

“十二五”重点图书 研究生教学用书

光的电磁理论

——光波的传播与控制(第二版)

Electromagnetic Theory of Light
— Propagation and Control of Optic Wave
(2nd Edition)

石顺祥 刘继芳 孙艳玲 编著



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>

研究生系列教材

光的电磁理论

——光波的传播与控制

(第二版)

石顺祥 刘继芳 孙艳玲 编著

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书系统地讲授了光波传播与控制的光的电磁理论,主要采用光波电磁场的模式理论和耦合模理论讨论光波在各种介质中的传播规律。全书共6章。第一章讨论了光波在各向同性介质中的传播,给出了光波电磁理论的基础;第二章讨论了光波在各向异性介质中的传播;第三章主要讨论了光波在周期性介质中的传播;第四章讨论了光波在平板光波导、光纤等有限空间介质中的传播;第五章讨论了光波在非线性介质中的传播;第六章讨论了控制介质中光波传播特性的电光、声光、磁光效应的电磁理论。

本书可作为光学工程、物理电子学、光学以及物理等专业研究生“光的电磁理论”课程的教科书,也可作为其他相关专业师生及科技人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

光的电磁理论:光波的传播与控制/石顺祥,刘继芳,孙艳玲编著. —2版.

—西安:西安电子科技大学出版社,2013.11

研究生系列教材

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3069 -

I. ① 光… II. ① 石… ② 刘… ③ 孙… III. ① 光—电磁理论—研究生—教材
IV. ① O431.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 16370 号

责任编辑 夏太平 李惠萍

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2013年11月第2版 2013年11月第2次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 23

字 数 541千字

印 数 4001~6000册

定 价 45.00元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3069 - 4/O

XDUP 3361002 - 2

*** 如有印装问题可调换 ***

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

序

激光器的发明,解决了强相干光和光频载波的产生问题,使古老的光学焕发了青春。从此,电子技术的各种基本概念(如放大与振荡,调制与解调,倍频与和、差频以及参量振荡,外差探测等)几乎都移植到了光频段,并直接导致光子学这门新兴学科的诞生和发展,使之成为信息科学的重要基础和支柱;光和物质相互作用的新现象层出不穷,为一系列具有重要应用价值的科学技术奠定了新的物理基础,极大地推动了科学技术的发展和新兴科学技术的产生,并在国民经济、国防建设等诸方面获得了广泛的应用。

人们对于描述光与物质相互作用的过程——光在各种介质中传播的基本理论先后发展了经典理论、半经典理论和全量子理论。实际上,采用经典理论、半经典理论已经能够很好地处理目前所遇到的绝大部分光学及现代光学问题。描述光和物质相互作用的经典理论、半经典理论,均把光辐射视为经典电磁波(光频电磁波),遵从光的电磁理论。因此,对于光学、光电子技术领域的研究人员,掌握好光的电磁理论十分重要,对于光学、光电子技术专业的学生,特别是研究生,光的电磁理论应当是必须学好的基础理论。

纵观我国高校光学、光电子学、光电子技术等领域的教学和研究,光的电磁理论散见于各种专业教科书和专著中,系统反映光在各种介质中传播规律和特性的光的电磁理论基础性书籍不多。西安电子科技大学的石顺祥教授及其研究集体长期从事相关领域的科学研究和教学工作,在其长期进行的本科生、研究生教学实践的基础上,为了使学生系统掌握光的电磁理论,编写了这本《光的电磁理论——光波的传播与控制》研究生教材,这是一件很有意义的工作。

这本书是半经典理论体系的光的电磁理论教科书,采用光波电磁场的模式理论和耦合模理论,分别讨论了光在各向同性和各向异性介质、无限大和有限空间介质、均匀和非均匀介质、线性和非线性介质中的传播规律,利用电磁理论处理各种光学现象贯穿始终。全书内容取舍恰当,条理清楚,层次分明,论述严谨,符合由浅及深的认知规律,是一本特色鲜明的好书,特别适合于我国研究生教学,并可供相关专业科技人员参考使用。相信这本书的出版,将会对我国研究生的培养发挥重要作用。

姚建铨

中国科学院院士

2006年9月1日

作者简介

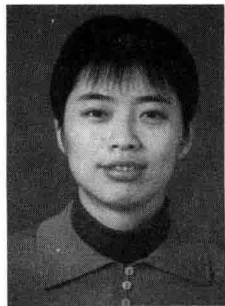
石顺祥, 1965年毕业于西北军事电讯工程学院。现任西安电子科技大学教授, 博士生导师, 学科带头人, 校教学名师, 享受国家政府特殊津贴。长期以来, 为研究生和本科生开设并主讲了“非线性光学”“光的电磁理论”“物理光学与应用光学”“光电子技术及其应用”等20余门课程, 获陕西省优秀教学成果一等奖、二等奖各1项。主要研究领域为非线性光学与技术、光电子技术及应用、超短脉冲技术, 多项研究成果达到国际先进水平, 获省部级科技进步三等奖5项, 国家发明专利授权8项, 已在国内外刊物上发表学术论文120余篇。已出版《非线性光学》《光的电磁理论》《物理光学与应用光学》《光电子技术及其应用》《光纤技术及应用》等12部著作, 获电子部优秀教材二等奖2项。



刘继芳, 教授, 理学博士。现在西安电子科技大学从事非线性光学及光学信息处理等领域的教学研究。相关研究成果获国防科技进步三等奖1项, 中船重工集团科技进步三等奖1项, 获国家发明专利授权4项。在国内刊物、学术会议发表论文50余篇。先后讲授“普通物理”“激光原理与技术”“光电子技术”“傅里叶光学”“光信息处理”“概率论与数理统计”等本科生课程以及“现代光学”和“激光技术试验”等研究生课程。合作出版本科生教材《光电子技术》《光电子技术及应用》《激光原理与技术》《光纤技术及应用》和研究生教材《非线性光学》《光的电磁理论——光的传播与控制》《现代光学》等。



孙艳玲, 副教授。现在西安电子科技大学从事光电子技术及应用、非线性光学等领域的教学与科研工作。发表论文20余篇, 获国家发明专利授权6项, 获省部级科技进步三等奖1项。讲授“普通物理”“力学”“概率论与数理统计”“物理光学与应用光学”“光纤技术”等课程。合作出版本科生教材《光纤技术及应用》和研究生教材《光的电磁理论——光波的传播与控制》。



前 言

本书第一版于 2006 年 10 月在西安电子科技大学研究生院和中国科学院西安光学精密机械研究所研究生部的支持下,由西安电子科技大学出版社出版。该书出版后受到了国内同行的厚爱,他们对本书的定位、体系和撰写给予了充分肯定,本书已被许多高校、研究所选作为研究生“光的电磁理论”等课程的教材或参考书。

本书主要是为与光电子技术专业相关的光学工程、物理电子学、光学等专业的研究生“光的电磁理论”课程编写的专业基础课教材,是作者结合自己长期从事光电子技术专业科研和研究生教学工作的积累、根据我国光电子技术发展需求编写的。本书与目前国内高等学校相关专业通常采用的电子学的电磁场理论教材体系不同,是基于光的电磁场理论,系统地讲授光在各向同性、各向异性介质,光在无限大、有限空间介质,光在均匀、非均匀(周期性)介质,光在线性、非线性介质中的传播规律及控制光波在介质中传播特性的光学效应。基于研究各类介质中光波传播特性的问题实际上是结合应用环境的电磁参数求解光的波动方程的边值问题,而因实际环境的复杂性,通常都需要采用近似方法,例如简正模理论、耦合模理论以及诸多的数值解法,本书的理论研究体系采用了最基本、物理概念最明确、应用最广泛的模式理论和耦合模理论。本书理论体系清晰,讲授光的电磁理论内容系统、条理,可改变通常光电子技术相关专业光的电磁理论教学内容散见于各专业课中的现象,使研究生获得系统的光的电磁理论知识。

本书第二版的出版是适应光电子技术的发展需求,根据光电子技术相关专业研究生教学培养计划的修订,在许多同行和热心读者的支持下进行的。本书第二版保留了第一版的基本结构,在保证本书内容基础性、先进性、系统性、论述严谨性的基础上,主要进行了以下修改和内容补充:增加了光在各向异性介质界面上的双折射、双反射、负反射及左手材料内容;增加了光在光子晶体、光子晶体光纤及二元光学器件中的传输内容;增加了准相位匹配技术内容;将光学双稳态内容移到光波传播控制一章中;考虑到本书讲授内容的系统性,删去了光在随机介质中的传播和光波的衍射内容。

作者期望本书第二版的出版,有助于推进国内研究生的光的电磁理论教学工作。

作者感谢关心和帮助本书第二版修订出版的同行和读者,衷心期望并热忱欢迎专家、同行和读者提出宝贵意见。

作 者
2013 年 3 月

第一版前言

19 世纪中叶,麦克斯韦建立了经典电磁理论,指出光也是一种电磁波,由此产生了光的电磁理论。光和电的统一理论,推动了光学和整个物理学的发展,特别是 20 世纪 60 年代激光的诞生,更标志着光学进入了一个新的发展阶段。

众所周知,光在各种介质中传播的过程实质上是光与物质相互作用的过程,描述光与物质相互作用的理论有经典理论、半经典理论和全量子理论。对于描述光与物质相互作用的经典理论、半经典理论,均视光辐射为经典电磁波,遵从光的电磁理论;对于描述光与物质相互作用的全量子理论,视光辐射为光量子,遵从量子光学理论。尽管现代光学中有许多问题需要运用量子理论处理,但是在目前光学领域内遇到的绝大部分现象和技术,利用光的电磁理论已经能够得到很好的解释。因此,对于绝大多数从事光学、光电子学、光电子技术领域的研究人员,掌握好光的电磁理论十分重要。对于高校培养的光学、光电子技术专业的学生,特别是研究生,光的电磁理论应当是必须学好的基础理论。

综观我国光学、光电子学、光电子技术等领域的研究生、本科生的教育,通过学习“电磁学”、“电磁场理论”、“电动力学”、“物理光学”等基础课程,学生已掌握了光的电磁理论基础,进而通过学习“光纤理论”、“激光技术”、“傅里叶光学”等专业课程,他们也已掌握了光在不同介质、不同光学元器件中的传播规律和属性。在长期进行的教学实践中我们深深感到,为了使使学生所学到的知识从体系上更具有条理性和系统性,尚需要有一本总体体系清晰、处理方法统一、能系统反映光在各种不同介质中传播规律和特性的光的电磁理论专业基础性书籍,为此编写了本书。

本书主要是为“光学工程”、“物理电子学”、“光学”等专业的研究生编写的教科书,也可以作为相应专业高年级本科生的参考书籍。本书在电磁场基本理论的基础上,重点讲授光的波动性,讲授光在各向同性介质中、各向异性介质中的传播规律,光在无限大介质中、有限空间中的传播规律,光在均匀介质中、非均匀介质中的传播规律,光在线性介质中、非线性介质中的传播规律。全书始终贯穿光的电磁场理论、光的电磁波动性,在处理光波的各种传播特性时,均利用目前通常采用的光波电磁场模式理论和耦合模理论来求解光电波动方程。本书总体理论体系清晰,思路明确,论述严谨。

全书共分为六章。第一章针对光在各向同性介质中的传播,综述了光的电磁理论基础知识,着重讨论了平面光波和高斯光束的传播规律;第二章主要讨论了光在各向异性介质中的传播,根据模式理论和耦合模理论,分析了光在线双折射晶体和圆双折射晶体中的传播规律,详细介绍了描述双折射光学系统中偏振光传播的琼斯算法;第三章讨论了光在非均匀介质中的传播,利用模式理论和耦合模理论详细讨论了光在周期性介质中的传播,

并对于光在随机分布的非均匀介质中的传播,讨论了光的散射,进而针对光在传播空间遇到障碍物时的非均匀传播情况,讨论了光的衍射理论;第四章详细讨论了光在有限空间中的传播,利用模式理论和耦合模理论讨论了光在平板波导和光纤中的传播规律,同时还介绍了射线光学理论;第五章在通常讨论的线性光学基础上,详细讨论了光在非线性介质中的传播,主要介绍了光的二次谐波产生、参量上转换、光参量放大与参量振荡、受激布里渊散射等目前经常应用的非线性光学效应,以及有广泛应用前景的非线性光学相位共轭技术和双稳态技术;第六章在前五章讨论光的传播规律的基础上,进一步讨论了光波传播的控制,主要介绍了电光效应、声光效应和磁光效应,这些效应对于研究激光应用有着十分重要的意义。为了便于教学和学生自学,每章后面都备有一定数量的习题,并给出了主要参考文献。

本书由西安电子科技大学石顺祥主编,并编写第一、二、五章及统编全稿;刘继芳编写第三、六章;孙艳玲编写第四章。

本书在编写过程中,得到了西安电子科技大学研究生院的支持,还得到了西安电子科技大学激光教研室老师们的帮助,特别是西北大学的张纪岳教授审阅了全书书稿,并提出许多有益的建议和意见,在此一并表示感谢。

由于作者水平所限,本书中难免会存在个别疏漏,敬请读者批评指正。

本书的出版得到了西安电子科技大学研究生教材建设基金的资助。

作 者
2006 年 6 月

本书符号特别说明

1. 按照国家标准，本书矢量用单字母表示时，采用黑体斜体，如 $\boldsymbol{a}$ 、 $\boldsymbol{M}$ ；

相应地，由于读者用手书写矢量时无法表示黑体，故采用字母上面带一条箭线的白体斜体字母表示矢量，如 $\vec{a}$ 、 $\vec{M}$ 。

2. 按照国家标准，张量也应用黑体斜体字母表示，但本书为了与矢量区别，张量采用黑体正体字母表示，如 $\mathbf{T}$ 、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ；

相应地，用手书写二阶张量时，可采用字母上面带两条箭线的白体斜体字母表示，如

$\overset{\vec{\vec{}}}{T}$ 、 $\overset{\vec{\vec{}}}{\varepsilon}$ ；三阶张量可采用字母上面带有三条箭线的白体斜体字母表示，如 $\overset{\vec{\vec{\vec{}}}}{T}$ 、 $\overset{\vec{\vec{\vec{}}}}{\varepsilon}$ ；以此类推。

用手书写张量时，也可采用字母上面带有两条箭线或双向箭线的白体斜体字母表示，如

$\overleftrightarrow{T}$ 、 $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ 或 $\overleftarrow{\overrightarrow{T}}$ 、 $\overleftarrow{\overrightarrow{\varepsilon}}$ 。

目 录

第一章 光在各向同性介质中的传播——光的电磁理论基础	1
1.1 光电磁场的基本方程	1
1.1.1 麦克斯韦方程和边界条件	1
1.1.2 电磁场的能量、能流和动量	3
1.1.3 波动方程	4
1.1.4 光电磁场的表示	5
1.2 平面光波的传播	8
1.2.1 单色平面光波	8
1.2.2 平面光波的速度	9
1.2.3 单色平面光波的偏振	12
1.3 高斯光束的传播	19
1.3.1 标量波动方程	19
1.3.2 高斯光束的传播	20
1.3.3 高斯光束的简正模理论	34
习题一	40
参考文献	42
第二章 光在各向异性介质中的传播	44
2.1 各向异性介质的介电张量与晶体的分类	44
2.1.1 各向异性介质的介电张量	44
2.1.2 晶体的分类	45
2.2 光在晶体中的传播特性	46
2.2.1 光在晶体中传播特性的解析法描述	47
2.2.2 光在晶体中传播特性的几何法描述	55
2.2.3 光在晶体界面上的反射和折射	61
2.2.4 介质损耗对光波传播的影响	68
2.3 旋光性(圆双折射)	69
2.3.1 旋光现象	69
2.3.2 旋光现象的定性解释	71
2.3.3 旋光性的电磁理论	71
2.4 光在各向异性介质中传播的耦合模理论	76
2.4.1 耦合模方程	76
2.4.2 旋光性的耦合模理论	77
2.5 双折射光学系统的琼斯算法	81
2.5.1 双折射光学元件的琼斯算法	81
2.5.2 双折射光学系统的琼斯算法	87
习题二	95
参考文献	99

第三章 光在非均匀介质中的传播	101
3.1 光在周期性介质中的传播	101
3.1.1 周期性介质	101
3.1.2 光在周期性介质中传播的简正模理论	101
3.1.3 光在周期性介质中传播的耦合模理论	114
3.1.4 电磁表面波	124
3.1.5 周期性介质中光波的相速度、群速度和能量速度	126
3.2 光在光子晶体中的传播	129
3.2.1 光子晶体概述	129
3.2.2 光在光子晶体中的传播特性	131
3.3 二元光学器件中的光传播	141
3.3.1 二元光学概述	141
3.3.2 光在二元光学器件中传播的简正模理论	142
3.3.3 光在二元光学器件中传播的耦合模理论	149
3.3.4 二元光学器件的应用	153
习题三	157
参考文献	159
第四章 光在有限空间中的传输	160
4.1 光在理想平板介质光波导中的传输	160
4.1.1 平板波导的射线光学理论	161
4.1.2 平板波导的波动光学理论	167
4.2 光在有扰动的平板介质光波导中的传输	177
4.2.1 耦合模理论	178
4.2.2 均匀电介质微扰平板波导	179
4.2.3 周期性平板波导	180
4.2.4 分布反馈激光器	186
4.2.5 介质平板波导电光调制	190
4.2.6 波导间的模式耦合	193
4.2.7 其它平板波导	195
4.3 光在光纤中的传输	199
4.3.1 光纤的射线光学理论	200
4.3.2 光纤的波动光学理论	207
4.4 光子晶体光纤	217
4.4.1 光子晶体光纤概述	217
4.4.2 光子晶体光纤的传输特性	220
附录 I	225
习题四	227
参考文献	230
第五章 光在非线性介质中的传播	232
5.1 光在非线性介质中传播的电磁理论	232
5.1.1 非线性光学概述	232

5.1.2 非线性介质响应特性的描述	233
5.1.3 非线性光学相互作用的电磁理论	237
5.2 光的二次谐波产生	241
5.2.1 均匀平面光的二次谐波产生	242
5.2.2 高斯光束的二次谐波产生	258
5.3 光参量上转换	259
5.4 光参量放大与光参量振荡	262
5.4.1 光参量放大	263
5.4.2 光参量振荡器	265
5.4.3 背向光参量放大与振荡	272
5.5 受激布里渊散射	274
5.6 非线性光学相位共轭技术	277
5.6.1 非线性光学相位共轭技术概述	277
5.6.2 四波混频相位共轭理论	280
5.6.3 非线性光学相位共轭技术的应用	284
习题五	287
参考文献	291

第六章 光波传播的控制	292
6.1 光波的电光效应控制	292
6.1.1 线性电光效应的折射率椭球方法描述	293
6.1.2 电光晶体中光波的传播	305
6.1.3 电光调制	312
6.1.4 电光光束扫描	319
6.2 光波的声光效应控制	322
6.2.1 声光效应的折射率椭球方法描述	322
6.2.2 布喇格衍射的耦合波理论分析	330
6.2.3 声光调制器	333
6.2.4 光束的声光扫描	337
6.2.5 声光空间光调制	339
6.3 光波的磁光效应控制	339
6.3.1 光波在法拉第介质中传播的简正模理论	340
6.3.2 光传播的磁光调制	342
6.3.3 磁光空间光调制	343
6.4 光学双稳态	344
6.4.1 光学双稳态概述	344
6.4.2 光学双稳态的基本原理	346
6.4.3 光学双稳态的基本形式	350
习题六	354
参考文献	355

第一章 光在各向同性介质中的传播——光的电磁理论基础

19 世纪 60 年代, 麦克斯韦(Maxwell)建立了经典电磁场理论, 并把光学现象与电磁现象联系起来, 指出光也是一种电磁波, 是光频范围内的电磁波^[1], 从而产生了光的电磁理论。光的电磁理论是描述光在介质中传播的各种现象的基本理论。

本章将简述光的电磁理论基础, 并应用光的电磁场理论讨论光波在各向同性介质中传播的基本特性, 重点讨论平面光波和高斯光束的传播规律及色散特性。

1.1 光电磁场的基本方程

1.1.1 麦克斯韦方程和边界条件

1. 电磁波谱

自从 19 世纪人们证实了光是一种电磁波后, 又经过大量的实验, 进一步证实了 X 射线、 γ 射线也都是电磁波。它们的电磁特性相同, 只是频率(或波长)不同而已。电磁波按其频率的次序排列成谱, 如图 1.1-1 所示。通常所说的光谱区域包括红外线、可见光和紫外线。由于光波频率极高($10^{12} \sim 10^{16}$ Hz), 数值很大, 使用起来不方便, 所以通常都采用波长表征, 光谱区域的波长范围约为 1 mm~10 nm。

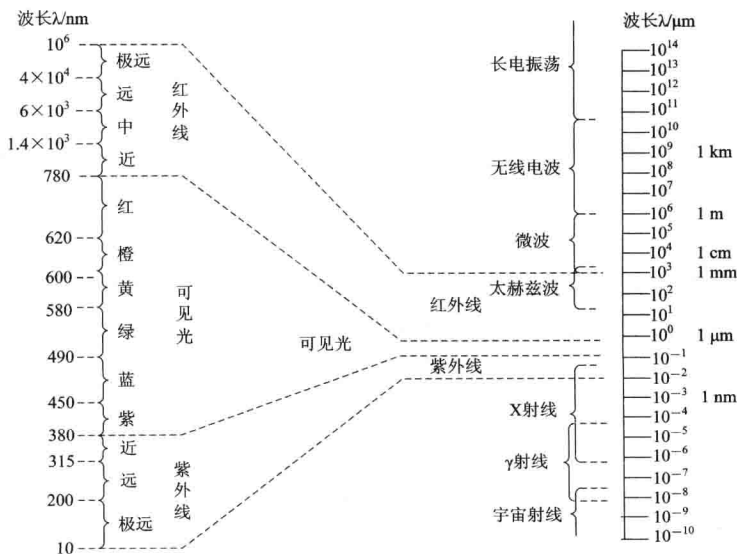


图 1.1-1 电磁波谱

2. 麦克斯韦方程

根据光的电磁场理论, 描述光波性质的基本方程——麦克斯韦方程的微分形式为

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0} \quad (1.1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J} \quad (1.1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (1.1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.1-4)$$

式中, $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{B}$ 分别是电场强度、电感应强度(电位移矢量)、磁场强度、磁感应强度; $\mathbf{J}$ 是电流密度; ρ 是电荷密度。这种微分形式的方程组将空间任一点处的电场、磁场联系在一起, 可以确定空间任一点的电场和磁场, 可以描述电磁波在任意介质中的传播。本书中未加特殊说明, 均采用国际单位制(SI)。

上述麦克斯韦方程中, 电流密度 $\mathbf{J}$ 和电荷密度 ρ 可以看做是电磁辐射源。在光学的许多应用领域里, 经常处理的是电磁辐射在远离源的区域中的传播, 在这种情况下, 方程中的 $\mathbf{J}$ 和 ρ 可视为零。本书所讨论的所有内容均属于这种情况。

由于光波在各种介质中的传播过程实际上就是光与介质相互作用的过程, 因而在运用麦克斯韦方程处理光的传播问题时, 必须考虑介质的特性, 以及介质对电磁场量的影响。描述介质特性对电磁场量影响的关系式, 即是物质方程(或本构方程):

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1.1-5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} \quad (1.1-6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.1-7)$$

式中, ϵ 、 ϵ_0 、 ϵ_r 分别是介质介电常数、真空介电常数、介质相对介电常数; μ 、 μ_0 、 μ_r 分别是介质磁导率、真空磁导率、介质相对磁导率; σ 是介质电导率; $\mathbf{P}$ 和 $\mathbf{M}$ 分别是电极化强度和磁极化强度。

应当指出的是, 对于通常所研究的非铁磁性介质, 其相对磁导率 μ_r 均可视为 1; 对于非均匀性介质, ϵ 和 σ 是空间位置的坐标函数, 即为 $\epsilon(x, y, z)$ 和 $\sigma(x, y, z)$; 在各向同性介质中, ϵ 和 σ 是常数; 在各向异性介质中, ϵ 和 σ 是张量, 即为 $\boldsymbol{\epsilon}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}$; 当光强度很强时, 光与介质的相互作用过程会表现出非线性光学特性, 此时 ϵ 和 σ 不再是常数, 而是与光场有关系的量, 即为 $\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{E})$ 和 $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{E})$ 。本书将分别对这些不同介质中光的传播特性进行讨论。

3. 边界条件

在 ϵ 和 μ 连续的空间区域内, 麦克斯韦方程是可解的。在两个不同物理性质(ϵ 和 μ)介质的光滑界面上, 两边场矢量 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 满足如下边界条件:

$$B_{2n} = B_{1n} \quad (1.1-8)$$

$$D_{2n} - D_{1n} = \rho_s \quad (1.1-9)$$

$$\mathbf{E}_{2t} = \mathbf{E}_{1t} \quad (1.1-10)$$

$$\mathbf{H}_{2t} - \mathbf{H}_{1t} = \mathbf{J}_s \quad (1.1-11)$$

式中, B_{2n} 、 B_{1n} 、 D_{2n} 、 D_{1n} 和 $\mathbf{E}_{2t}$ 、 $\mathbf{E}_{1t}$ 、 $\mathbf{H}_{2t}$ 、 $\mathbf{H}_{1t}$ 分别是两介质(1 和 2)界面一边某点的场矢量 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 与另一边附近一点的场矢量 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{D}$ 和 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 的法线分量和切向分量; ρ_s 是表面电荷密度; $\mathbf{J}_s$ 是表面电流密度。边界条件表明, 在两介质界面上, 磁感应强度矢量 $\mathbf{B}$

的法向分量总是连续的；电位移矢量 $\mathbf{D}$ 的法向分量之差在数值上等于表面电荷密度 ρ_s ；在两介质界面上，电场矢量 $\mathbf{E}$ 的切向分量总是连续的；磁场矢量 $\mathbf{H}$ 的切向分量之差等于表面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 。

在光学的许多领域里(例如，导波光学和层状介质中光波的传播)，表面电荷密度 ρ_s 和表面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 往往均为零，此时， $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 的切向分量以及 $\mathbf{B}$ 和 $\mathbf{D}$ 的法向分量在两个介质的界面处均是连续的。

1.1.2 电磁场的能量、能流和动量

电磁场是一种特殊形式的物质，既然是物质，就必然有能量。时变电磁场是一种电磁波，因此，它将携带着能量向外传播。根据麦克斯韦方程，可以导出电磁场满足的能量守恒定律。

由方程(1.1-2)出发，可以得到

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1-12)$$

上式左边的 $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}$ 表示在分布电荷和电流的情形下，每单位体积的电磁场所作功的速率。若利用熟知的矢量微分恒等式

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) \quad (1.1-13)$$

及方程(1.1-1)，则(1.1-12)式可变为

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = -\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) - \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (1.1-14)$$

如果进一步假定所研究的介质在电磁性质上是线性的，则(1.1-14)式可以写成

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{S} = -\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} \quad (1.1-15)$$

式中， U 和 $\mathbf{S}$ 分别定义为

$$U = \frac{1}{2}(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) \quad (1.1-16)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (1.1-17)$$

标量 U 代表电磁场的能量密度；矢量 $\mathbf{S}$ 代表电磁场能流，称为坡印廷矢量，或称为电磁功率密度、能流密度。在空间任意一点， $\mathbf{S}$ 的方向表示该点功率流的方向，其大小表示通过与能量流动方向垂直的单位面积的功率， $\nabla \cdot \mathbf{S}$ 表示从单位体积内流出的净电磁功率。因此，(1.1-15)式表示在一定体积内所包含的电磁能的时间速率，加上单位时间通过该体积界面流出的能量，等于场对该体积内的源所作总功的负值。该式称为连续性方程或能量守恒方程(坡印廷定理)。

利用类似的方法(见习题1-3)，可以得到电磁场线性动量守恒定律：

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \nabla \cdot \mathbf{T} - \mathbf{F} \quad (1.1-18)$$

式中， $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{T}$ 和 $\mathbf{F}$ 分别为电磁场动量密度、麦克斯韦应力张量和电磁场作用于电荷及电流分布的洛伦兹力：

$$\mathbf{P} = \mu \epsilon (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \quad (1.1-19)$$

$$T_{ij} = \epsilon E_i E_j + \mu H_i H_j - \frac{1}{2} \delta_{ij} (\epsilon E^2 + \mu H^2) \quad (1.1-20)$$

$$\mathbf{F} = \rho \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (1.1-21)$$

(1.1-18)式表示一定体积内所包含的电磁场动量密度的时间变化率等于由麦克斯韦应力作用于该区的力与电磁场作用于该体积内电荷和电流分布的洛仑兹力之差。

1.1.3 波动方程

麦克斯韦方程描述了电磁现象的变化规律，并指出任何随时间变化的电场，将在周围空间产生变化的磁场；任何随时间变化的磁场，将在周围空间产生变化的电场，变化的电场和磁场之间相互联系，相互激发，并且以一定的速度向周围空间传播，这就是电磁波。电磁波的场矢量都应满足描述电磁波传播规律的波动方程。

下面从麦克斯韦方程出发，导出各向同性的均匀介质中，远离辐射源、不存在自由电荷和传导电流的区域内光波场矢量满足的波动方程。在这种介质中， ϵ 和 μ 是标量。

如果将关于磁感应强度矢量的物质方程(1.1-6)代入(1.1-1)式，两边除以 μ ，并应用旋度算符，可得

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \mathbf{H} = 0 \quad (1.1-22)$$

现在将(1.1-2)式对时间求导数，把它与(1.1-22)式结合起来，并应用物质方程(1.1-5)，可以得到

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) + \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1-23)$$

利用矢量微分恒等式

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{E} \right) = \frac{1}{\mu} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \left(\nabla \frac{1}{\mu} \right) \times (\nabla \times \mathbf{E}) \quad (1.1-24)$$

和

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (1.1-25)$$

(1.1-23)式变成

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + (\nabla \log \mu) \times (\nabla \times \mathbf{E}) - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0 \quad (1.1-26)$$

将(1.1-5)式中的 $\mathbf{D}$ 代入(1.1-3)式，并应用矢量微分恒等式

$$\nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = \epsilon \nabla \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \nabla \epsilon \quad (1.1-27)$$

由(1.1-26)式可得

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + (\nabla \log \mu) \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \nabla (\mathbf{E} \cdot \nabla \log \epsilon) = 0 \quad (1.1-28)$$

这就是电场矢量 $\mathbf{E}$ 满足的波动方程。磁场矢量 $\mathbf{H}$ 满足的波动方程，可以用类似的方法求得，并可表示为

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} + (\nabla \log \epsilon) \times (\nabla \times \mathbf{H}) + \nabla (\mathbf{H} \cdot \nabla \log \mu) = 0 \quad (1.1-29)$$

在均匀的各向同性介质中， ϵ 和 μ 的对数的梯度均为零，因此，波动方程(1.1-28)和(1.1-29)就可以简化为

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1-30)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1-31)$$

实际上,即使介质的 ϵ 和 μ 在空间变化,只要在一个波长的范围内变化很小(即慢变化), $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 仍可近似满足波动方程(1.1-30)和(1.1-31)^[2]。该方程就是通常使用的标准的电磁波动方程。

电磁波动方程最简单的特解是平面波、球面波和柱面波,其通解是这些特解的线性叠加。在实际的理论工作中,最通常运用的是单色平面波。一角频率为 ω 、传播方向为 $\mathbf{k}$ 的单色平面光波电磁场矢量 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 的表示式为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0) \quad (1.1-32)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi_0) \quad (1.1-33)$$

式中,单色平面光波的角频率 ω 和波矢 $\mathbf{k}$ 的大小(波数 k)满足如下关系:

$$k = \omega \sqrt{\mu\epsilon} \quad (1.1-34)$$

1.1.4 光电磁场的表示

1. 光电磁场的复数表示

1) 场的复数表示

在光学中,一个随时间正弦变化场(只考虑场矢量的某个分量)的表示式为

$$a(t) = |A| \cos(\omega t + \alpha) \quad (1.1-35)$$

式中, $|A|$ 为振幅; ω 为角频率; α 为相位。这个场量是实数。为了数学上的运算方便,通常将场量 $a(t)$ 表示成如下的复数函数形式:

$$a(t) = A e^{-i\omega t} \quad (1.1-36)$$

式中, A 为 $a(t)$ 的复振幅,定义为

$$A = |A| e^{-i\alpha} \quad (1.1-37)$$

应当明确的是,这种用复数函数表示的物理量,只有取其实部才有物理意义,即(1.1-36)式应理解为

$$a(t) = \text{Re}[A e^{-i\omega t}] \quad (1.1-38)$$

在大多数情况下,利用复数形式表示场量,就线性数学运算(如微分、积分和求和等)来说是没有问题的,但当涉及到场量的乘积(或乘方),如求能量密度或坡印廷矢量时,就会出现问題,这时必须采用物理量的实数表示形式。

为了说明这一点,现在考虑两个正弦函数 $a(t)$ 和 $b(t)$ 的乘积。 $a(t)$ 和 $b(t)$ 分别为

$$a(t) = |A| \cos(\omega t + \alpha) = \text{Re}[A e^{-i\omega t}] \quad (1.1-39)$$

$$b(t) = |B| \cos(\omega t + \beta) = \text{Re}[B e^{-i\omega t}] \quad (1.1-40)$$

式中, $A = |A| e^{-i\alpha}$, $B = |B| e^{-i\beta}$ 。采用实数形式时, $a(t)$ 和 $b(t)$ 的乘积为

$$a(t)b(t) = \frac{1}{2} |AB| [\cos(2\omega t + \alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] \quad (1.1-41)$$

如果采用复数形式求 $a(t)$ 和 $b(t)$ 的乘积,就会得到

$$a(t)b(t) = AB e^{-i2\omega t} = |AB| e^{-i(2\omega t + \alpha + \beta)} \quad (1.1-42)$$

与(1.1-41)式比较,其中与时间无关的直流项没有了,因此使用复数形式计算产生了误差。一般说来,两个复数实部之乘积不等于两个复数乘积的实部,即如果 x 和 y 是两个任