Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

专题点击

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

适用区域广泛

初中代数（上）

·初一、初二年级用·

12

主　编　郭奕津

东北师范大学出版社

Z 各个击破

ZHUANTI DIANJI

以专题为编写线索

针对性、渗透性强

体例新颖、注重能力培养

专题点击

初中代数（上）

·初一、初二年级用·

主　编　郭奕津

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目（CIP）数据

专题点击．初中代数（上）/郭奕津主编．长春：东北师范大学出版社，2003.5

ISBN 7-5602-3307-4

Ⅰ．专… Ⅱ．郭… Ⅲ．代数课—初中—教学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2003）第 026500 号

ZHUANTI DIANJI

□策划创意：一编室

□责任编辑：刘忠谊 □责任校对：宗 谊

□封面设计：张 然 □责任印制：张文霞

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 5268 号 邮政编码：130024

电话：0431—5695744 5688470 传真：0431—5695734

网址：www.nnup.com 电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

长春新华印刷厂印装

长春市吉林大路 35 号（130031）

2003 年 5 月第 1 版 2003 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸：148 mm × 210 mm 印张：7.75 字数：250 千

印数：00 001 — 10 000 册

定价：10.00 元

本书作者

ZHUANTI DIANJI CHUZHONG DAISHU

主编 郭奕津

编写 郭奕津 唐永校 屈静 李智 卢秀军 邵炳英 袁晓娟 曹振美 宋继权 于漫红 张冬梅 田京爱 赵蕾

CHUBANZHE DE HUA

出版者的话

《专题点击》丛书的创意始于教材改革的进行，教材的不稳定使教辅图书市场异彩纷呈，新旧图书杂糅，读者即使有一双火眼金睛，也难以取舍。但无论各版别的教材如何更新，变革，万变不离其宗的是，删改陈旧与缺乏新意的内容，增加信息含量，增强人文意识，培养创新精神，增添科技内涵，活跃思维，开发学生的创新、理解、综合分析及独立解决问题等诸多能力，而这些目标的实现均是以众多不断调整的知识版块、考查要点串连在一起的。不管教材如何更改，无论教改的步子迈得多大，这些以丰富学生头脑，开拓学生视野，提高其综合素养为宗旨的知识链条始终紧密地联系在一起，不曾有丝毫的断裂，而我们则充分关注形成这一链条的每一环节，这也是“专题”之切入点。

《专题点击》丛书的出版正是基于此种理念，涵盖初高中两个重点学习阶段所学语文、英语、数学、物理、化学等五个学科,各科以可资选取的知识版块作为专题,进行精讲,精解,精练。该丛书主要具有以下特点：

一、以专题为编写线索

语文、英语、数学、物理、化学五主科依据初高中各年级段整体内容及各学科的自身特点，科学、系统地加以归纳、分类及整理，选取各科具有代表性的知识专题独立编写成册，并以透彻的讲解，精辟的分析，科学的练习，准确的答案为编写思路，再度与一线名师携手合作，以名师的教学理念为图书的精髓，以专题为轴心，抓住学科重点、知识要点，以点带面，使学生对所学知识能融会贯通。

二、针对性、渗透性强

“专题”，即专门研究和讨论的题目，这就使其针对性较明显。其中语文、英语两科依据学科试题题型特点分类，数学、物理、化学各科则以知识板块为分类依据，各科分别撷取可供分析讨论的不同板块，紧抓重点难点，参照国家

课程标准及考试说明，于潜移默化中渗透知识技能，以收“润物细无声”之功效。

三、体例新颖，注重能力培养

《专题点击》丛书体例的设计，充分遵循了学生学习的思维规律，环环相扣，逻辑性强。基础知识的讲解，注重精练，循序渐进，以至升华；典型例题，以实例引航，达到举一反三，触类旁通；把知识点融入习题，鼓励实战演练，做到学以致用。本丛书一以贯之、自始至终遵循的是对学生能力的培养。

四、适用区域广泛

《专题点击》丛书采用“专题”这一编写模式，以人教版教材为主，兼顾国内沪版、苏版等地教材，汲取多种版本教材的精华，选取专题，使得本套书在使用上适用于全国的不同区域，可活学活用，不受教材版本的限制。

作为出版者，我们力求以由浅入深、切中肯綮的讲解过程，化解一些枯燥的课堂教学，以重点、典型的例题使学生从盲目的训练中得以解脱，以实用、适量的练习减少学生课下如小山般的试卷。

我们的努力是真诚的，我们的探索是不间断的，希望我们的努力使学生有更多的收获。成功并不属于某一个人，它需要我们共同创造，需要我们携手前行。

东北师范大学出版社

第一编辑室

ZHUANTI DIANJI

目录

专题点击

第一章　整　式

1 知识点击　循序渐进

人们用字母来代替数字后，发现用字母之间的运算关系来揭示数字的运算规律更简捷直观，于是在此基础上发展了代数学. 当然，在代数的学习中，最基础的是认识整式.

1 字母代替数

用字母代替数后，运算的规律、方法与算术中的规则、方法是相同的.

代数式是把字母及数字用"+，-，×，÷，$\sqrt{\ }$，乘方，(　)"等联结起来的式子.

例如：$3+a$ 表示 3 与 a 的和；

$2m-n$ 表示 m 的 2 倍减去 n；

$7x$ 表示 $7\times x$，是 7 与 x 的积，习惯上省略"×"；

$\frac{a}{b}$ 表示 $a\div b$，是 a 除以 b 的意思，习惯上除法用分数形式表示；

a^3 表示 $a\cdot a\cdot a$，是三个 a 连乘的意思.

2 列代数式

列代数式时，要准确地表示出字母及数字之间的运算关系，特别要注意被减数与减数，被除数与除数的关系.为了明确运算的顺序，在需要加括号时，要加上括号.

例如：a 的三分之一与 c 的和，可表示为 $\frac{a}{3}+c$；

x 的 5%与 y 的 3%的和，可表示为 $5\%x+3\%y$；

x,y 两数差的 5 倍，可表示为 $5(x-y)$；

与 y 的差为 $\frac{2}{3}$ 的数，可表示为 $y+\frac{2}{3}$；

除以 $1\frac{1}{3}$，商为 a 的数，可表示为 $\frac{4}{3}a$.

3 单项式与多项式

单独一个数，一个字母或一个数与字母的乘积叫做单项式.在单项式中，字母与字母之间，字母与数字之间只有乘法运算，而没有加、减、除法及开方运算.

例如：$10,x,-\frac{1}{3}a^2b^3,mn,-xy^2z^3$ 等都是单项式.

单项式中，数字因数叫做单项式的系数，所有字母的指数和叫做单项式的次数.单独一个数字组成的单项式次数是 0.

例如：$-\frac{5}{3}a^2b^3c$ 的系数是 $-\frac{5}{3}$，次数是六；15 的次数是 0；m 的系数是 1.

几个单项式的和叫做多项式. 在多项式中，字母与数字，字母与字母之间存在加、减、乘运算，而没有除法、开方运算.

多项式中每个单项式叫做多项式的项，次数最高项的次数就是多项式的次数.

例如：$x^4y-6x+5+3x^6-5x^2y^2$ 共有五项，它是六次多项式.

单项式与多项式统称整式.

4 数和字母相乘

把数与字母相乘，可以把代数式整理与化简，习惯上应该这样做：

$3\times2m=6m,-5\left(\frac{2}{3}ab\right)=-\frac{10}{3}ab,5a\times(-2b)=-10ab,0\times4xy=0.$

5 整式的加减法

整式的加减法就是去括号，合并同类项.

(1)去括号就是去掉整式里的括号. 如果括号前面是“+”号，则把括号和它前面的“+”号一起去掉，括号里的各项都不变号；如果括号前面是“-”号，则把括号和它前面的“-”号一起去掉，括号里的各项都变号.

例如：$3a+(2b-5c)=3a+2b-5c$.

$-(2x-y)-3(x+y)=-2x+y-3x-3y$.

(2)合并同类项就是把同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变.

例如：$5xy-4xy+16xy=17xy$.

6 单项式与单项式相乘

单项式相乘，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，连同它的指数作为积的一个因式.

例如：$3a^2bc\cdot(-2ab^2)=3\times(-2)(a^2\cdot a)(b\cdot b^2)c=-6a^3b^3c$.

7 单项式与多项式相乘

单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

例如：$(-3x^2)\left(4x^2-\frac{4}{9}x+1\right)=(-3x^2)\cdot4x^2+(-3x^2)\left(-\frac{4}{9}x\right)+(-3x^2)\cdot1$

$$=-12x^4+\frac{4}{3}x^3-3x^2.$$

8 多项式乘以多项式

计算$(a+b)(m+n)$，可以把$(a+b)$看成一个因式，则可以得到

$$(a+b)m+(a+b)n,$$

进一步再根据单项式与多项式乘法的法则可以得到

$$am+bm+an+bn,$$

即
$$(a+b)(m+n)=am+bm+an+bn\ .$$

对比左右两边的各项，可以得到：多项式乘以多项式，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

例如：$(4x^2+5xy)(2x-y)$

$=4x^2\cdot2x+5xy\cdot2x+4x^2\cdot(-y)+5xy\cdot(-y)$

$=8x^3+10x^2y-4x^2y-5xy^2$

$=8x^3+6x^2y-5xy^2$.

9 特别的多项式与多项式相乘——乘法公式

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$（见图 1 - 1）.

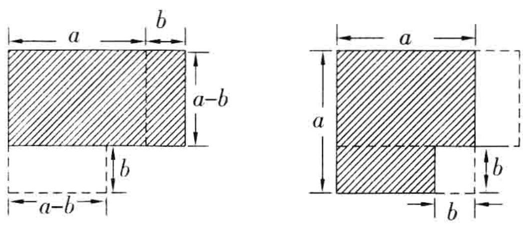

图 1 - 1

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$(见图 1 - 2).

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$(见图 1 - 3).

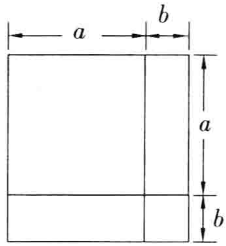

图 1 - 2

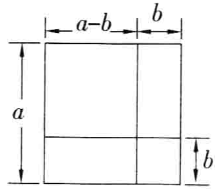

图 1 - 3

10 单项式除以单项式

单项式相除,把系数、同底数幂分别相除作为商的因式,对于只在除式里含有的字母,则连同它的指数作为商的一个因式.

例如:$35x^3y^2z\div5x^2y^2=7xz$.

$\left(-\frac{2}{5}a^3b^4\right)\div\frac{1}{4}ab^2=-\frac{8}{5}a^2b^2$.

11 多项式除以单项式

多项式除以单项式,先把这个多项式的每一项除以这个单项式,再把所得的商相加.

例如:$(am+bm+cm)\div m$

$=am\div m+bm\div m+cm\div m$

$=a+b+c$.

$(-4a^3+12a^2b-7a^3b^2)\div(-4a^2)$

$=(-4a^3)\div(-4a^2)+12a^2b\div(-4a^2)-7a^3b^2\div(-4a^2)$

$=a-3b+\frac{7}{4}ab^2$.

12 多项式除以多项式

例如:$(x^2+5x-6)\div(x-1)=(x+6)(x-1)\div(x-1)=x+6$.

$(x^2-4x+4)\div(x-2)=(x-2)^2\div(x-2)=x-2$.

13 幂的运算

(1)$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$(m,n 都是正整数).

(2)$(a^m)^n=a^{mn}$(m,n 都是正整数).

(3) $(ab)^n=a^nb^n$(n 是正整数).

(4) $a^m\div a^n=a^{m-n}$($a\neq 0$,而 m,n 都是正整数,并且 $m>n$).

(5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$($n$ 是正整数).

例如:$(a^2b^3)^2\cdot(ab^2)^3=a^4b^6\cdot a^3b^6=a^7b^{12}$.

$(a^5b^2)\div(a^2b)^2=(a^5b^2)\div(a^4b^2)=a$.

2 实例引航 举一反三

例 1 指出下列单项式的系数和次数:$4a^2b^3,-5xy,-\dfrac{4a^2bc^3}{7},13,-m$.

解:$4a^2b^3$ 的系数是 4,次数是五.

$-5xy$ 的系数是-5,次数是二.

$-\dfrac{4a^2bc^3}{7}$的系数是$-\dfrac{4}{7}$,次数是六.

13 的系数是 13,次数是 0.

$-m$ 的系数是-1,次数是一.

例 2 指出下列多项式各是几次几项式:

$2x-3,3a^2-4a+7,5x^4+3x^3y-6x^2y^2-7xy^3+y^4$.

解:$2x-3$ 是一次二项式.

$3a^2-4a+7$ 是二次三项式.

$5x^4+3x^3y-6x^2y^2-7xy^3+y^4$ 是四次五项式.

例 3 把下列多项式按 x 的降幂排列:

(1) $2x^2-x+3x^3$; (2) $bx+c-ax^2$;

(3) $x^3-y^3-5xy^2+2x^2y$; (4) $x^{2n-1}+x^{2n}-3x^{2n+1}-4x^{2n+2}$.

解:(1) $2x^2-x+3x^3=3x^3+2x^2-x$.

(2) $bx+c-ax^2=-ax^2+bx+c$.

(3) $x^3-y^3-5xy^2+2x^2y=x^3+2x^2y-5xy^2-y^3$.

(4) $x^{2n-1}+x^{2n}-3x^{2n+1}-4x^{2n+2}=-4x^{2n+2}-3x^{2n+1}+x^{2n}+x^{2n-1}$.

例 4 判断下列每两个单项式是不是同类项:

(1) $3x^4y$ 与 $3xy^4$; (2) mn 与 $-4nm$; (3) $-\dfrac{1}{2}a^2b$ 与 $4a^2$; (4) 8 与 $8b$.

解析 同类项是指所含字母相同,并且相同字母的指数也分别相同的项. 因此,在判断两个单项式是不是同类项时,先看单项式中所含的字母是否相同,再看

相同字母的次数是否都相同.

解:(1)$3x^4y$ 与 $3xy^4$ 不是同类项. (2)mn 与 $-4nm$ 是同类项.

(3)$-\frac{1}{2}a^2b$ 与 $4a^2$ 不是同类项. (4)8 与 $8b$ 不是同类项.

例5 合并下列各式中的同类项:

(1)b^2+b^2; (2)$5x-4x+8x$; (3)$-3x^2y+0.5xy^2-1.8x^2y+1\frac{1}{2}xy^2$.

解析 合并同类项时,同类项的系数相加,所得的结果作为系数,字母和字母的指数不变.

解:(1)$b^2+b^2=2b^2$.

(2)$5x-4x+8x=9x$.

(3)$-3x^2y+0.5xy^2-1.8x^2y+1\frac{1}{2}xy^2=-4.8x^2y+2xy^2$.

例6 计 算:

(1)$4a-(3a-5b-7c)+3(-2c+5b)$;

(2)$6x^2-\left[5x-4\left(\frac{1}{4}x-3\right)+x^2\right]$.

解析 整式的加减实际是去掉原式中的括号,合并同类项.

解:(1) $4a-(3a-5b-7c)+3(-2c+5b)$

$=4a-3a+5b+7c-6c+15b$

$=a+20b+c$.

(2) $6x^2-\left[5x-4\left(\frac{1}{4}x-3\right)+x^2\right]$

$=6x^2-[5x-x+12+x^2]$

$=6x^2-5x+x-12-x^2$

$=5x^2-4x-12$.

例7 当 $x=1\frac{1}{2}$ 时,求代数式$(2x^2-x-1)-\left(x^2-x-\frac{1}{3}\right)+\left(3x^2-3\frac{1}{3}\right)$的值.

解析 求代数式值的问题要先化简代数式, 把代数式化成比较简单的形式后,再把字母的值代入.

解:$(2x^2-x-1)-\left(x^2-x-\frac{1}{3}\right)+\left(3x^2-3\frac{1}{3}\right)=2x^2-x-1-x^2+x+\frac{1}{3}+3x^2-3\frac{1}{3}=4x^2-4$.

当 $x=1\frac{1}{2}$ 时,$4x^2-4=4\times\left(1\frac{1}{2}\right)^2-4=4\times\frac{9}{4}-4=5$.

例8 计　算：

(1) $(-2)^m\cdot(-2)^{2m+1}$；　　(2) $(-x)^{2n}\cdot x^{2n+1}$；

(3) $(x-y)^2\cdot(y-x)^3\cdot(x-y)^4$；　　(4) $(-x^2)\cdot(-x)^3\cdot(-x)^{4n}$.

解析 当 m 为偶数时，$(-2)^m=2^m$；当 m 为奇数时，$(-2)^m=-2^m$；当 m 无法确定其奇偶时，$(-2)^m$ 只能等于 $(-2)^m$，不能再化简了.

解：(1) $(-2)^m\cdot(-2)^{2m+1}=(-2)^{3m+1}$.

(2) $(-x)^{2n}\cdot x^{2n+1}=x^{2n}\cdot x^{2n+1}=x^{4n+1}$.

(3) $(x-y)^2\cdot(y-x)^3\cdot(x-y)^4=(x-y)^2[-(x-y)^3](x-y)^4=-(x-y)^9$.

(4) $(-x^2)\cdot(-x)^3\cdot(-x)^{4n}=(-x^2)\cdot(-x^3)\cdot x^{4n}=x^{4n+5}$.

例9 计　算：

(1) $\left(-\frac{1}{3}a^2b\right)^2$；　　(2) $[(-2xy^n)^2]^3$；

(3) $(-2a^2b)^2\cdot(-2a^2b)^3$；　　(4) $\left(-\frac{2}{3}a^nb\right)^2\cdot(a^2bc)^n$.

解：(1) $\left(-\frac{1}{3}a^2b\right)^2=\left(-\frac{1}{3}\right)^2(a^2)^2b^2=\frac{1}{9}a^4b^2$.

(2) $[(-2xy^n)^2]^3=(-2xy^n)^6=64x^6y^{6n}$.

(3) $(-2a^2b)^2\cdot(-2a^2b)^3=(-2a^2b)^5=-32a^{10}b^5$.

(4) $\left(-\frac{2}{3}a^nb\right)^2\cdot(a^2bc)^n=\frac{4}{9}a^{2n}b^2\cdot a^{2n}b^nc^n=\frac{4}{9}a^{4n}b^{2+n}c^n$.

例10 计　算：

(1) $\frac{2}{7}x^2y^3\cdot\left(-\frac{7}{16}xyz\right)$；　　(2) $5ab^3\cdot\left(-\frac{3}{4}a^3b\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}ab^4c\right)$.

解：(1) $\frac{2}{7}x^2y^3\cdot\left(-\frac{7}{16}xyz\right)=\frac{2}{7}\times\left(-\frac{7}{16}\right)(x^2\cdot x)\cdot(y^3\cdot y)\cdot z=-\frac{1}{8}x^3y^4z$.

(2) $5ab^3\cdot\left(-\frac{3}{4}a^3b\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}ab^4c\right)=5\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)(a\cdot a^3\cdot a)(b^3\cdot b\cdot b^4)c=\frac{5}{2}a^5b^8c$.

例11 计　算：

(1) $(-3x^2)\left(4x^2-\frac{4}{9}x+1\right)$；

(2) $\left(\frac{1}{3}x^ny\right)\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}xy-\frac{2}{3}y-\frac{1}{2}x^2y\right)$；

(3) $2ab[(2ab)^2-3b(ab+a^2b)-ab^2]$.

解析 单项式乘以多项式时，要用单项式逐一去乘多项式的每一项. 一般地，乘得的结果的项数应与原多项式的项数一样多.

在混合运算时，也要注意运算的顺序，即先算积的乘方或幂的乘方，再算乘法，最后合并同类项.

解：(1) $(-3x^2)\left(4x^2-\frac{4}{9}x+1\right)$

$=-3x^2\cdot4x^2+(-3x^2)\left(-\frac{4}{9}x\right)+(-3x^2)\cdot1$

$=-12x^4+\frac{4}{3}x^3-3x^2.$

(2) $\left(\frac{1}{3}x^ny\right)\left(\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}xy-\frac{2}{3}y-\frac{1}{2}x^2y\right)$

$=\frac{1}{3}x^ny\cdot\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x^ny\cdot\left(-\frac{1}{2}xy\right)+\frac{1}{3}x^ny\left(-\frac{2}{3}y\right)+\frac{1}{3}x^ny\cdot\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)$

$=\frac{1}{4}x^{n+2}y-\frac{1}{6}x^{n+1}y^2-\frac{2}{9}x^ny^2-\frac{1}{6}x^{n+2}y^2.$

(3) $2ab[(2ab)^2-3b(ab+a^2b)-ab^2]$

$=2ab[4a^2b^2-3ab^2-3a^2b^2-ab^2]$

$=2ab[a^2b^2-4ab^2]$

$=2a^3b^3-8a^2b^3.$

例 12 计 算：

(1) $(x+5)(x+9)$； (2) $(4x^2+5xy)(2x-y)$；

(3) $(1-x+x^2)(x+1)$； (4) $(x+2y-z)(x-2y+z)$.

解：(1) $(x+5)(x+9)=x^2+5x+9x+45=x^2+14x+45.$

(2) $(4x^2+5xy)(2x-y)=8x^3+10x^2y-4x^2y-5xy^2=8x^3+6x^2y-5xy^2.$

(3) $(1-x+x^2)(x+1)=x-x^2+x^3+1-x+x^2=x^3+1.$

(4) $(x+2y-z)(x-2y+z)=x^2+2xy-xz-2xy-4y^2+2yz+xz+2yz-z^2=x^2-4y^2-z^2+4yz.$

例 13 运用平方差公式计算：

(1) $(-6x+1)(-6x-1)$； (2) $\left(\frac{x}{4}+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{x}{4}-\frac{2}{3}y\right)$；

(3) $(x+y+z)(-x-y+z)$； (4) $(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)(16x^4+1)$.

解析 运用平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 计算时，关键是找出式子中的 a,b. 在两个多项式中，a 的特点是这是两个相同的项，b 的特点是符号不同.

例如，(3)小题中 z 的符号相同，相当于公式里的 a，而 x,y 的符号都不相同，相当于公式里的 b.

解：(1) $(-6x+1)(-6x-1)=(-6x)^2-1^2=36x^2-1.$

(2) $\left(\frac{x}{4}+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{x}{4}-\frac{2}{3}y\right)=\left(\frac{x}{4}\right)^2-\left(\frac{2}{3}y\right)^2=\frac{x^2}{16}-\frac{4}{9}y^2$.

(3) $(x+y+z)(-x-y+z)=[z+(x+y)][z-(x+y)]=z^2-(x+y)^2=z^2-x^2-2xy-y^2$.

(4) $(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)(16x^4+1)$

$=(4x^2-1)(4x^2+1)(16x^4+1)$

$=(16x^4-1)(16x^4+1)$

$=256x^8-1$.

例 14 运用完全平方公式计算：

(1) $(2x+3y)^2$；　　(2) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)^2$；

(3) $(-4m-1)^2$；　　(4) $(m+1)^2-5(m+1)(m-1)+2(m-1)^2$.

解析 运用完全平方公式计算时，特别要注意 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 中的 $\pm 2ab$ 这一项，容易产生的错误是 $(a\pm b)^2=a^2\pm b^2$.

解：(1) $(2x+3y)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 3y+(3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$.

(2) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right)^2=\left(\frac{2}{3}a\right)^2-2\cdot\frac{2}{3}a\cdot\frac{3}{4}b+\left(\frac{3}{4}b\right)^2=\frac{4}{9}a^2-ab+\frac{9}{16}b^2$.

(3) $(-4m-1)^2=(-4m)^2+2(-4m)(-1)+(-1)^2=16m^2+8m+1$.

(4) $(m+1)^2-5(m+1)(m-1)+2(m-1)^2$

$=m^2+2m+1-5(m^2-1)+2(m^2-2m+1)$

$=m^2+2m+1-5m^2+5+2m^2-4m+2$

$=-2m^2-2m+8$.

例 15 计　算：

(1) $[(-y^5)^2]^3\div[(-y)^3]^5\cdot y^3$；　　(2) $x^7\div x^5$；　　(3) $a^{2n+1}\div a^{2n}$；

(4) $(x^2)^2\div[(x^5)^2\div(x^2)^3]$；　　(5) $16^{2m}\div\left(\frac{1}{4}\right)^{1-2m}$.

解析 同底数幂的除法，底数不变，指数相减.

解：(1) $[(-y^5)^2]^3\div[(-y)^3]^5\cdot y^3=(y^{10})^3\div(-y)^{15}\cdot y^3=y^{30}\div(-y^{15})\cdot y^3=-y^{15}\cdot y^3=-y^{18}$.

(2) $x^7\div x^5=x^{7-5}=x^2$.

(3) $a^{2n+1}\div a^{2n}=a^{(2n+1)-2n}=a$.

(4) $(x^2)^2\div[(x^5)^2\div(x^2)^3]=x^4\div[x^{10}\div x^6]=x^4\div x^4=1$.

(5) $16^{2m}\div\left(\frac{1}{4}\right)^{1-2m}=4^{4m}\div 4^{2m-1}=4^{2m+1}$.

例 16 计　算：

(1) $15x^5y^2z\div 3x^3y^2$；　　(2) $\left(-\frac{2}{5}a^3b^3\right)\div\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)$；

(3) $(-5a^2b^3c^2)^2\div(-ab^2c)^3$；　　(4) $7x^3y^2\div\left[(-7x^5y^3)\div\left(-\frac{1}{3}x^2y^2\right)\right]$.

解析 单项式除以单项式时，要注意系数与系数相除，底数相同的数指数相减.在乘与除的混合运算中，要按顺序进行计算.

解：(1) $15x^5y^2z\div3x^3y^2=(15\div3)x^{5-3}y^{2-2}z=5x^2z$.

(2) $\left(-\frac{2}{5}a^3b^3\right)\div\left(-\frac{1}{5}ab^2\right)=-\frac{2}{5}\cdot(-5)a^{3-1}b^{3-2}=2a^2b$.

(3) $(-5a^2b^3c^2)^2\div(-ab^2c)^3=(-5)^2a^4b^6c^4\div(-a^3b^6c^3)=-25ac$.

(4) $7x^3y^2\div\left[(-7x^5y^3)\div\left(-\frac{1}{3}x^2y^2\right)\right]=7x^3y^2\div21x^3y=\frac{1}{3}y$.

例 17 计　算：

(1) $(-4a^3+12a^2b-7a^3b^2)\div(-4a^2)$；

(2) $\left(\frac{3}{4}a^3b^3c^2-\frac{1}{3}a^2b^2c+\frac{1}{2}ab\right)\div\frac{1}{12}ab$.

解：(1)　$(-4a^3+12a^2b-7a^3b^2)\div(-4a^2)$

$=(-4a^3)\div(-4a^2)+12a^2b\div(-4a^2)+(-7a^3b^2)\div(-4a^2)$

$=a-3b+\frac{7}{4}ab^2$.

(2)　$\left(\frac{3}{4}a^3b^3c^2-\frac{1}{3}a^2b^2c+\frac{1}{2}ab\right)\div\frac{1}{12}ab$

$=\frac{3}{4}a^3b^3c^2\div\frac{1}{12}ab+\left(-\frac{1}{3}a^2b^2c\right)\div\frac{1}{12}ab+\frac{1}{2}ab\div\frac{1}{12}ab$

$=9a^2b^2c^2-4abc+6$.

例 18 比较下列算式结果的大小(在横线上选填“>”，“<”或“=”)：

(1) 4^2+3^2______ $2\times4\times3$；(2) $(-2)^2+1^2$______ $2\times(-2)\times1$；(3) 2^2+2^2______ $2\times2\times2$.

通过观察归纳，写出能反映这一规律的一般结论，并加以证明.

解：(1) $4^2+3^2>2\times4\times3$. (2) $(-2)^2+1^2>2\times(-2)\times1$. (3) $2^2+2^2=2\times2\times2$.

结论：$a^2+b^2\geqslant2ab$.

证明如下：$\because(a-b)^2\geqslant0$，$\therefore a^2-2ab+b^2\geqslant0$，$\therefore a^2+b^2\geqslant2ab$.

例 19 已知 $a=2002x+2001$，$b=2002x+2002$，$c=2002x+2003$，那么 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$ 的值为多少？

解：由已知，得 $b-a=1$，$c-b=1$，$c-a=2$.

$\therefore$　$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$