在任何数量的媒质，它们可以是标量或张量，但必须是无损耗的。

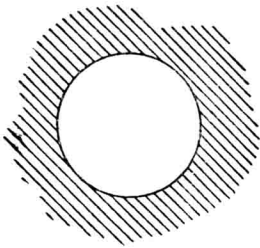


图4 均匀波导。画有斜线的部分延伸至无限远，代表一个理想导体，圆圈内部可存在任何均匀媒质。在 HSP 波导情况下，这媒质是一无耗标量介质。

最简单最基本的一种波导，是由单一边界面组成的，其外部为一理想导体，其内部则为均匀、无损耗、各向同性的介质材料。这就是 H 、 S 、 P 波导，普通用它来做最简单的实际波导的模型，金属管内包含一种各向同性、均匀、损耗很小的介质媒质。 H 、 S 、 P 波导的理论是众所周知的，很多概念曾在这一理论的发展中产生，例如 E 波与 H 波，阻抗及坡印亭（Poynting）矢量等。这些概念，使许多微波科学家

的看法受到影响，因而使得对非 H 、 S 、 P 波导的探讨变得比较困难。在本文的第二部分中将讨论一些例题，从中可以看到，在考虑较复杂的波导时，在 H 、 S 、 P 波导范畴内所形成的概念需要加以修正。

麦克斯韦方程及波方程

麦克斯韦方程

麦克斯韦方程为各种电磁学定律的总结，原则上可作为解决任何电磁理论问题的起点。然而基于各种不同的理由，实际上常不是这样的。有些材料本体所呈现的几何形状可能不容易用任何一种坐标系来表示，从而使得求得完全的解变得十分困难。如果研究者只希望探索一个单一的模式，例如传输线模式时，就可以用网络理论来处理它。但是，只要有可能，而且所需时间不过份多的话，总希望采用根据麦克斯韦方程求解的方法，因为这样做就可获得一组完全的解。尽管实际上只用一种模式，但是，同时了解其他模式的特性也是有好处的，例如，了解了不需要的其他模式的性能以后，就可以设法避免他们。

麦克斯韦方程的最一般的形式是：

$$\text{Div } \mathbf{D} = \rho \quad (1)$$

$$\text{Div } \mathbf{B} = 0 \quad (2)$$

$$\text{Curl } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \partial \mathbf{D} / \partial t \quad (3)$$

$$\text{Curl } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (4)$$

这里 ρ 为取散度的一点上的电荷密度， σ 为媒质的电导率。对于自由空间以外的媒质，我们更有以下的关系：

$$\mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \mathbf{E} \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H} \quad (6)$$

式中 ϵ_0 及 μ_0 为自由空间的电容率及导磁率； ϵ 、 μ 可为实数、虚数、复数标量或其元素可为实数，虚数或复数的张量，铁氧体的导磁率张量是唯一要考虑的。

$$\begin{bmatrix} \mu & -j\alpha & 0 \\ j\alpha & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

在等离子体时要考虑到电容率张量，

$$\begin{bmatrix} \epsilon & -jk & 0 \\ jk & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

如果时间变化是按 $e^{j\omega t}$ 的形式，因此 $\partial/\partial t = j\omega$ ，则传导电流可视为在一标量媒质中的位移 $\mathbf{D}$ 的虚数部份。于是方程(3)变为：

$$\text{Curl } \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \mathbf{D} \quad (9)$$

方程(4)变为:

$$\text{Curl } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \quad (10)$$

就方程(9)的右边来说,我们有 $\sigma \mathbf{E} + j\omega \epsilon_0 \mathbf{E}$; 亦即 $j\omega \epsilon_0 \mathbf{E} (\epsilon - j\sigma/\omega \epsilon_0)$ 。以 ϵ' 替代 ϵ 及以 ϵ'' 替代 $\sigma/\omega \epsilon_0$, 并写成 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$, 方程(9)就变成:

$$\text{Curl } \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} = j\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (11)$$

式中 $\mathbf{D}$ 现在是广义的位移电流, 包括传导电流在内。假使 ϵ 为一张量, 则为了说明传导电流张量的元素也可看作复数。其次, 电导率 σ 本身也可能是张量, 因此, 介质常数变成一张量, 虽然介质常数的实数部分可能是一个标量。

应该记住, 在任何实际的介质中, 除传导电流以外, 还会有介质损耗。一般说来, 介质常数的虚数部分就包含着这些损耗以及由于传导电流所引起的损耗。磁损耗也可发生, 虽然与传导电流并无相似之处。为了计及这些损耗, 可把标量相对导磁率 μ 写为 $\mu' - j\mu''$ 。同样, 在铁氧体情况下, 导磁率张量的各元素可写成:

$$\mu = \mu' - j\mu'', \quad \alpha = \alpha' - j\alpha''.$$

任何介质就它对电磁波的效应而言, 均可用电容率及导磁率的适当数值来表征其特性, 这就使我们有可能把推演及求解一个波方程的方法予以推广。不需要按不同类型的介质而采取不同方法。介质的主要类型是介质、铁氧体, 等离子体及金属或理想导体。对介质, 我们取标量相对导磁率 $\mu=1$, 标量复数相对电容率 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 。对于铁氧体, 我们取标量复数电容率及张量相对导磁率, 它们的元素 μ 及 α 皆为复数。对于等离子体来说, 相对导磁率又为 1, 而相对电容率则一般是一个具有复数元素的张量。金属则是 ϵ'' 甚大、 ϵ' 小而 μ 为 1 的一种介质。至于经常看作近似于金属的理想导体, ϵ'' 为无限大, ϵ' 及 μ 为零。

在解出波方程以后, 就容易代入导磁率及电容率的特殊值。在推导波方程中, 可从麦克斯韦方程的最一般形式开始, 任取标量或张量的 ϵ 及 μ , 而不考虑介质的性质。当最后按介质性质将 ϵ 及 μ 的正确值代入时, 就将得到正确的结果。这种方法的优点在于减少处理时凭经验估计, 从而减少了概念误差的可能性。此外, 同一分析法常常可以用于不止一个问题上。

这里我们可以令 $\rho=0$ 来简化麦克斯韦方程, 即可以不涉及自由电荷。

麦克斯韦方程的最一般形式, 现可写成:

$$\begin{cases} \text{Div } \mathbf{D} = 0 \\ \text{Div } \mathbf{B} = 0 \\ \text{Curl } \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} \\ \text{Curl } \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \end{cases} \quad (12)$$

可以顺便注意, 方程(1)的正确性并不因为对 $\mathbf{D}$ 的修正而有所改变, 根据电流一定要在闭合的回路中才能流动的事实, [2] 传导电流的散度是一定会消失的。

电容率或导磁率在大多数的介质中是标量, 因此某些简化是可能的。在这些情况下, 可写出 $\text{Div } \mathbf{D} = \epsilon \epsilon_0 \text{Div } \mathbf{E}$ 及 $\text{Div } \mathbf{B} = \mu \mu_0 \text{Div } \mathbf{H}$, 方程(12)的前两个式子变成:

$$\begin{cases} \text{Div } \mathbf{E} = 0 \\ \text{Div } \mathbf{H} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

但是如果 ϵ 或 μ 为张量, 则方程组(13)就不成立, 而必须用方程(12)。基于这种理由, M. K. S. 制就比 C. G. S. 制为佳, 因为在磁感应与场之间的区别是明确的。

波 方 程

对波导中的每一种介质, 都可由麦克斯韦方程推导出一个波方程。从这波方程可以解出场方程, 在两介质之间的边界面上, 在介质中的场分量必须满足某些条件。这一问题将在下一节“边界条件及特性方程”中加以讨论。本节只讨论波方程, 我们打算详细叙述怎样从麦克斯韦方程组的推导的过程, 这里, 只给出若干波方程的典型形式。

首先注意拉普拉斯算符可写成下式:

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (14)$$

此式可取作为 ∇_t^2 的定义。假使在适当的坐标系中将 ∇^2 全部写出消去 $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$, 则所剩者为 ∇_t^2 。换言之, ∇_t^2 为 ∇ 的横向分量, 可视为正规矢量。这样, 就可以写出包含 ∇_t^2 的波方程。

对真空而言, 波方程为:

$$\{\nabla_t^2 + k_0^2\} \left\{ \frac{E_z}{H_z} \right\} = 0 \quad (15)$$

对一均匀的标量介质, 则波方程为:

$$\{\nabla_t^2 + k_1^2\} \left\{ \frac{E_z}{H_z} \right\} = 0 \quad (16)$$

式中

$$k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \beta^2 \quad (17)$$

$$k_1^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu - \beta^2 \quad (18)$$

β 为相位常数 (亦即 z 的变化以 $e^{-j\beta z}$ 来表示)。 ϵ 及 μ 均为标量, 但可为实数、虚数或复数。

对于铁氧体,波方程为^[1]

$$\{(\nabla^2 + s_1^2)(\nabla^2 + s_2^2)\} \left(\frac{E_z}{H_z} \right) = 0 \quad (19)$$

式中 s_1 及 s_2 是铁氧体特性、相位常数 β 及量 $\omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ 的函数。对于等离子体,可以写出与 (19) 式相似的方程,但 s_1 及 s_2 将是不同的函数。这一情况 Suhl、Walker^[3] 以及 Hideya Gamo^[4] 曾讨论过。

Piefke^[6] 曾对具有下列性质的一种各向异性的媒质进行了研究:

$$\left[\begin{array}{ccc} \epsilon_t & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_t & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{array} \right] \left[\begin{array}{ccc} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \mu_t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (20)$$

没有一种天然的媒质具备这样的性质,这是一种人造媒质,由金属与介质层交迭而成,层与层之间的距离比波长小得多。 z 方向与各层的平面垂直。这种媒质的 E_z 及 H_z 的波方程是不同的,这与前面讨论过的媒质不同。它们是:

$$\begin{cases} \mu_t \nabla^2 + k_t^2 \} H_z = 0 \\ \epsilon_t \nabla^2 + \epsilon_z k_t^2 \} E_z = 0 \end{cases} \quad (21)$$

式中

$$k_t^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_t \mu_t - \beta^2 \quad (22)$$

波方程的解

波方程 (15)、(16)、(19) 及 (21) 适用于至少有一条直线轴线的坐标系,我们把它作为 z 轴的方向。到目前为止,对横向平面的坐标并未加什么限制,暂时我们可以把它们取作 ξ 及 η , 如在第 2 节第一部份那样。 ξ 及 η 应选择得使所有的边界表面都可用简单的方程来表示,最好用 $\xi = \text{常数}$ 或 $\eta = \text{常数}$ 的形式。例如,假使所有的边界面都是横截面为圆形的同心柱面,那么显然会应该选择一个 $\xi = r, \eta = \theta$ 的圆柱面坐标系,于是所有的边界面均属 $r = \text{常数}$ 的形式。

如果边界面的形状复杂,就不可能选择一个方便的坐标系。可是,大部份实际问题的情况都不是这样的。在实际问题中,可以把波方程的解写成如下的形式:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= f_1(\xi) \cdot g_1(\eta) \cdot e^{-j\beta z} \cdot e^{j\omega t} \\ H_z &= f_2(\xi) \cdot g_2(\eta) \cdot e^{j\beta z} \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

由麦克斯韦方程可求得以 E_z 及 H_z 表示的其他场分量 $E_\xi, E_\eta, H_\xi, H_\eta$ 的方程式,事实上,它们是

在推导波方程时可以附带得到的。

我们取柱面坐标作为例子,并给出各种波方程的解。方程 (15) 的解为:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \{ A J_p(k_0 r) + B Y_p(k_0 r) \} \cdot \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} p^\theta \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \\ H_z &= \{ C J_p(k_0 r) + D Y_p(k_0 r) \} \cdot \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} p^\theta \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

方程 (16) 的解是相似的,只要以 k_1 代 k_0 。方程 (19) 的解为^[6]:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \{ A J_p(s_1 r) + B Y_p(s_1 r) + C J_p(s_2 r) + D Y_p(s_2 r) \} \cdot \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} p^\theta \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \\ H_z &= \{ \tau_1 [A J_p^*(s_1 r) + B Y_p(s_1 r)] + \tau_2 [C J_p(s_2 r) + D Y_p(s_2 r)] \} \cdot \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} p^\theta \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中 τ_1 及 τ_2 是 $\omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ 、相位常数 β 及铁氧体或等离子体特性的函数。方程 (21) 的解为:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= \{ A J_p(k_t r \sqrt{\epsilon_z / \epsilon_t}) + B Y_p(k_t r \sqrt{\epsilon_z / \epsilon_t}) \} \cdot \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} p^\theta \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \\ H_z &= \{ C J_p(k_t r \sqrt{1 / \mu_t}) + D Y_p(k_t r \sqrt{1 / \mu_t}) \} \cdot \left\{ \frac{\cos}{\sin} \right\} p^\theta \cdot e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

在这些方程中, p 为包括零在内的整数, A, B, C, D 为以下述方法(见“波导特性方程的推导”一节)确定的任意常数。

边界条件及特性方程

边界条件

通常在教科书中的不同部份按媒质的性质对各种媒质之间交接面上的电场或磁场给出不同形式的边界条件。由于没有突出电磁现象的本质上的简单性,遇到具体问题究竟用什么边界条件才合适就产生了一定程度的混乱。对任何两种媒质之间的边界面,只需记住以下三点:

(1) 与边界面平行的场(电场或磁场)分量在边界面上是连续的,即无论从哪一边接近边界面时,场的值实际上都相同。

(2) 与边界面垂直的感应分量(电感应或磁感应),在边界面上是连续的。

(3) 场或感应的分量(无论电的或磁的)都不可

能是无限的,甚至在理想媒质中,理論上亦不可能。

应用这些規律我們能处理任何种类的交界面。对标量介质,处理是简单的。如果用以下有关磁感应的三个分量,那么,对具有張量导磁率的鉄氧体,亦无任何困难,

$$\left. \begin{aligned} B_x &= \mu_0 [\mu H_x - j\alpha H_y] \\ B_y &= \mu_0 [\mu H_y + j\alpha H_x] \\ B_z &= \mu_0 H_z \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

上式是指在 z 方向时的极化場。对金属可用同样的方法处理。对与金属表面平行的电场分量,可写出:

$$E_{d\text{平行}} = E_{m\text{平行}}$$

式中的下标 d 及 m 分别指与金属接触的介质(空气或真空)及金属。現在,假使 V 为在金属表面一点的电位, E_m 与 x 方向平行,則有:

$$E_{m\text{平行}} = \frac{dv}{dx} \propto \frac{I}{\sigma}$$

I 为电流密度, σ 为电导率。金属的 σ 甚高,所以除非电流密度极高,則 $E_{m\text{平行}}$ 及 $E_{d\text{平行}}$ 也必然甚小。对理想导体來說, σ 为无限大,如果 I 保持有限值,則 $E_{m\text{平行}}$ 及 $E_{d\text{平行}}$ 必为零。

对于电感应的垂直分量,我們有:

$$D_{d\text{垂直}} = D_{m\text{垂直}}$$

如果把媒质 d 作为自由空間,則有:

$$\epsilon_0 E_{d\text{垂直}} = \epsilon \epsilon_0 E_{m\text{垂直}}$$

和在自由空間及介质之間的边界面那样,令

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon' - \frac{j\sigma}{\omega \epsilon_0} = -\frac{j}{\omega \epsilon_0} (\sigma + j\sigma'')$$

即把介质常数的实数部份看作电导率的虚数部份。对于金属, σ'' 远小于 σ , 可略去不計。于是我們有:

$$\epsilon_0 E_{d\text{垂直}} = -\frac{j\sigma}{\epsilon_0 \omega} \cdot \epsilon_0 E_{m\text{垂直}} = -\frac{j\sigma}{\omega} \cdot E_{m\text{垂直}}$$

两种事实是显然的:第一, $E_{d\text{垂直}}$ 比 $E_{m\text{垂直}}$ 要大得多,因此,可以存在一个大的垂直于金属表面的电场,但并不貫穿表面;第二,金属中的电场虽小,但与金属外部电场有 90° 的相位差。对理想导体, σ 为无限大而 $E_{m\text{垂直}}$ 必然为零,但 $E_{d\text{垂直}}$ 仍可以为有限值。 $E_{m\text{垂直}}$ 不可能为有限值,因为这需要 $E_{d\text{垂直}}$ 成为无限大;而这就意味着一个具有无限能量的波。

就磁場分量而言,

$$H_{d\text{平行}} = H_{m\text{平行}}$$

$$B_{d\text{垂直}} = B_{m\text{垂直}}$$

对于大多数金属,尤其是銅,相对导磁率为 1。(我們不考虑鉄磁性金属及合金,因为它们不用作波导材料),于是:

$$B_{\text{平行}} = \mu_0 H_{\text{平行}}$$

$$B_{\text{垂直}} = \mu_0 H_{\text{垂直}}$$

在金属内部及外部都如此。可是,如果把一种理想导体作为金属的近似体,那就要考虑由麦克斯韦方程所决定的 E 及 H 間的关系,理想导体的 $\mu=0$, 所以 $B_{\text{平行}}$ 及 $B_{\text{垂直}}$ 均必为零。这并不影响 $H_{d\text{平行}} = H_{m\text{平行}}$ 的关系,因此仍可能有一个磁場的有限平行分量。垂直分量可写成

$$B_{d\text{垂直}} = \mu_0 H_{d\text{垂直}} \text{ 及 } B_{m\text{垂直}} = \mu \mu_0 H_{m\text{垂直}} \text{ 即}$$

$$H_{d\text{垂直}} = \mu H_{m\text{垂直}}$$

因 $\mu=0$, $H_{d\text{垂直}}=0$, 亦即在外部与理想导体面垂直的磁場分量在表面上消失。但是, $H_{m\text{垂直}}$ 并不一定为零。

波导特性方程的推导

我們現已获得場分量的解,这些解是媒质性质、位置、相位常数 β 及某些任意常数的函数。同时也知道两媒质之間的边界表面上必須滿足的物理条件。往下的几个步骤是求出 β 的值,利用此值以决定任意常数。注意这些常数在場方程內是以綫性出現的(即仅为一次幂)。而且,边界条件也只包含綫性的場分量或它們的导数。当以各場分量的場函数在边界条件之一中代替場分量时,則在結果所得的一个方程式中,任意常数是綫性的。本文的第二部分中将举例說明这一情况。

再者,在此方程式中,沒有不包含任意常数的項,这样的方程式称之为对任意常数是齐次的(所有的項均属同次(一次))。假定波导的場方程中有 n 个任意常数,那么,以其中任一常数除一下,就得到 $n-1$ 个任意常数的非齐次方程。应用 $n-1$ 个边界条件,就可得到一組方程,如果系数已知,就可从中解出这 $n-1$ 个任意常数。这些系数是边界面的位置以及媒质性质的函数,这都是已知或可以加以規定的。它們也是 β 的函数,但仍然有待决定。

現在取另一个边界条件。这样我們对 $n-1$ 个未知数就有 n 个方程式,或者,如果沒有除过的話,对 n 个未知数(任意常数)就有 n 个綫性齐次方程。这些方程互相一致的条件是系数的行列式等于零。这是容易看出的:如果这一組公式是一致的,則任何一式都可用所有其他式的綫性和来表示,而在一个行列式內,如果一行或一列可用其他各行或列的綫性和来表示,則行列式一定为零。行列式等于零就給出一个方程式,其中仅有的未知数是 β 。这个方程就是特性方程,一旦 β 从此式求得,便可从这一組綫

性方程简单地求出各任意常数,因而場分量就知道了。

到目前为止这种方法是简单的,如果选定了适当的模型,要得到一个特性方程并无多大困难。有时候,模型和实际情形可能不很近似,这就限制了这种处理方法的價值,但是在大多数場合下这种情况不一定会出现。模型不理想的一个例子是 Piefke^[5] 討論过的盘形綫問題(disc line),其中由金属及介质薄层交迭而成的媒质,被看作一种各向异性的均匀媒质。按此方法得到了一个合理的近似,但与周期性结构有关的波导特征沒有能够表示出来。

对 HSP 波导,特性方程往往相当简单;例如,若波导为圆形横截面,特性方程的形式是:

$$J_p(ka) \cdot J'_p(ka) = 0 \quad (28)$$

式中 p 为一个整数(包括零), a 为波导的半径,而 $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \epsilon \mu - \beta^2$, ϵ 及 μ 为波导材料的相对电容率及导磁率。可令左边的任一因子等于零:

对 E 模式,给出:

$$J_p(ka) = 0 \quad (28a)$$

对 H 模式,给出:

$$J'_p(ka) = 0 \quad (28b)$$

频率既定,从这些方程就可以很容易解出 β 。令 $\beta = 0$ 可得截止方程:

$$\left. \begin{aligned} J_p(\omega a \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}) &= 0 \\ J'_p(\omega a \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu}) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

波导半径给定以后,式(29)就给出各种不同的模式的截止频率。对这一例子,给 p 一个定值并取方程(28a)或(28b)的 q 次解,就确定出一种模式;这就分别给出了模式 E_{pq} 或 H_{pq} 的相位常数。

特性方程往往难于解出,所用方法在本文討論范围之外。微波科学家对解的结果比对求得这些解的方法更感兴趣。当波导离 HSP 的条件愈远这种困难愈增加。例如,如果所研究的是有耗媒质,或者包括更多的边界面,或者张量媒质代替了标量媒质,或者含有一种其性质是位置函数的媒质……那么,特性方程将更为复杂。目前对复式波导有着极大兴趣,而许多类型正等待着人們的詳細研究。但是对两种特别重要的波导,已作过模式譜的詳細研究。其中之一是波导壁系以螺旋繞綫組成,它被看作作为一种无限薄的各向异性的傳导表面,整个波导用損耗性介质包围起来^[7](图5);另一种是用理想导体所限制并含有受纵向磁化的任意半径的铁氧体同心棒的圆形横截面的波导^[1](图6)。

令 $\beta = 0$ 求出一个截止条件,有时可使特性方程

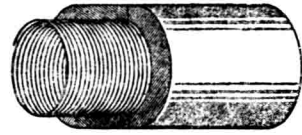


图5 螺旋綫波导



图6 铁氧体載荷柱面波导

有某些简化。通常不可能把特性方程化为两个因子(HSP 波导的特性方程是一个例外的简单例子),但是截止方程却常可以分析成两个因子,这就大大简化了模式名称的决定。因为发现,由截止方程对之一给出的模式与 HSP 波导的 H 模式性质有关,而另一截止方程对所给出的模式,则与 HSP 波导的 E 模式的性质有关。而且,截止方程式的解說明对一组给定的参数(系统的几何形状,媒质的性质)有哪些模式能够傳播,而这种資料就可作为解出特性方程的起点。这个方法曾用于有铁氧体的圆形横截面波导^[1]。但是,在含有横向磁化铁氧体片的矩形截面波导問題中,这方法却失败了,因为截止方程不能分成两个因子,仍然和求解特性方程同样困难。这正是迄今尚未能对这类波导进行詳細研究的部分原因,虽然 H_{10} 模式早已討論过,^{[8][9]} Barzilai 及 Gerosa^[10] 曾作了较为一般但不够詳細的討論。

空腔的特性方程

一个具有有限长度的波导其終端为与 z 軸垂直的理想导电表面所限制而成的空腔,其特性方程与波导的特性方程在形式上是相同的。但是,在 z 向的波长現在是由空腔的长度 l 决定,所以这个特性方程就不是解出 β 来。波长为 $2\pi/\beta$, 长度 l 必須为半波长的整数倍,于是:

$$\frac{2\pi}{\beta} = \frac{2l}{n} \quad (30)$$

式中 n 为一整数。这些模式現以三个整数(p 、 q 及 n)所表征。在特性方程中, β 为 $n\pi/l$ 所代替,而有关的媒质与几何形状的性质均已给定。对空腔可饋給任何频率,但仅在频率能滿足特性方程时,空腔始有反应。 p 及 n 之值必須代入,于是在两个系列中将存在无限个频率許可值。在一系列中的 q 次值与 H_{pqn} 模式相对应,在另一系列中的 q 次值则与

E_{pq0} 模式相对应。

若 $n=0, \beta=0$, 则特性方程与相应波导的截止方程相同。在这两种情况, 所有其他参数均經给定, 有待于求解的是频率, 所以研究波导中的截止条件, 在数学上, 而且最后在物理学上, 与研究相应空腔的 E_{pq0} 及 H_{pq0} 模式是同一个問題。

Heller^[11] 及 Bussey 与 Steinert^{[12][13]} 曾对含有同軸鉄氧体棒的圆形横截面空腔的 H_{pq0} 模式进行了研究, 得出的特性方程与相应波导的 H 模式的截止方程等效(見参考文献[1]), 可以作为我們这里的一个例子。

結 論

关于获得任何波导以及任何可以视为从波导切割下来的空腔的特性方程已阐述了一个方案。特性方程的求解一般是很困难的, 这里未加討論。在波导情况下, 先对截止方程进行研究, 問題可以简化, 但这一点并不是总能够做到的。

在給数学家提出任务的同时, 文中也指出了数学家需要努力以赴的某些困难所在。

这些原理在某些問題上的应用将于第二部分中加以阐述, 在那里将指出一种更为普遍的方法。从波导观点来看的傳輸綫模式以及在波导中某些模式不存在等問題将在下文中加以研究。事实上, 这些不存在的模式并不如一般想法中的不存在, 它們是与双导体波导的傳輸模式有关的。

(2) 波导的实例及特点討論

上文所阐述的方法在本文中将来研究两个实例: 其一为含有空气的圆形截面金属管波导, 另一为同軸綫, 用普通介质作为內导体以代替理想导体。这个方法能处理損耗問題, 并且可以对 E_{p0} 模式进行探討, 这种模式通常认为不存在, 但事实上它在波导內能够傳播, 不过傳播比較困难。同軸綫的傳輸綫模式在性质上与波导的 E_{p0} 模式有关。最后, 討論了一般波导的 E 及 H 模式的性质, 功率流动以及阻抗概念。

上文^[1] 阐述了波导及空腔理論研究的普遍方法。本文将用該方法来研究两个实例: 其一为含有空气的金属管波导, 另一为同軸綫。我們將采取較通常更为一般、更帶有普遍性的模型; 当然处理起来也比較复杂, 但可获得比通常适用范围更广的結果, 从中能得到对模式譜結構的更为深刻的見解。

参 考 文 献

- [1] R. A. Waldron: J. Brit. Instn. Radio Engrs., 1958, Vol. 18, pp. 597~612, 677~690, 733~746.
- [2] B. Hague: Methuen's monographs, 1946, p. 53.
- [3] H. Suhl, L. R. Walker: Bell Syst. Tech. J., 1954, Vol. 33, pp. 579~659, 939~986, 1133~1194.
- [4] Hideya Gamo: J. phys. Soc. Japan 1953, Vol. 8, pp. 176~182.
- [5] G. Piefke: Arch elekt Übertagung, 1957, Vol. 11, pp. 49~59.
- [6] R. A. Waldron: J. Brit. Instn Radio Engrs, 1959, Vol. 19, pp. 347~356.
- [7] S. P. Morgan and J. A. Young: Bell Syst. Tech. J., 1956, Vol. 35, pp. 1347~1384.
- [8] B. Lax, K. J. Button & L. M. Roth: J. Appl. Phys., 1954, Vol. 25, pp. 1413~1421.
- [9] R. F. Soohoo: Proc. Inst. Radio Engrs, 1958, Vol. 46, pp. 788~789.
- [10] G. Barzilai, G. Gerosa: Nuovo Cim., 1958, Vol. 7, pp. 685~697.
- [11] G. S. Heller: Paper presented at the International Congress on Microwave Circuits & Aerials, Paris, October, 1957.
- [12] H. E. Bussey, L. A. Steinert: Proc. Inst. Radio Engrs., 1957, Vol. 45, pp. 693~694.
- [13] H. E. Bussey, L. A. Steinert: Trans. Inst. Radio Engrs., MTT 6, 1958, pp. 72~76.

对这些問題, 教科书中通常将金属作为理想导体, 将空气的性质看作和真空一样。我們采用的方法将得出这样的結果: 它的一般形式可以計及金属有限傳导性及在空气中的損耗; 在以真空代替空气, 以理想导体代替金属时, 則可得和通常一样的結果。而且还可找出若干在通常探討中不能了解的模式的一些性质。

方法概述

此方法在第一部分已作了充分阐述,为了阅读方便起见,这里再作简单的说明:

由麦克斯韦方程组出发导出包含独立变数 E_z 及 H_z 的一对波方程, z 为波导轴的方向。波方程的解给出以几个任意常数及相位常数表示的 E_z 及 H_z 。从麦克斯韦方程可获得以 E_z 及 H_z 表示的其他场分量。然后,应用边界条件可得出若干与任意常数有关的方程式。如所取边界条件数目与常数数目相同,即可消去这些任意常数而得出只含未知数为相位常数 β 的一个方程式,这叫做特性方程。假使确定了 β , 那些任意常数亦可确定,从而场分量就可以知道了。

直到特性方程为止,处理方法是简单的,分析可



图1 金属管波导

能比较枯燥,但其中并无大的困难。在下面的实例中,特性方程的推导只简单提一提,重点放在特性方程本身的讨论上。

圆形横截面波导

这里讨论的波导由一圆形横截面金属管组成,其中含有空气。这里将考虑两种模型:一种是教科书中通常讲的模型,将波导看作均匀、简单、理想(HSP)波导。所谓简单波导是指其中仅有一种标量媒质,如金属、介质、真空或空气而不是铁氧体或等离子体。所谓理想波导是指其中所有媒质都是无损耗的。波的能量如果被限制于边界之内,而边界面所包围的是一种单一的均匀媒质,则波导就称为均匀的。在这种情况下,边界面以外的媒质必须是一种理想导体。对这种模型,金属以理想导体代替,其内部的空腔看作真空。我们要用的第二种模型是更为普遍的,首先,把空气看作损耗性标量介质,其次,将金属就当作金属来处理。所作的近似是把金属作为延伸至无限远处,因为在实际情况中,金属厚度与趋肤深度比较起来要大得多,这种模型与实际波导的差别是很小的。

均匀简单理想(HSP)模式

对这种模型,取自由空间的电容率及导磁率作为媒质的电容率及导磁率,即 ϵ_0 及 μ_0 。根据麦克斯韦方程,即可得出波方程为:

$$\left. \begin{aligned} (\nabla^2 + k_0^2) E_z &= 0 \\ (\nabla^2 + k_0^2) H_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \beta^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 (1 - \nu^2)$

$$= \frac{4\pi^2}{\lambda_0^2} (1 - \nu^2) \quad (2)$$

及 $\nabla^2 = \nabla^2 - \partial^2 / \partial z^2$, ∇^2 是在适当的坐标系(本例中为柱面系 r, θ, z) 完全写出拉普拉斯算符 ∇^2 后,去掉 $\partial^2 / \partial z^2$ 所余下来的部分。方程(2)可看作归一化相位常数 ν 的定义;说得更明白些, $\nu = \lambda_0 \beta / 2\pi = \lambda_0 / \lambda_g$, 式中 λ_0 及 λ_g 分别为在自由空间及在波导中的波长。

方程(1)的解为:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= A J_p(k_0 r) e^{-j p \theta} e^{-j \beta z} e^{j \omega t} \\ H_z &= B J_p(k_0 r) e^{-j p \theta} e^{-j \beta z} e^{j \omega t} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 p 为一个整数,而 $J_p(x)$ 为 p 阶及宗量为 x 的第一类贝塞尔函数。第二类贝塞尔函数不会出现,因在 $r=0$ 处,该数趋于无限大,而场必需是保持有限值。其他的场分量为:

$$\left. \begin{aligned} k_0^2 H_r &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \frac{p}{r} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_z - j \nu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right\} \\ k_0^2 H_\theta &= -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ j \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{p \nu}{r} H_z \right\} \\ k_0^2 E_r &= -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ j \nu \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{p}{r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} H_z \right\} \\ k_0^2 E_\theta &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ -\frac{p \nu}{r} E_z + j \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

教科书中通常这样说:根据方程(1)的形式,可考虑两系列模式: $E_z \neq 0$ 而 $H_z = 0$ 的各种 E 模式以及 $E_z = 0$, 及 $H_z \neq 0$ 的 H 模式。这一点首先由瑞利(Rayleigh)提出而后几乎为每一个有关波导理论的作者所重复。从下面的讨论可以看到是有两系列模式;但这是偶然的巧合,而不是由于式(1)含有 E_z 或 H_z , 同一方程并不含有这两者。以后我们将回过头来再讨论这一点(参阅“ E 模式及 H 模式”)。

我们现在应用边界条件。因有两个任意常数,所以利用两个条件。首先,在 $r=a$ (a 为波导面半径), E_z 必须消失,因它与理想导体平行。于是根据方程(3)的第一式有:

$$J_p(k_0 a) = 0 \quad (5)$$

其次,在 $r=a$ 处, E_θ 必須为零。根据方程 (4), 这就需要

$$-\frac{pv}{r} E_z + j\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$$

因 E_z 在 $r=a$ 处为零, 这就简化为:

$$\frac{\partial H_z}{\partial r} = 0$$

从方程组 (3) 的第二式

$$J'_p(k_0 a) = 0 \quad (6)$$

因此有两系列模式, 它们的特性为方程 (5) 及 (6) 所表征。从这些方程中将解出 k_0 , 然后从方程 (2) 得出 ν 。求解并不困难, 因贝塞尔函数都有表可查。

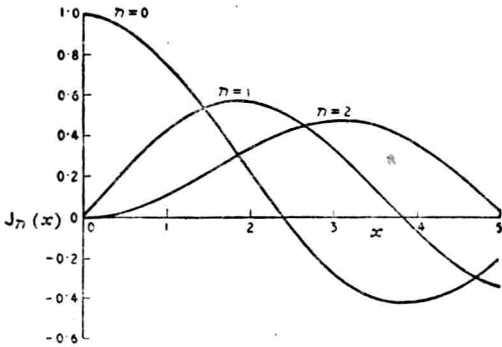


图2 第一类贝塞尔函数

可以看到, 第一边界条件不管 B 值如何都可以得到满足, 因此, 在 $B=0$ 时也这样; 第二边界条件不管 A 值如何都可以满足, 当然 $A=0$ 时也是如此。于是方程 (5) 是指 $H_z=0$ 时可以存在的波, 这些波称为 E 波。方程 (6) 系指 H 波, 有 $E_z=0$ 。

在 HSP 波导中存在 E_z 或 H_z 为零的波只是偶然的, 意义不大, 只是理论研究稍为简单而已, 但不应影响我们对波导的一般概念, 因在一非 HSP 的波导中, 虽也有两系列模式, 但 E_z 或 H_z 并不等于零。这一点将在后一节 (E 模式及 H 模式) 充分讨论。

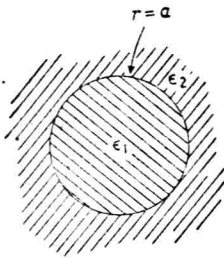


图3 具有两种媒质的简单波导。在 $\epsilon'_2=0$, $\epsilon''_2 \rightarrow \infty$, $\epsilon'_1=1$, $\epsilon''_1 \ll 1$ 时, 与图1的金属管波导近似。

从方程 (5) 及 (6) 很容易得到模式谱。给 p 一个定值以后, 从方程 (5) 或 (6) 的 q 次解能求出 E_{pq} 或 H_{pq} 模式的相位常数。这些方程的零值在 $k_0 a$ 亦即 $\sqrt{1-\nu^2}$ 为正实数值时出现。于是, ν 为介于 0 与 1 之间的实数或虚数。若为实数, 则此模式可在波导中传播; 若为虚数, 则该模式是被截止的。 $\nu=0$ 是截止条件。从而方程 (5) 及 (6) 分别简化为:

$$J_p(2\pi a/\lambda_0) = 0 \quad (7)$$

及

$$J'_p(2\pi a/\lambda_0) = 0 \quad (8)$$

两式均可解出自由空间波长的截止值 λ 。

按照以上的讨论, 可获得 HSP 波导的模式谱, 而且这与实际波导的模式谱十分接近。这种研究方法的优点是比較简单, 但也有它的不足之处。因 HSP 波导是无损耗的, 这就不可能考虑损耗, 用这个方法研究模式波谱以后, 就只能靠微扰理论来处理损耗。关于微扰理论将在第三部分专门讨论。

具有两种媒质的简单波导

对这种模型, 我们取在 $r=a$ 表面内的媒质有介质常数 $\epsilon_1 = \epsilon'_1 - j\epsilon''_1$, 在表面之外的媒质有介质常数 $\epsilon_2 = \epsilon'_2 - j\epsilon''_2$ 。导磁率则处处为 μ_0 。我们暂不对 ϵ_1 及 ϵ_2 加任何限制, 只是要 $\epsilon'_1, \epsilon'_2, \epsilon''_1$ 及 ϵ''_2 均为实数; 但接着对空气将取 ϵ'_1 为 1, 对金属取 ϵ'_2 为零, ϵ''_2 为甚大。此外, 对在 $r=a$ 的表面之外的媒质, 将导磁率写作 $\mu_0 \mu_2$ 较为方便, 虽然事实上 μ_2 为 1; 这使我们以后能够对理想导体令 $\mu_2=0$ 。

我们与前一节 (均匀简单理想模型) 相仿地进行研究, 波方程是:

$$r < a \text{ 时, } (\nabla^2 + k_1^2) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (9)$$

$$r > a \text{ 时, } (\nabla^2 + k_2^2) \begin{Bmatrix} E_z \\ H_z \end{Bmatrix} = 0 \quad (10)$$

式中

$$\begin{Bmatrix} k_1^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 (\epsilon_1 - \nu^2) \\ k_2^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 (\epsilon_2 \mu_2 - \nu^2) \end{Bmatrix} \quad (11)$$

和前面一样, 对媒质 1 ($r < a$) 的解为:

$$\begin{Bmatrix} E_z = A J_p(k_1 r) e^{-j\nu\theta} e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \\ H_z = B J_p(k_1 r) e^{-j\nu\theta} e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

对媒质 2 ($r > a$):

$$\begin{Bmatrix} E_z = C H_p(k_2 r) e^{-j\nu\theta} e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \\ H_z = D H_p(k_2 r) e^{-j\nu\theta} e^{-j\beta z} e^{j\omega t} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

这里, $H_p(x)$ 表示第二类汉格尔 (Hankel) 函数对 p 的整数值,

$$H_p(x) = J_p(x) - jY_p(x) \quad (14)$$

選擇這種解的形式是要滿足在無限遠處的邊界條件：隨着 r 趨近無限遠，場應該趨近於零；在甚大的有限距離處，能量是從系統外出而不是進入。在媒質 2 內的其他場分量為：

$$\left. \begin{aligned} k_2^2 H_r &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ \frac{\varepsilon_2 p}{r} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E - j\nu \frac{\partial H_z}{\partial r} \right\} \\ k_2^2 H_\theta &= -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ j \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \varepsilon_2 \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{P\nu}{r} H_z \right\} \\ k_2^2 E_r &= -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ j\nu \frac{\partial E_z}{\partial r} + \mu_2 \frac{p}{r} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} H_z \right\} \\ k_2^2 E_\theta &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left\{ -\frac{p\nu}{r} E_z + j\mu_2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \frac{\partial H_z}{\partial r} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

對於媒質 1，可根據方程 (15) 以 k_1 及 ε_1 代 k_2 及 ε_2 ，以 1 代替 μ_2 得出各場分量。

這裡有 4 個任意常數，故需四個邊界條件。這些條件就是在 $r=a$ 處， E_z 、 H_z 、 E_θ 及 H_θ 都是連

$$\left| \begin{array}{cc} J_p(k_1 a) & 0 \\ 0 & J_p(k_1 a) \\ PJ_p(k_1 a) & -jR_1 R_2^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} J'_p(k_1 a) \\ jR_1 R_2^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \varepsilon_1 J'_p(k_1 a) & PJ_p(k_1 a) \end{array} \right| \begin{array}{cc} H_p(k_2 a) & 0 \\ 0 & -H_p(k_2 a) \\ jR_2 R_1^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \mu_2 H'_p(k_2 a) & 0 \\ jR_2 R_1^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \varepsilon_2 H'_p(k_2 a) & 0 \end{array} = 0$$

這就是特性方程。乘出來，可得：

$$\left\{ \begin{aligned} &\varepsilon_2(\varepsilon_1 - \nu^2) \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 - \nu^2} J_p(k_1 a) H'_p(k_2 a) \\ &- \varepsilon_1(\varepsilon_2 \mu_2 - \nu^2) \sqrt{\varepsilon_1 - \nu^2} J'_p(k_1 a) H_p(k_2 a) \end{aligned} \right\} \\ \left\{ \begin{aligned} &\mu_2(\varepsilon_1 - \nu^2) \sqrt{\mu_2 \varepsilon_2 - \nu^2} J_p(k_1 a) H'_p(k_2 a) \\ &- (\varepsilon_2 \mu_2 - \nu^2) \sqrt{\varepsilon_1 - \nu^2} J'_p(k_1 a) H_p(k_2 a) \end{aligned} \right\} \\ - \frac{\nu^2 \nu^2}{4\pi^2 a^2 / \lambda_0^2} (\varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1) 2 J_p^2(k_1 a) H_p^2(k_2 a) = 0 \quad (21)$$

這個方程式適用於任何由 $r=a$ 處的邊界面所分开的兩個標量媒質；只要以適當值代替 ε_1 及 ε_2 就行了。對我們所考慮的問題來說，對於空氣我們可以寫出：

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 - j\varepsilon''_1 = 1 - j\varepsilon''_1$$

對於金屬，可寫出：

$$\varepsilon_2 = -j\varepsilon''_2$$

其中 $\varepsilon'' \ll 1$ 而 ε''_2 為甚大值但非無限。這就使我們能夠計及空氣的介質以及金屬的有限電導率所引起的損耗。原則上，方程 (21) 可正確地解出，可是得出 ε''_1 的一階台勞展開式就實際應用而論，已足夠準確了，而且這樣做要容易得多，在本文中我們就是這樣做的。 β 的解是一個復數量 $\beta' - j\beta''$ ，現傳播常數為：

$$\gamma = \alpha - j\beta$$

續的。於是我們得到：

$$AJ_p(k_1 a) - CH_p(k_2 a) = 0 \quad (16)$$

$$BJ_p(k_1 a) - DH_p(k_2 a) = 0 \quad (17)$$

$$PAJ_p(k_1 a) - jR_1 R_2^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} BJ'_p(k_1 a) + jR_2 R_1^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \mu_2 DH'_p(k_2 a) = 0 \quad (18)$$

$$jR_1 R_2^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \varepsilon_1 AJ'_p(k_1 a) + PBJ_p(k_1 a) - jR_2 R_1^2 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \varepsilon_2 CH'_p(k_2 a) = 0 \quad (19)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{p\nu}{2\pi a / \lambda_0} (\varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1) \\ R_1 &= k_1 / \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \\ R_2 &= k_2 / \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

如果系數的行列式為零， A 、 B 、 C 、 D 的四個方程式是一致的，亦即：

$$\text{如寫成} \quad \gamma = j(\beta' - j\beta'')$$

那麼就可看出 $\beta'' = \alpha$ ，即相位常數的虛數部分為衰減常數。

將介質損耗與壁損耗分別研究是適宜的。我們先研究介質損耗，並且除了 ε_2 中的最高次項以外，一概忽略不計。在方程式 (21) 中，兩括號的乘積約為 $\varepsilon_2^2 \sqrt{\varepsilon_2}$ ，但最後一項 $(\nu^2 \nu^2)$ 約為 ε_2^2 ，故可略去。因此任一括號均可分別使其等於零。在第一個括號內，首項約為 $\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_2}$ ，第二項約為 ε_2 。對大的 ε_2 ，我們只取首項：

$$J_p(k_1 a) H'_p(k_2 a) = 0 \quad (22)$$

在第二個括號內，僅有第二項存在：

$$J'_p(k_1 a) H_p(k_2 a) = 0 \quad (23)$$

對大的 ε_2 ， $k_2 a \cong \frac{2\pi a}{\lambda_0} \cdot \sqrt{-j\varepsilon''_2}$ ，位於 $k_2 a$ 復數平面中與實數軸成 45° 的直線附近，對這樣的宗數值漢格爾 (Hankel) 函數及其導數均無零值。因此，從方程 (22) 及 (23)，分別有：

$$\left. \begin{aligned} J_p(k_1 a) &= 0 \\ J'_p(k_1 a) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

現在

$$\begin{aligned}
 k_1 a &= \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{1 - \nu^2 - j\epsilon_1''} \\
 &= \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{1 - \nu^2} \left\{ 1 - \frac{j\epsilon_1''/2}{1 - \nu^2} \right\} \\
 &= k_0 a \left\{ 1 - \frac{j\epsilon_1''/2}{1 - \nu^2} \right\}
 \end{aligned}$$

以此式代入方程(24),并用台劳定理予以展开,分别得到:

$$\left. \begin{aligned}
 J_p(k_0 a) - \frac{j\epsilon_1'' \pi a / \lambda_0}{\sqrt{1 - \nu^2}} J'_p(k_0 a) &= 0 \\
 J'_p(k_0 a) - \frac{j\epsilon_1'' \pi a / \lambda_0}{\sqrt{1 - \nu^2}} J''_p(k_0 a) &= 0
 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

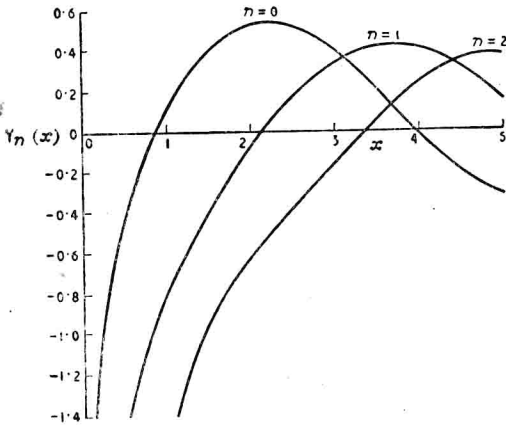


图4 第二类贝塞尔函数

令 $\epsilon_1'' = 0$, 这些方程式简化为方程(5)及(6), 可以将使用较普遍较一般模型所得的模式谱与 HSP 波导的谱作一比较, 例如, 如果方程(5)的一个解是已知

$$\begin{aligned}
 J_p(k_0 a) - e^{j\pi/4} \frac{\sqrt{\mu_2/\epsilon_2''}}{\sqrt{1 - \nu^2}} J'_p(k_0 a) H_p(k_2 a) / H'_p(k_2 a) \\
 - \epsilon_1 e^{j\pi/4} \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2''}} \sqrt{1 - \nu^2} J_p^2(k_0 a) H'_p(k_2 a) / J'_p(k_0 a) H'_p(k_2 a) \\
 - e^{j\pi/4} \frac{\sqrt{\mu_2/\epsilon_2''}}{(1 - \nu^2)^{3/2}} J_p^2(k_0 a) H_p(k_2 a) / J'_p(k_0 a) H'_p(k_2 a) = 0
 \end{aligned}$$

亦即:

$$\begin{aligned}
 J_p(k_0^0 a) - \frac{\nu_0 \delta \nu}{\sqrt{1 - \nu_0^2}} \frac{2\pi a}{\lambda_0} J'_p(k_0^0 a) - e^{j\pi/4} \frac{\sqrt{\mu_2/\epsilon_2''}}{\sqrt{1 - \nu_0^2}} \cdot J'_p(k_0^0 a) \frac{H_p(k_2 a)}{H'_p(k_2 a)} \\
 - e^{j\pi/4} \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2''}} \sqrt{1 - \nu_0^2} J_p^2(k_0^0 a) H'_p(k_2 a) / J'_p(k_0^0 a) H'_p(k_2 a) \\
 - e^{j\pi/4} \frac{\sqrt{\mu_2/\epsilon_2''}}{(1 - \nu_0^2)^{3/2}} J_p^2(k_0^0 a) H_p(k_2 a) / J'_p(k_0^0 a) H'_p(k_2 a) = 0
 \end{aligned} \quad (29)$$

式中对真空令 ϵ_1 等于 1, 而 k_0^0 是当 $\nu = \nu_0$ 时 k_0 的值, 即 $k_0^0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \nu_0^2}$

的话, 这解就可作为方程(25)第一式的第一次近似解。令方程(5)的解为 ν_0 , 并令方程(25)第一式的相应解为 $\nu_0 + \delta \nu$, 则可写成:

$$\sqrt{1 - (\nu_0 + \delta \nu)^2} \approx \sqrt{1 - \nu_0^2} \left\{ 1 - \frac{\nu_0 \delta \nu}{1 - \nu_0^2} \right\}$$

于是, 方程(25)第一式变成:

$$\begin{aligned}
 J_p(k_0 a) - \frac{2\pi a}{\lambda_0} \frac{\nu_0 \delta \nu}{\sqrt{1 - \nu_0^2}} J'_p(k_0 a) \\
 - \frac{\pi a}{\lambda_0} \frac{j\epsilon_1''}{\sqrt{1 - \nu_0^2}} J'_p(k_0 a) = 0
 \end{aligned} \quad (26)$$

由方程(5), 第一项就成为零。于是:

$$\delta \nu = -j\epsilon_1'' / 2\nu_0 \quad (27)$$

这就是 E 模式介质损耗的衰减常数。对 H 模式, 可从方程(25)第二式, 以同样的方法获得相同的结果。

对于壁损耗, 可取 ϵ_1'' 为零, ϵ_1' 为 1, 并考虑 ϵ_2 中的最高次项及次高次项。从方程式(21)可得:

$$\begin{aligned}
 J_p(k_0 a) J_{pp'}(k_0 a) H_p(k_2 a) H'_p(k_2 a) \\
 - e^{j\pi/4} \frac{\sqrt{\mu_2/\epsilon_2''}}{\sqrt{1 - \nu^2}} J_p^2(k_0 a) H_p^2(k_2 a) \\
 - \epsilon_1 e^{j\pi/4} \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}} \sqrt{1 - \nu^2} J_p^2(k_0 a) H_p^2(k_2 a) \\
 - e^{j\pi/4} \frac{\sqrt{\mu_2/\epsilon_2''}}{(1 - \nu^2)^{3/2}} J_p^2(k_0 a) H_p^2(k_2 a) = 0
 \end{aligned} \quad (28)$$

当 $\epsilon_2'' \rightarrow \infty$, 亦即对理想导体而言, 只存在方程(28)的第一项, 这就给出方程(5)及(6)。对于损耗, 可象以前一样写出 $\nu = \nu_0 + \delta \nu$, 并考虑 E 模式。对 H 模式的处理是相同的。对于方程(28), 在除以 $J'_p(k_0 a) H_p(k_2 a) H'_p(k_2 a)$ 之后, 可得出:

取 $J_p(k_0^0 a) = 0$, 方程(29)给出:

$$\delta \nu = -e^{j\pi/4} \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2''}} \frac{\lambda_0}{2\pi a \nu_0} \frac{H_p(k_2 a)}{H'_p(k_2 a)}$$

可以証明当 $|k_2 a| \rightarrow \infty$,

$$H_p(k_2 a)/H'_p(k_2 a) \rightarrow j$$

因而

$$\delta\nu = \frac{\lambda_0(1-j)}{2\pi a\nu_0\sqrt{2\varepsilon_2''}} \quad (30)$$

式中 μ_2 对金属來說可令其等于 1。这样，在金属中的有限导电率的效应，就在具有相等的实数与虚数部分的相位常数中引起一很小变化。虚数部分加在方程(27)上，以給出总衰减系数，而实数部分代表波导波长的略微减小。

方程式(27)所給出的介质損耗相位常数的变化，經常是虚数，所以对傳播模式(ν_0 为实数)就引入了衰减，但对截止模式(ν_0 为虚数) $|\nu|$ 稍为变大，因而波的衰减稍快。另一方面，对金属壁的有限电导率， $\delta\nu$ 与 $1-j$ 或 $j+1$ 成比例，視 ν_0 为实数或虚数而定。若 ν_0 为虚数，就引起一个小的 ν 的实数分量，亦即确有少量能量在这种模式中傳播，其波长則甚长。对波导壁为非理想导体的波导，不能实现真正的截止，虽然对实际应用來說，已十分接近截止状态。当頻率自无限大减小到零时，給定模式的相位常数从接近于 1 处发生移动，保持着接近但并不就在 ν 的实数軸上，到接近原点时，就向外移动趋于无限大，保持近于而实际上并不就在虚数的軸上。

受禁模式

如所周知， E_{p0} 模式是不能在圓形橫截面的波导中傳播的。我們先考虑 HSP 模型。 ν 的值可由方程(5)来决定， E_{p0} 模式($p \neq 0$)要求 $k_0=0$ ，即 $\nu=1$ 。令 $k_0=0$ ，則方程(3)給出 $E_z=0$ 及 $H_z=0$ 。按照方程(4)，所有其他的場分量均等于零。于是只有一个零振幅的 E_{p0} 模式可以满足边界条件。

讓我們再看一看，进一步采用較为一般和普遍的方法时，对这个問題能不能有什么新的发现。方程(29)不能应用，因此式依賴于 $\sqrt{1-\nu^2}$ 的展开式中 $\nu_0\delta\nu \ll 1-\nu^2$ 的假設。这种假設对 E_{p0} 模式不成立，因为 ν_0 (HSP 波导的 ν 值)为 1，所以我們必須从精确的特性方程(21)开始。对于具有大而有限的电导率的金属以及一空气介质的一般情况，我們取 $\nu=\nu_0+\delta\nu=1+\delta\nu$ 。因而 $\varepsilon_2=-j\varepsilon_2''$ ， $\varepsilon_2'' \rightarrow \infty$ ，以及 $\varepsilon_1=1-j\varepsilon_1''$ 。与上一节(具有两种媒质的簡單波导)一样， ε_1'' 的非零值以及 ε_2'' 的有限值对 $\delta\nu$ 的作用可以分开来处理。

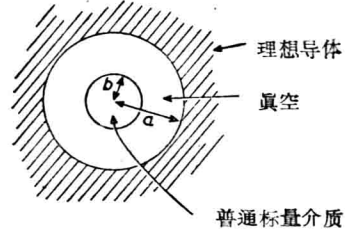


图5 广义的同軸綫模型

如前节所述，方程式(21)展开，略去 $\delta\nu$ ， ε_1'' 及 $1/\sqrt{\varepsilon_2''}$ 的最低阶及第二阶以外的各项，可以得出：

$$\delta\nu = \frac{-j\varepsilon_1''}{2} + \frac{\lambda_0 p}{2\pi a} \frac{1-j}{\sqrt{\varepsilon_2''}} \quad (31)$$

$\delta\nu$ 的負虚数部分代表衰减，正实数部分表示 $\delta\nu$ 的增加，亦即波导波长的减少，并且事实上是小于自由空間波长的。我們习惯于設想波导波长是大于自由空間波长的。但这只是在 HSP 波导中才是正确的。

因 k_0 不再为零傳播是可以发生的，所以各場分量并不全都为零。但 $|k_0 a|$ 是小的，約为 $|\delta\nu|$ ，所以由方程式(12)得出的 E_z 及 H_z 的振幅也很小。在方程(15)中令 $\mu_2=1$ ， $\varepsilon_2=2$ ，并以之代替 E_z 及 H_z ，在空气区域内其他場分量即可求出。因为 E_z 及 H_z 都很小，其他場分量也是小的。所以在 E_{p0} 模式中，只可能有少量功率流动。

同軸綫

普通研究同軸綫的方法是把軸綫内外金属視为理想导体，将其間的空間看作真空，然后，計算每单位长度的电感及电容。另一种研究方法是 Clavier^[2] 的方法 (Lamont^[3] 予以說明)。他采取了一种准靜态的方法来研究傳播的波。

把做成同軸綫的媒质予以一般化，并对波在系統中的傳播进行研究是能說明問題的。此法弄清了傳輸綫模式事实上是一系列波导模式中間的一个；其电場及磁場的 z 向分量为零，相速等于自由空間光速等性质与其說是模式的特性，还不如說是系統的特性，因为它们仅在柱壁为理想导体和壁間的媒质是真空时才出現。

同軸綫的一般模型把在 $0 < r < b$ ， $b < r < a$ ， $a < r < \infty$ 三个区域内的媒质看作具有复数标量电容率的不同介质。这将是很复杂的，对于我們現在的目的來說，以最外面的媒质($r > a$)为理想导体，最里面的($r < b$)为复数标量的介质，中間的媒质($b < r < a$)为真空的系統作为模型就已經够了。

这里不詳細推导特性方程(方法和“具有两种媒质的簡單波导”一节中所述相似)。取 ϵ_0 及 μ_0 为真空中的电容率及导磁率, ϵ 为中央媒质 ($r < b$) 的相对电容率。 ϵ 为复数, 将 ϵ 写成 $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ 。

$$\left. \begin{aligned} k_0 &= \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{1 - \nu^2} \\ k_1 &= \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \sqrt{\epsilon - \nu^2} \\ P &= \frac{p\nu}{b} \frac{k_1^2 - k_0^2}{k_0 k_1} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

特性方程可写成

$$D_p = 0 \quad (33)$$

D_p 为第 p 阶的行列式, 它的元素包括着 k_0 、 k_1 、 P 以及 P 阶貝塞尔函数。波导的所有模式均可从这个方程式的解中发现。模式有两个系列, 用 E 及 H 来表示(再說一次, 定名一种模式为 E 或 H 并不意味着 E_z 或 H_z 同样是零)。若对 E 系列指定一 p 值, 則所得 ν 的第 q 值就是 E_{pq} 模式的值。 q 值是由 $\epsilon \rightarrow 1$ 的 ν 值所决定的(亦即內导体材料的性质接近于自由空間的性质), 于是 ν 值就将是接近于 HSP 波导的那些值。比較諸 ν 值(对一給定的 p 值), 就可找出适当的 q 值。

現把內导体材料作为一种金属来考虑。这系統通常作为傳輸綫使用, 讓我們檢查方程式(33), 看傳輸綫模式是否隱含在內。如內导体材料为一理想导体, 則 $\nu = 1$ 。接近于理想导体的金属內导体, 可以設想 ν 是近于 1 的, 我們可以将 ϵ 写成 $\epsilon = -j\epsilon''$, 其中 ϵ'' 甚大, 并将 ν 写成 $\nu^2 = 1 - \delta^2$, 其中 δ 甚小。 ϵ'' 为实数, 但我們对 δ 不加限制。現在我們就有:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{1 - \nu^2} = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \\ k_1 &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{-j\epsilon'' - \nu^2} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\epsilon''} e^{-j\pi/4} \end{aligned}$$

貝塞尔函数所有的宗量不是甚大就是甚小, 因此, 可用貝塞尔函数的近似值, 作出其第一阶展开。我們发现只要 $p \neq 0$, 方程(33)就滿足第一阶。如果考虑式(33)的簡化式(把內导体看作理想导体, 式(33)就可以簡化), 同軸模式 E_{pq} (p 及 $q \neq 0$) 就可以和 $b \rightarrow 0$ 的 HSP 波导的 E_{pq} 模式联系起来。 $\nu \cong 1$ 是比 E_{p1} 模式为低的解。所以傳輸綫模式对应于 $q = 0$ 。它不是单一的模式, 而是对应于 p 的所有整数值(零除外) E_{p0} 模式的无穷級数。对于其間是真空的理想傳导表面, 所有这些模式的 $\nu = 1$, 并且它們均具有同样的場图形。对实用的同軸綫說来 ν 以及場分量相差极微。即使所用材料与理想情况相差甚远, 傳輸綫模式仍能傳播, 在前节(禁止模式)我們已看到甚至在含有介质的金属管波导情况下, 它們

們仍然傳播, 虽然那里 E_{p0} 模式与傳輸綫模式不同。

杂項論題

大多数人对 HSP 波导印象較深, 熟悉从这种波导的理論所产生的概念。这种先入为主的概念在以后遇到非 HSP 波导时会使人发生一些困难, 因为这些概念中有許多必需摺弃的。我們已看到原来一般认为 E_{p0} 模式是不存在于 HSP 波导中的, 可是在考虑实际波导时, 它就不再是不存在的了。当一个波导簡化为 HSP 波导时, 場分量全部变成了零。在 HSP 波导中, 这些模式之不存在是无所謂的。我們將討論某些其他的論題, 其中, 在考虑非 HSP 波导时, 某些习惯概念的修正是必要的。

E 模式及 H 模式

在 HSP 波导中, 对所有的模式, 場分量 $H_z = 0$ (E 模式), 或 $E_z = 0$ (H 模式) 通常认为这是从方程(1)来的, 理由是每一方程只包含 E_z 或 H_z , 只能得到含 E_z 或 H_z 的解。实际上完全不是这么回事, 虽然所得的解属于这一类型, 但不能說, 根据波方程它們應該如此。方程(9)及(10)也只包括着 E_z 或 H_z , 假定上述說法是正确的, 那么由此可推断出任何模式的 E_z 或 H_z 将必然为零。这又需要在方程(12)及(13)中使 A 及 C , 或 B 及 D 为零。据方程(18), 若 B 及 D 为零, A 也将为零; 但从方程(19)看, 若 A 及 C 为零, 則 B 必为零。从方程(16)及(17), 若 A 或 B 为零, 則 C 或 D 也将分別为零。因此, 当两者均为零时 E_z 或 H_z 只能为零, 而从方程(15), 所有其他場分量都变成了零。

对所有的模式, 既不是 E_z 为零, 也不是 H_z 为零。虽然我們仅从一种波导証明了这一点, 但是, 对任何非 HSP 波导, 这一事实也可以用类似的方法加以証明。作者研究过圆形截面含有同心鉄氧体棒的較为复杂的波导。事实証明, 对 H_{11} 模式^[4] E_z 并不等于零。但是, 改变(从数学上)媒质的性质, 使实际波导簡化时, 仍然有两系列模式簡化成为 HSP 波导的 E 模式和 H 模式。

将一般波导中的这两种模式, 按照它們在 HSP 波导中所簡化成的模式来定名为 H_{pq} , E_{pq} 是比較方便的。但是要記住 H_{pq} 模式一般并不是 $E_z = 0$, 只要能够証明在非 HSP 波导的模式与 HSP 波导的模式之間具有一一对应关系, 这种命名法, 也沒有