

工科高等数学习题集

下册

毛绪平 米拉吉古丽 宋艳萍 苗新艳 编著

Gongke Gaodeng Shuxue Xitiji



中國農業大學出版社

CHINA AGRICULTURAL UNIVERSITY PRESS

工科高等数学习题集

下 册

毛绪平 米拉吉古丽 宋艳萍 苗新艳 编著

中国农业大学出版社

• 北京 •

图书在版编目(CIP)数据

工科高等数学习题集(下册)/毛绪平等编著. —北京:中国农业大学出版社,2013.8
ISBN 978-7-5655-0747-2

I. ①工… II. ①毛… III. ①高等数学-高等学校-习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 134151 号

书 名 工科高等数学习题集(下册)

作 者 毛绪平 米拉吉古丽 宋艳萍 苗新艳 编著

策划编辑 赵 中 董夫才

封面设计 郑 川

出版发行 中国农业大学出版社

社 址 北京市海淀区圆明园西路 2 号

电 话 发行部 010-62818525,8625

编辑部 010-62732617,2618

网 址 <http://www.cau.edu.cn/caup>

经 销 新华书店

印 刷 北京时代华都印刷有限公司

版 次 2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

规 格 787×1 092 16 开本 6.75 印张 160 千字

定 价 14.00 元

责任编辑 田树君

责任校对 陈 莹 王晓凤

邮政编码 100193

读者服务部 010-62732336

出 版 部 010-62733440

e-mail cbsszs @ cau.edu.cn

图书如有质量问题本社发行部负责调换

前 言

《工科高等数学习题集》是参考同济大学数学系编写的《高等数学》(第六版)内容次序编写的。本习题集分上、下册,内容包括函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分、定积分的应用、微分方程、空间解析几何与向量代数、多元函数微分法及其应用、重积分、曲线积分与曲面积分、无穷级数共 12 章的习题、综合题、自测题及期末模拟试题。本习题集适合高等院校的工科本科生使用。

本习题集的内容编写具有如下特点:

一、基本点、重点、难点突出:本习题集紧密衔接同济大学数学系编写的《高等数学》(第六版)教材内容,选题注重基本概念、基本定理和基本运算,重难点突出,题型难易程度适中,并在每一章配备自测题,帮助学生迅速而全面地掌握所有基本知识点。

二、密切结合考研、有利考研学生:本习题集每一章配备了一定数量的综合题,题型紧密结合考研大纲,处处渗透考研经常考到的考点、重点等,同时添加了部分典型的历年考研试题,这对有志于报考硕士研究生学生具有很大的促进作用,让学生对考研的内容、范围、难易程度有较清楚的认识和把握。

三、利于作业的布置与批改:作业的布置与批改,是教学工作的一个重要部分。组织好学生的作业,有利于帮助学生巩固和消化所学的知识点,并使知识转化为技能和技巧。编写本习题集一方面可减轻学生抄作业题的负担,方便课后作业的布置和作业本的保留,同时有助于培养学生独立思考的习惯;另一方面,也便于老师批改和讲解作业。

本习题集由新疆农业大学数理学院毛绪平、米拉古古丽、宋艳萍、苗新艳编著。

在本习题集的编写中,得到了新疆农业大学教务处、数理学院德娜教授、教材科帕尔哈提科长的关心和支持,得到了中国农业大学出版社的大力支持,谨在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不妥和错误之处,恳请广大读者批评指正,我们不胜感激。

编 者

2013 年 7 月于乌鲁木齐

目 录

第八章 空间解析几何与向量代数	1
第八章总练习题	13
第八章自测题	15
第九章 多元函数微分法及其应用	17
第九章总练习题(历届考研题)	30
第九章自测题	34
第十章 重积分	38
第十章总练习题(历届考研题)	45
第十章自测题	49
第十一章 曲线积分与曲面积分	53
第十一章总练习题(历届考研题)	68
第十一章自测题	71
第十二章 无穷级数	74
第十二章总练习题(历届考研题)	85
第十二章自测题	90
模拟试卷(一)	94
模拟试卷(二)	98

第八章 空间解析几何与向量代数

第一节 向量及其线性运算

1. 在空间直角坐标系中,点 (a,b,c) 关于 x 轴和 y 轴的对称点分别是()、();关于 yOz 平面的对称点为();关于坐标原点 O 的对称点为().

2. 已知 $A(1,2,3), B(2,1,5)$ 则:

(1) 向量 $\overrightarrow{AB}$ =_____;

(2) $|\overrightarrow{AB}|$ =_____;

(3) $\overrightarrow{AB}$ 的方向余弦为=_____;

(4) 与 $\overrightarrow{AB}$ 方向相反的单位向量为=_____.

3. 用向量证明:如果一个四边形的对角线相互平分,则它是平行四边形.

4. 证明以三点 $A(4,1,9), B(10,-1,6), C(2,4,3)$ 为顶点的三角形是等腰直角三角形.

5. 设向量的方向余弦分别满足(1) $\cos\alpha = 1$, (2) $\cos\beta = 0$, (3) $\cos\alpha = \cos\beta = 0$,问这些向量与坐标轴或坐标面的关系如何?

6. 设向量 r 的模是 4, 它与轴 u 的夹角为 30° , 求 r 在轴 u 上的投影.

8. 设 $a=3i+5j+8k, b=2i-4j-7k$ 和 $c=5i+j-4k$, 求向量 $m=2a-5b+3c$ 在 x 轴上的投影及在 y 轴上的分向量.

7. 一向量的终点在点 $B(2, -1, 7)$, 它在 x 轴、 y 轴、 z 轴上的投影依次为 2, -3, 5, 求这向量起点 A 的坐标.

9. 在 yOz 面上, 求与三点 $A(3, 1, 2), B(4, -2, -2)$ 和 $C(0, 5, 1)$ 等距离的点.

第二节 数量积 向量积* 混合积

1. 填空:

设 $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$

(1) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____;

(2) $(3\mathbf{a}) \cdot (5\mathbf{b}) =$ _____;

(3) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{i} =$ _____;

(4) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} =$ _____;

(5) $(-3\mathbf{a}) \times 5\mathbf{b} =$ _____.

2. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 为单位向量, 且满足 $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$, 求 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$.

3. 求同时垂直于向量 $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ 和 $\mathbf{b} = 4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ 的单位向量.

4. 求向量 $\mathbf{a} = (2, 2, 1)$ 在 $\mathbf{b} = (4, -3, 4)$ 上的投影.

5. 试用向量证明直径所对的圆周角是直角.

7. 设 $\overrightarrow{OA} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{k}$, $\overrightarrow{OB} = -4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, 以 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 为边作平行四边形 $OACB$:

(1) 求证此平行四边形的对角线相互垂直;

(2) 求此平行四边形的面积.

6. 设 $\mathbf{a} = (3, 5, -2)$, $\mathbf{b} = (2, 1, 4)$, 问 λ_1 和 λ_2 有怎样的关系, 能使 $\lambda_1\mathbf{a} + \lambda_2\mathbf{b}$ 与 z 轴垂直.

第三节 曲面及其方程

2. 一动点与两定点 $(2, 3, 1)$ 和 $(4, 5, 6)$ 等距离, 求此动点的轨迹方程.

1. 填空:

(1) 在 xOz 坐标面上的抛物线 $x^2 = -5z$ 绕 z 轴旋转一周所生成的旋转面方程是_____;

(2) 在 xOz 坐标面上的双曲线 $9x^2 - 4z^2 = 25$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转面方程为_____;

(3) 方程 $x = -5$ 在平面解析几何中和空间解析几何中分别表示_____和_____;

(4) 方程 $x^2 + 4y^2 = 4$ 在平面解析几何和空间解析几何中分别表示_____和_____.

3. 求与定点 $(3, 0, -2)$ 的距离等于4的点的轨迹方程.

4. 方程 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z = 0$ 表示什么曲面?

(2) $y^2 - z = 0$;

5. 画出下列各方程所表示的曲面.

(1) $9x^2 + 4y^2 = 36$;

(3) $\frac{z}{3} = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$.

第四节 空间曲线及其方程

1. 填空:

(1) 曲面 $x^2 + 9y^2 = 10z$ 与 xOz 坐标面的交线是

_____;

(2) 通过曲线 $2x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $x^2 + z^2 - y^2 = 0$ 且母线平行于

y 轴的柱面方程为_____;

(3) 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 与平面 $y + z = 1$ 的交线在 xOy 面上

的投影方程是_____;

(4) 方程组 $\begin{cases} y = 5x - 1 \\ y = 2x + 8 \end{cases}$ 在平面解析几何中表示

_____; 在空间解析几何表示_____;

(5) 方程组 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ 在平面解析几何中表示

_____; 在空间解析几何中表示

_____;

(6) 旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 9$)

在 xOy 面上的投影为_____;

在 zOx 面上的投影为_____;

在 yOz 面上的投影为_____.

2. 画出下面曲线在第一象限内的图形:

$$(1) \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases};$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2 \\ x^2 + z^2 = a^2 \end{cases};$$

3. 把曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ y = x \end{cases}$ 化为参数方程.

第五节 平面及其方程

2. 指出下列各平面的特殊位置,并画出各平面图形:

(1) $3x - 2y = 6$;

1. 填空:

(1) 平面 $Ax + By + Cz = 0$ 必通过_____;

(A, B, C 不全为 0)

(2) $x + z = 1$;

(2) 平面 $Ax + Cz + D = 0$ _____ y 轴;(3) 平面 $Ax + Cz = 0$ _____ y 轴;

(3) $y - 2z = 0$;

(4) 过 $(a, 0, 0), (0, b, 0), (0, 0, c)$ 三点的平面方程为

_____;

(5) 通过点 $(1, 0, -1)$ 且与直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-3}$ 垂直的平面方程是_____;

(4) $3y - 1 = 0$.

(6) 平面 $2x - 2y + z + 5 = 0$ 与 xOy 面的夹角余弦为

_____;

(7) 平面 $2x - 3y + z = 6$ 在 Ox 轴、 Oy 轴、 Oz 轴上的截距分别是_____, _____, _____.

3. 求过三点 $A(1,1,-1)$, $B(1,-1,2)$ 和 $C(2,2,-2)$ 的平面方程.
4. 求过 z 轴和点 $A(-3,1,-2)$ 的平面方程.
5. 求过点 $(1,0,-1)$ 且平行于向量 $\mathbf{a}=(2,1,1)$ 和 $\mathbf{b}=(1,-1,0)$ 的平面方程.
6. 求点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y-2z-10=0$ 的距离.

第六节 空间直线及其方程

1. 填空:

(1) 通过点 $(1, 2, 3)$ 且平行于直线 $\frac{x-3}{2} = y = \frac{z-1}{5}$ 的直线方程

是_____;

(2) 过两点 $M_1(1, -2, 3)$ 和 $M_2(2, 0, -2)$ 的直线方程是

_____;

(3) 点 $A(-1, 2, 0)$ 在平面 $2x + 4y - 2z + 2 = 0$ 上的投影为

_____;

(4) 直线 $\frac{x}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$ 和平面 $3x - 2y + 7z = 8$ 的关系是

_____;

(5) 直线 $\frac{x-2}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-4}$ 和平面 $x + y + z = 3$ 的关系是

_____.

2. 用对称式方程及参数方程表示直线

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$

3. 求过点 $A(3, 1, -2)$ 且通过直线 $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ 的平面方程.

4. 求直线 $L_1 \begin{cases} 5x-3y+3z=9 \\ 3x-2y+z=1 \end{cases}$ 与直线 $L_2 \begin{cases} 2x+2y-z=-23 \\ 3x+8y+z=18 \end{cases}$ 的

6. 求点 $P(3, -1, 2)$ 到直线 $\begin{cases} x+y-z+1=0 \\ 2x-y+z-4=0 \end{cases}$ 的距离.

夹角余弦.

5. 求直线 $\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ 与平面 $x-y-z+1=0$ 的夹角.

7. 画出由 $x=0, y=0, z=0, x^2+y^2=R^2, y^2+z^2=R^2$ 所围成

的立体在第一卦限内的图形.