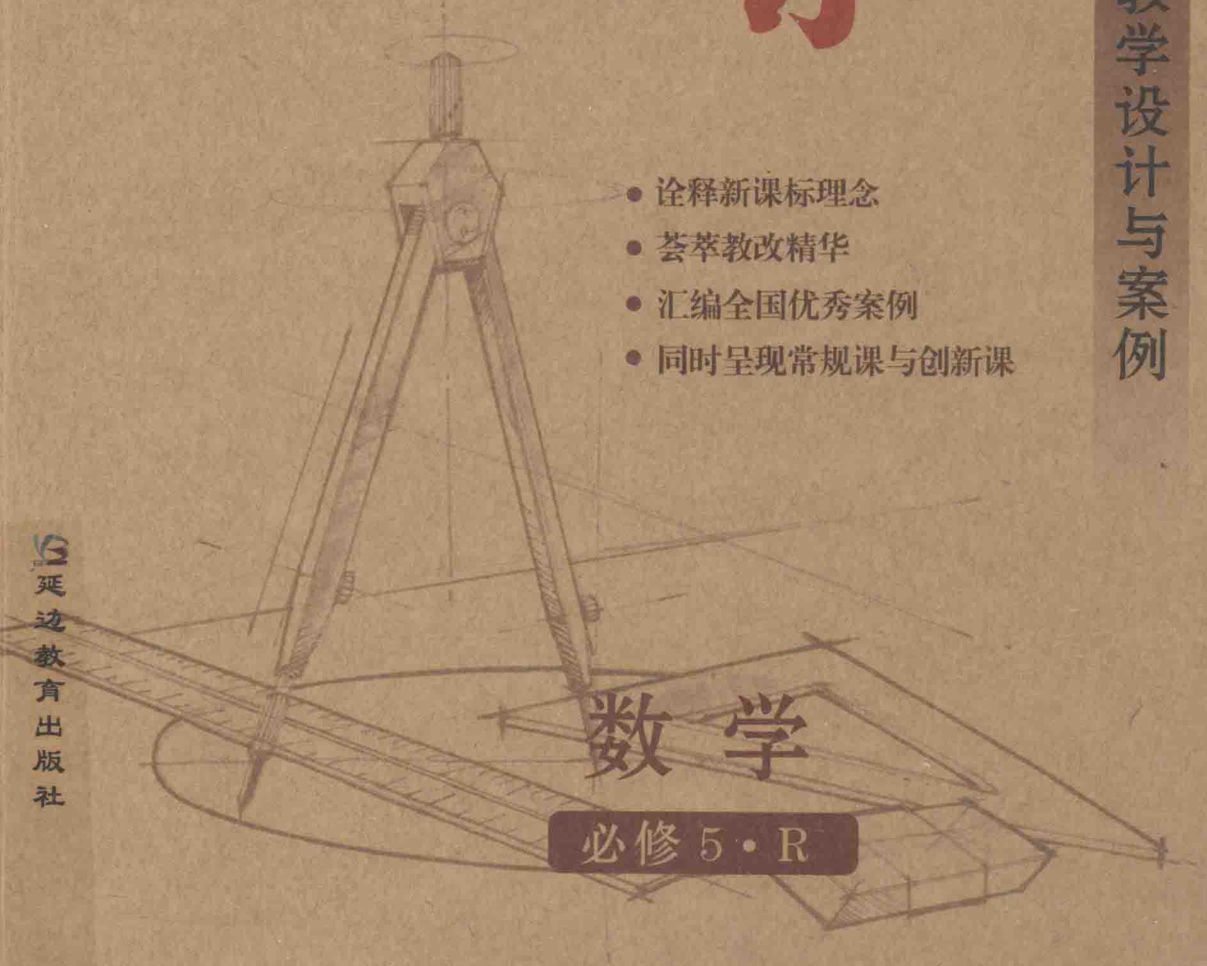
新课标教案

课堂教学设计与案例

- 诠释新课标理念
- 荟萃教改精华
- 汇编全国优秀案例
- 同时呈现常规课与创新课



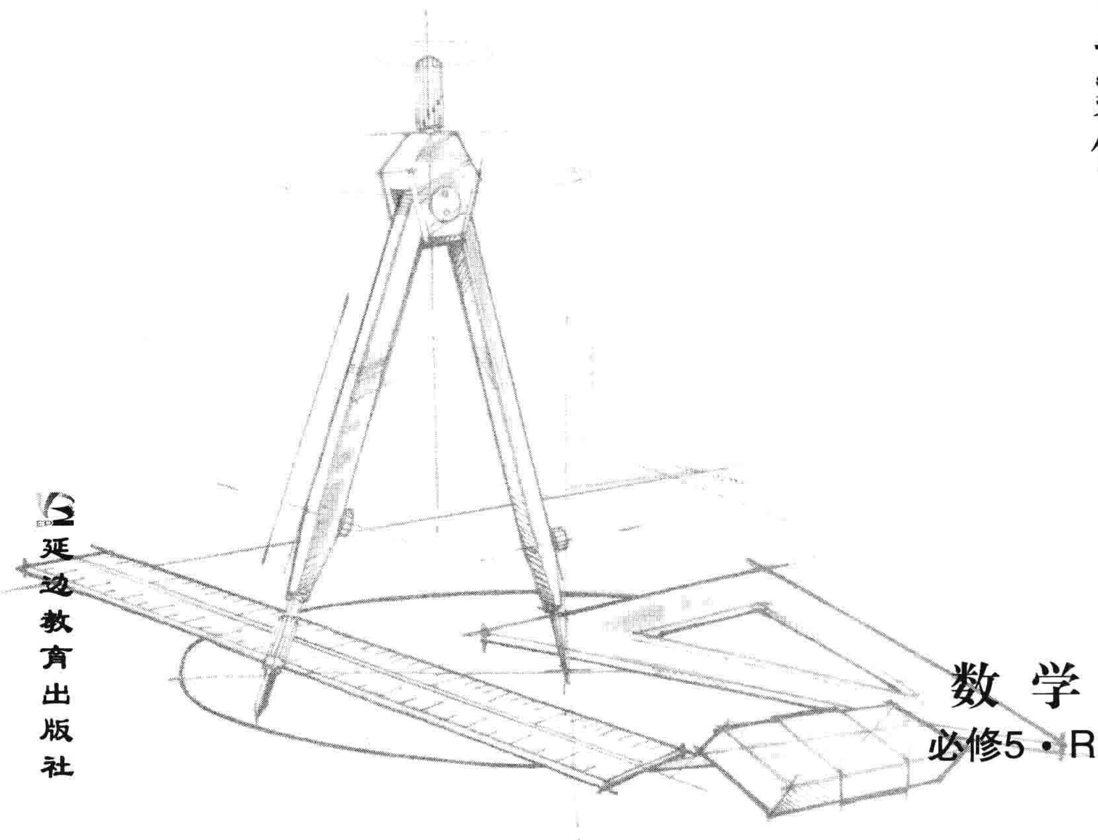
数学

必修5·R

延边教育出版社

新课标教案

课堂教学设计与案例



数　学

必修5·R

延边教育出版社

□ 策　　划：北京世纪鼎尖教育研究中心
□ 执行策划：王　巍
□ 丛书主编：邵光华　孔凡代
□ 本册主编：胡安林　杜志国　李学军
□ 责任编辑：严今石　王苏苏

图书在版编目（CIP）数据

新课标教案．数学．5：必修/邵光华，孔凡代主编．—延吉：延边教育出版社，2009.07
ISBN 978-7-5437-8051-4

Ⅰ．①新… Ⅱ．①邵… ②孔… Ⅲ．①数学课—教案（教育）—高中 Ⅳ．①G633

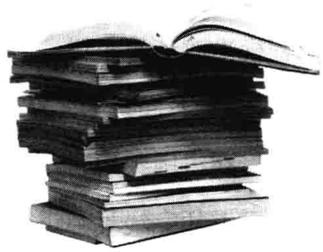
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2009）第 117237 号

新课标教案

数学　必修 5

出版发行：延边教育出版社
地　　址：吉林省延吉市友谊路 363 号（133000）
　　　　　北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003（100080）
网　　址：http://www.topedu.org
电　　话：0433-2913940　010-82611372
传　　真：0433-2913971　010-82616641
排　　版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印　　刷：北京季蜂印刷有限公司
开　　本：787×1092　1/16
印　　张：13
字　　数：280 千字
版　　次：2005 年 8 月第 1 版
印　　次：2013 年 7 月第 9 次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5437-8051-4
定　　价：26.00 元

前言



《普通高中课程标准(实验)》和《普通高中课程标准实验教科书》所倡导的理念反映了时代的要求和课程改革的总趋势。面对新课程，我们怎样实现教师角色和学生学习方式的转变？怎样有效设计教学情境？如何突出学生的自主学习和探究学习？怎样引导学生在课堂活动中感悟知识的发生、发展过程？如何提高课堂提问和课堂评价的有效性？如何开发有价值的信息，并生成教学过程中的有效课程资源？

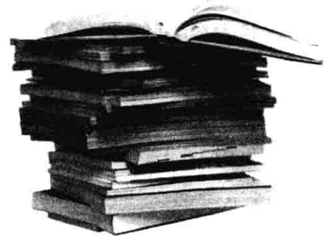
《新课标教案》是广大一线教师实践新课程的行动记录，这些原汁原味的教学设计透射着教师对新教材的独特感悟；透射着教师对课程改革的专注和积极投身课改、大胆开展实验探索的精神；透射着教师对课堂教学改革的追求；透射着教师对学生的关爱，对新课程理念的个性诠释；透射着不同教师的个性与教学风格；也透射着一线教师实践课改理念的真实境况。它将对新课程实施者有很好的引领作用和借鉴价值。

书中的每篇教案都对教学主要过程作了详细的描述，同时附有教学反思。每篇教案都是实践过的，而且教师们对所采取的措施及效果、对自己的亲身体验与感悟作了深度反思，相信这些宝贵的经验与教训可以成为广大教师的“他山之石”。

从 2010 年起，延边教育出版社每年组织教案征文活动，向全国各地征集优秀的课堂教学设计与案例。在 2011 年和 2012 年连续两年中，为了集中体现高中新课程标准改革的成果，我们又联合在多年教学、教改中取得累累硕果的省、市、区县级教研室和教学团队，组织了大规模的图书内容修订，因此，我们顺利收录了大量获得国家级、省级、地市级比赛奖项的优秀教学设计与案例，相信能给使用这套书的一线教师提供有价值的教学参考信息。

由于我们的水平有限，同时实验还在探索之中，我们期待广大读者对本书提出宝贵的意见和建议。

在图书修订工作中，有一部分作者暂时联系不上，因此未能在相应案例下精确署名。在此，我们表示很大的歉意，并希望看到本书后，相关作者及时与我们联系。



教师之友，案头必备

新课标教案

目录

目录

新课标 教案

第一章
解 三 角 形

1.1　正弦定理和余弦定理

1.1.1　正 弦 定 理

设计与整理:浙江省杭州师范大学附属中学　叶文建

【教学分析】

教学内容分析

本节课主要内容有:探究并证明正弦定理,应用正弦定理解三角形.

应用定理的基础在于理解,因此,本节课教学的着力点在于正弦定理的探究与证明过程.教材从直角三角形这种特殊情形出发,通过对直角三角形边角关系的研究,发现正弦定理的结论,进而利用锐角三角形中同一条高的不同表示证明锐角三角形中的正弦定理,再要求学生自主探究钝角三角形中的正弦定理.这符合研究问题的一般规律,凸显了教学的过程性目标.然后,引导学生分析正弦定理可用于解决两类解三角形问题:(1)已知两角和一边,解三角形;(2)已知两边和其中一边的对角,解三角形,并通过两个例题说明应用正弦定理解三角形的方法.

教学目标

1.通过对任意三角形边长和角度关系的探索,掌握正弦定理的内容及其证明方法;会运用正弦定理与三角形内角和定理解三角形的两类基本问题.

2.让学生经历从已有的几何知识出发,共同探究在任意三角形中,边长与其对角的关系,通过观察,推导,比较,由特殊到一般,归纳出正弦定理的推导过程,并进行定理基本应用的实践操作,领悟研究问题的基本思路和方法,体会分类讨论和数形结合的思想.

3.通过对三角形边角关系的探究学习,经历数学探究活动的过程,体会由特殊到一般的认识事物的规律,培养探索精神和创新意识,并通过实践运用,体会数学的科学价值、应用价值.

本节课的关键是正弦定理的探索与证明,为了符合学生认识事物的规律,达成教学目标,教材由直角三角形出发,再到锐角三角形和钝角三角形,从特殊到一般,引导学生探索研究任意三角形中的边角关系,展示了一个完整的数学探究过程,让学生在经历知识再发现的过程中完成教学目标的渗透和认知的发展.

教学重难点

重点:通过对任意三角形边长和角度关系的探索,证明正弦定理并进行简单应用.

难点:正弦定理的探索与证明.

为了突出重点，突破难点，对正弦定理的探究与证明过程的教学要注意三点：一要放，二要扶，三要给予足够的思考时间．教师要把探索、学习的主动权交给学生，又要适时地加以引导，教学时，可以通过问题引导教学，使探究的过程符合从特殊到一般的认识事物的规律；同时，要留给学生足够的时间，让学生经历一个完整的数学探究过程．

【教学设计】

教学过程

一、创设情境，提出问题

问题1：我们已经学习过任意三角形的哪些边角关系？

问题2：我们能否得到三角形边角关系准确量化的表示呢？

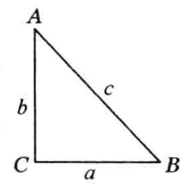
【设计意图：首先引导学生回忆任意三角形中有"大边对大角，小边对小角"的边角关系，进而引出新知，引导学生体会量化的思想和观点．】

二、探究特例，大胆猜想

问题3：在初中，我们已学过如何解直角三角形，如图，在直角三角形 ABC 中的边角关系有哪些？

问题4：是否可以得到一些有意思的结论？

师生活动：



由学生回答，并自主探究问题4中的结论．如图，在Rt△ABC中，设 $BC=a$，$AC=b$，$AB=c$，根据锐角三角函数中正弦函数的定义，有：$\frac{a}{c}=\sin A$，$\frac{b}{c}=\sin B$，$\sin C=1$，则：

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

【设计意图：在问题2的基础上，引导学生回顾直角三角形中边角关系，以直角三角形这个特例作为切入点，引导学生寻求联系，发现规律，深化学生对直角三角形边角关系的理解．再利用 c 边相同，寻求形式的和谐统一，发现正弦定理的结论．】

问题5：上述结论对任意三角形都成立吗？

【设计意图：打破学生原有的认知平衡，促进学生对已有知识进行重组，寻求新知识的生长点．同时，从特殊到一般，符合认识事物的一般规律，有利于学生探究和接纳新知识．】

三、数学实验，操作验证

师生活动：

利用几何画板软件进行数学实验，先画出一个三角形，量出三边长和对应的角的度数，计算并显示$\frac{a}{\sin A}$，$\frac{b}{\sin B}$，$\frac{c}{\sin C}$的值，不断拖动三角形的一个顶点，改变三角形的形状，观察比值的变化情况．

【设计意图：感性认知，证实猜想，为进一步的理论研究打好基础，体会数学实验在研究数学问题中的作用．】

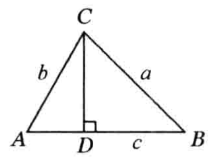
四、合作探究，推理证明

问题6：你能在一般的三角形中证明上述结论吗？

师生活动：

引导学生分类讨论：

1\. 如图，师生共同探讨锐角三角形中的正弦定理.

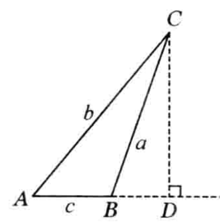


教师可作如下引导性的提问：对$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$作等价变形可得$a\sin B=b\sin A$，$a\sin B$与$b\sin A$的几何意义是什么？

由$a\sin B$与$b\sin A$实际上是锐角三角形AB边上的高CD，可得$CD=a\sin B=b\sin A$，即$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$.

同理可得$\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$.

2\. 教师追问：当$\triangle ABC$为钝角三角形时，又该如何证明？（让学生分组讨论自主探究，教师注意巡视指导，引导学生思考）



如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC$为钝角，

作$CD\perp AB$，垂足为D，则$CD=b\sin A$.

又$CD=a\sin(\pi-\angle ABC)=a\sin\angle ABC$，

所以$a\sin\angle ABC=b\sin A$，即$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin\angle ABC}$.

同理可得$\frac{c}{\sin\angle ACB}=\frac{b}{\sin\angle ABC}$.

所以$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin\angle ABC}=\frac{c}{\sin\angle ACB}$.

【设计意图：通过自主思考与合作探究的方式，让学生经历从探究猜想到操作验证，再到推理证明的数学探究过程，领悟研究问题的基本思路和方法，体会分类讨论和数形结合的数学思想.】

问题7：你能用其他方法证明上述结论吗？

【设计意图：一方面，根据学生的研究情况，为学生提供一个学习成果交流的平台；另一方面，启发学生用不同的方法（参考资源延拓）进行证明，拓展学生的思维，培养创新意识.（根据教学情况，可以作为课后作业，供学生探究.）】

五、形成概念，深化认知

1\. 形成概念.

从上面的研究过程，可得以下定理：

正弦定理：在一个三角形中，各边和它所对角的正弦的比相等，即：

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}.$$

正弦定理很好地描述了任意三角形中边与角的一种数量关系.

2\. 深化认知.

正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$等价于$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，每个等式都可视为一个方程，可知三求一.

一般地，我们把三角形的三个角 A,B,C 和它们的对边 a,b,c 叫做三角形的元素. 已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形.

问题 8：利用正弦定理可以解决一些怎样的解三角形问题？

引导学生从方程思想分析和讨论正弦定理可以解决的两类解三角形问题：

(1)已知两角和任意一边，求其他两边和一角；

(2)已知两边和其中一边的对角，求其他的边和角.

【设计意图：引导学生理解正弦定理，掌握正弦定理的结构特征. 启发学生思考正弦定理可以解决哪些解三角形问题，挖掘正弦定理的应用价值.】

六、学以致用，举一反三

例 1：在 $\triangle ABC$ 中，已知 $A=32.0^\circ$，$B=81.8^\circ$，$a=42.9$ cm，解三角形.

解：根据三角形内角和定理，

$$\begin{aligned}C&=180^\circ-(A+B)\\&=180^\circ-(32.0^\circ+81.8^\circ)\\&=66.2^\circ;\end{aligned}$$

根据正弦定理，$b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}=\dfrac{42.9\sin 81.8^\circ}{\sin 32.0^\circ}\approx 80.1(\text{cm})$；

根据正弦定理，$c=\dfrac{a\sin C}{\sin A}=\dfrac{42.9\sin 66.2^\circ}{\sin 32.0^\circ}\approx 74.1(\text{cm})$.

【设计意图：进一步理解正弦定理，应用正弦定理解决简单的解三角形问题. 题中数据与实际生活比较接近，可使用计算器进行运算，体现了理论与生活实践相结合.】

例 2：在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a=20$ cm，$b=28$ cm，$A=40^\circ$，解三角形（角度精确到 1°，边长精确到 1 cm）.

解：根据正弦定理，

$$\sin B=\frac{b\sin A}{a}=\frac{28\sin 40^\circ}{20}\approx 0.899\ 9.$$

因为 $0^\circ<B<180^\circ$，所以 $B\approx 64^\circ$ 或 $B\approx 116^\circ$.

(1)当 $B\approx 64^\circ$ 时，

$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+64^\circ)=76^\circ$，

$c=\dfrac{a\sin C}{\sin A}=\dfrac{20\sin 76^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 30(\text{cm})$.

(2)当 $B\approx 116^\circ$ 时，

$C=180^\circ-(A+B)\approx 180^\circ-(40^\circ+116^\circ)=24^\circ$，

$c=\dfrac{a\sin C}{\sin A}=\dfrac{20\sin 24^\circ}{\sin 40^\circ}\approx 13(\text{cm})$.

【设计意图：理解已知两边和其中一边的对角解三角形时，可能会有两解、一解、无解的情形，并通过“三角形中大边对大角”的性质和内角和定理确定解的个数，进一步体会分类讨论的思想.】

问题 9：对于任意给定的两边 a,b 和其中一边的对角 A，三角形唯一确定吗？如何讨论满足条件的三角形的个数呢？

根据课堂教学进度，可以在课内引导学生讨论解决，也可提出问题后，供学生课后探究，并阅读教材 P8～9“解三角形的进一步讨论”.

【设计意图：通过例 2 的解决，学生发现了已知两边和其中一边的对角解三角形时，解的不确定性. 在已有认知的基础上，通过追问，启发学生进一步探究问题的本质，激发学生进一步学习和探究的欲望.】

七、归纳小结，提炼升华

问题 10：通过本节课的学习，你收获了些什么？ 请从知识、思想方法等方面作一小结.

由学生归纳正弦定理的内容、应用范围，以及由特殊到一般、分类讨论与数形结合的思想方法.

作业设计

课堂练习：教材 P4 练习第 1，2 题.

【设计意图：诊断学生对利用正弦定理解三角形的掌握情况.】

作业：教材 P10 习题 1. 1A 组第 1，2 题，B 组第 2 题.

备选练习：

1. 在$\triangle ABC$中，$A=45°$，$a=2\sqrt{2}$，则$\dfrac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}$等于 (　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. 4

解析：可设$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}=k$，则 $a=k\sin A$，$b=k\sin B$，$c=k\sin C$，所以$\dfrac{a+b+c}{\sin A+\sin B+\sin C}=\dfrac{a}{\sin A}=4$，故选 D.

2. 在$\triangle ABC$中，若 $a=2\sqrt{3}$，$b=2$，$A=60°$，解此三角形.

解：根据正弦定理$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$可得：$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 60°}=\dfrac{2}{\sin B}$，解得 $\sin B=\dfrac{1}{2}$.

又因为 $b<a$，则 $B<A$，故 B 为锐角，所以 $B=30°$，$C=90°$. 由$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 60°}=\dfrac{c}{\sin 90°}$得 $c=4$.

资源延拓

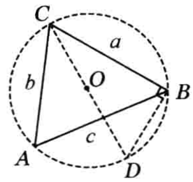
正弦定理的其他几种证明方法

证法一：(等积法)在任意$\triangle ABC$中，设 $BC=a$，$AC=b$，$AB=c$. 先分别作出三边上的高 AD、BE、CF，垂足分别为 D、E、F，则 $AD=c\sin B$，$BE=a\sin C$，$CF=b\sin A$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}bc\sin A$，每项同除以$\dfrac{1}{2}abc$，即得$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$.

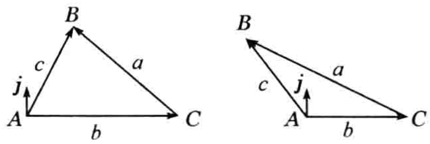
证法二：(外接圆法)在任意$\triangle ABC$中，设 $BC=a$，$AC=b$，$AB=c$. 作$\triangle ABC$的外接圆 O. 如下图，设外接圆的半径为 R，连接 CO 并延长，交圆 O 于点 D，连接 BD.

$\because \angle A=\angle D$，$\therefore \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{a}{\sin D}=2R$.

同理$\dfrac{b}{\sin\angle ABC}=2R$，$\dfrac{c}{\sin\angle ACB}=2R$. $\therefore \dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin\angle ABC}=\dfrac{c}{\sin\angle ACB}=2R$.



证法三:(向量法)如图:



(1)当$\triangle ABC$是锐角三角形时,过A作单位向量$\boldsymbol{j}$垂直于$\overrightarrow{AC}$,由$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$,两边同乘以单位向量$\boldsymbol{j}$,得$\boldsymbol{j}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AB}$,$\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AC}+\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AB}$.

$\therefore|\boldsymbol{j}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cos 90°+|\boldsymbol{j}|\cdot|\overrightarrow{CB}|\cos(90°-C)=|\boldsymbol{j}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cos(90°-\angle BAC)$.

$\therefore a\sin C=c\sin\angle BAC$,即$\frac{a}{\sin\angle BAC}=\frac{c}{\sin C}$.同理可得:$\frac{a}{\sin\angle BAC}=\frac{b}{\sin B}$,

$\therefore\frac{a}{\sin\angle BAC}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

(2)当$\triangle ABC$是钝角三角形时,不妨设A为钝角,过A作单位向量$\boldsymbol{j}$垂直于$\overrightarrow{AC}$,由$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AB}$,两边同乘以单位向量$\boldsymbol{j}$,得$\boldsymbol{j}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AB}$,即$\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AC}+\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{j}\cdot\overrightarrow{AB}$.

$\therefore|\boldsymbol{j}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cos 90°+|\boldsymbol{j}|\cdot|\overrightarrow{CB}|\cos(90°-C)=|\boldsymbol{j}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cos(\angle BAC-90°)$,

$\therefore a\sin C=c\sin\angle BAC$,即$\frac{a}{\sin\angle BAC}=\frac{c}{\sin C}$.同理可得:$\frac{a}{\sin\angle BAC}=\frac{b}{\sin B}$,

$\therefore\frac{a}{\sin\angle BAC}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$.

1.1.2 余弦定理

第1课时

教学分析

教学目标

1. 了解向量知识的应用,掌握余弦定理的推导过程.

2. 会利用余弦定理证明简单三角形问题,求解简单斜三角形边角问题.

3. 通过三角函数、余弦定理、向量数量积等知识点之间的联系来体现事物之间的普遍联系与辩证统一.

4. 培养学生合作交流的学习意识.

教学重难点

重点:余弦定理的证明及应用.

难点:向量知识在证明余弦定理时的应用,余弦定理与向量知识的联系过程.

教学准备

教师:投影仪,幻灯片四张.

第一张:课题引入图片.

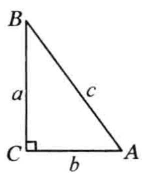


图 1

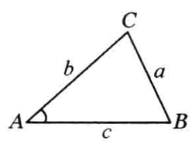


图 2

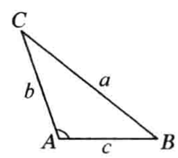


图 3

如图 1,在 Rt$\triangle ABC$ 中,有 $a^2+b^2=c^2$.

问题:在图 2,图 3 中,能否用 b,c,A 求解 a?

第二张:余弦定理.

余弦定理:三角形中任何一边的平方等于其他两边的平方的和减去这两边与它们的夹角的余弦的积的两倍.

形式一:$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$,

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$,

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

形式二:$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$,

$\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$,

$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.

第三张:教材 P7 例 3.

第四张:教材 P7 例 4.

学生:计算器,三角板.

教学导图

从直角三角形勾股定理导入 → 三角形的余弦定理 → 余弦定理的简单应用 → 练习、交流、反馈、巩固 → 学生归纳小结,教师评价

教学设计

教学过程

一、提出问题

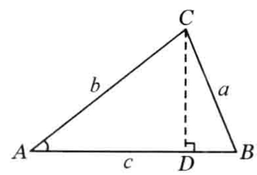
【设计意图:设计问题来引入新课以培养学生的问题意识.】

师生活动:

教师—上一节,我们一起研究了正弦定理及其应用,解决了在三角形中已知两角一边或已知两边和其中一边对角来解三角形的问题.当时对于已知两边及其夹角求第三边问题未能解决,下面我们来看第一张投影片,如图1,在直角三角形中,根据两直角边及直角可表示斜边,即勾股定理,那么对于任意三角形如图2和图3,能否根据已知两边及其夹角来表示第三边呢?引导学生根据初中所学的平面几何的有关知识来研究这一问题.

明确问题:在$\triangle ABC$中,设$BC=a,AC=b,AB=c$,试根据b,c,A求a.

学生—独立分析思考,合作交流.



教师—引导学生分析:由于初中平面几何所接触的是解直角三角形问题,所以应添加辅助线构造直角三角形,在直角三角形内通过边角关系做进一步的转化工作.在图2中作CD垂直AB于D,如右图,那么在$\mathrm{Rt}\triangle BDC$中,可利用勾股定理用CD、DB表示BC,而CD可在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中利用边角关系表示,DB可利用$AB-AD$转化,进而在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$内求解.

师生—共同探讨,获得解决方法.

解:过C作$CD\perp AB$,垂足为D,则在$\mathrm{Rt}\triangle CDB$中,根据勾股定理可得:

$a^2=CD^2+BD^2$. ∵在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中,$CD^2=b^2-AD^2$,

且$BD^2=(c-AD)^2=c^2-2c\cdot AD+AD^2$,

$\therefore a^2=b^2-AD^2+c^2-2c\cdot AD+AD^2=b^2+c^2-2c\cdot AD$.

又∵在$\mathrm{Rt}\triangle ADC$中,$AD=b\cdot\cos A$,

$\therefore a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$.

类似地,可以证明$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

教师进一步指出:当A为钝角时(如图3)也可证得上述结论,当A为直角时$a^2=b^2+c^2$也符合上述结论,这也正是我们这一节将要研究的余弦定理.

二、归纳余弦定理

【设计意图:培养学生由特殊到一般的数学思维方法,训练数学语言表达能力.】

师生活动:

教师—引导学生归纳余弦定理的文字叙述和数学式子表达两种形式.教师总结并出示第二张投影片.

形式一：

$$\boxed{\begin{aligned}&a^2=b^2+c^2-2bc\cos A,\\&b^2=c^2+a^2-2ca\cos B,\\&c^2=a^2+b^2-2ab\cos C.\end{aligned}}$$

形式二：

$$\boxed{\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc},\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca},\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}.}$$

学生—学生交流讨论余弦定理的两种形式的特点及用法.

教师—引导学生分析特殊情况，在余弦定理中，令 $C=90°$，这时，$\cos C=0$，余弦定理变为 $c^2=a^2+b^2$，由此得出勾股定理是余弦定理的特殊情况，而余弦定理则是勾股定理的推广.

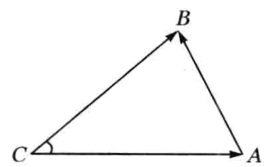
三、向量法证明余弦定理

【设计意图：层层递进提出 4 个问题，引导学生从向量角度思考证明过程，以向量数量积的定义式作为突破口，把学生的思维引向向量的思维方式，自然而然地把学生带到一个全新的知识生长场景中.】

师生活动：

教师—提出问题：

问题 1：由于余弦定理中涉及的角是以余弦形式出现的，那么可以与哪些向量知识产生联系呢？



问题 2：向量数量积的定义是什么？

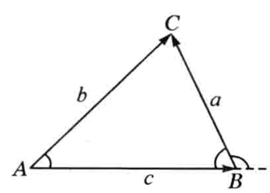
问题 3：在△ABC 中有哪些向量等式？

问题 4：在△ABC 中，根据向量等式，怎样出现 $\cos C$？

学生—思考上述问题，探索交流.

教师—这一点与向量法证明正弦定理有相似之处，但又有所区别，首先因为无需进行正、余弦形式的转换，也就省去添加辅助向量的麻烦. 当然，在各边所在向量的联系上依然通过向量加法的三角形法则，而在数量积的构造上则以两向量夹角为引导，比如证明形式中含有角 C，则构造$\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}$这一数量积，以便出现 $\cos C$. 同样在证明过程中应注意两向量夹角是以同起点为前提的.

师生—向量法证明余弦定理的过程：



如图，在△ABC 中，设 AB、BC、CA 的长分别是 c、a、b.

由向量加法的三角形法则可得：$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$，

$\therefore\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})\cdot(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$

$=\overrightarrow{AB}^2+2\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}^2$

$=|\overrightarrow{AB}|^2+2|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cdot\cos(180°-B)+|\overrightarrow{BC}|^2$

$=c^2-2ac\cos B+a^2$，即 $b^2=c^2+a^2-2ac\cos B$.

由向量减法的三角形法则可得：

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}$，

$\therefore\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BC}=(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})$

$=\overrightarrow{AC}^2-2\,\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}^2$

$=|\overrightarrow{AC}|^2-2|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cos A+|\overrightarrow{AB}|^2$

$=b^2-2bc\cos A+c^2$，即 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$.

由向量加法的三角形法则可得：

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$,

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC})$

$=\overrightarrow{AC}^2-2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}^2$

$=|\overrightarrow{AC}|^2-2|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{BC}|\cos C+|\overrightarrow{BC}|^2$

$=b^2-2b\cdot a\cos C+a^2$，　即 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$.

教师—(1)上述证明过程中应注意正确运用向量加法(减法)的三角形法则.

(2)在证明过程中注意两向量夹角的确定，$\overrightarrow{AC}$与$\overrightarrow{AB}$属于同起点向量，则夹角为 A；$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{BC}$是首尾相接，则夹角为角 B 的补角 $180°-B$；$\overrightarrow{AC}$与$\overrightarrow{BC}$是同终点的向量，则夹角仍是角 C.

四、余弦定理的应用

【设计意图：通过学生的思考、交流总结规律，教师及时启发、诱导、点拨，培养学生的问题意识.】

师生活动：

教师—在证明了余弦定理之后，我们来进一步学习余弦定理的应用. 提出问题：利用余弦定理，可以解决三角形中的哪些问题？

学生—在充分思考的基础上讨论交流，推选出代表回答要点.

师生—主要解决以下两类有关解三角形的问题：

(1)已知三边，求三个角.

这类问题由于三边确定，故三个角也确定，解唯一.

(2)已知两边和它们的夹角，求第三边和其他两个角.

这类问题第三边确定，因而其他两个角唯一，故解唯一，不会产生类似利用正弦定理解三角形所产生的判断取舍等问题.

五、例题剖析

【设计意图：通过例题剖析来进一步体会与总结"利用余弦定理，可以解决三角形中的哪些问题"，两个例题均较为简单，让学生自己解决以培养独立学习或合作学习的能力.】

师生活动：

师生—学生自主解决或交流讨论解决，注意利用计算器运算. 教师重在评析，使学生：

通过例 3(第三张投影片)体会到在解斜三角形时，如果正弦定理与余弦定理均可选用，那么求边用两个定理均可，求角用余弦定理可免去判断取舍的麻烦.

通过例 4(第四张投影片)体会到为保证求解结果符合三角形内角和定理，即三角形内角和为 180°，可用余弦定理求出两角，第三角用三角形内角和定理求出.

六、尝试小结

引导学生自我总结，要包括以下三项内容：(1)余弦定理的证明方法；(2)进一步了解向量的工具性作用；(3)明确利用余弦定理所能解决的两类有关解三角形的问题：已知三边求任意角；已知两边及夹角解三角形.

七、跟踪练习

教材 P8 练习第 1,2 题.