普通高等教育“十二五”规划教材

信号与系统教与学精要

◎主编：罗文秋　曹　鹏

電子工業出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
http://www.phei.com.cn

信号与系统教与学精要

罗文秋　曹　鹏　主编

電子工業出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京・BEIJING

内容简介

本书为学习“信号与系统”课程的辅导教材。全书分为 7 章，每章内容按照“内容结构”、“内容摘要”、“典型例题”、“MATLAB 软件仿真”、“补充阅读”、“习题”6 个部分进行编写，旨在帮助学生深化对基本概念的理解，提高学生分析问题、解决问题的能力，同时也为任课教师提供教学参考。第 7 章和附录给出了前面各章习题答案和模拟试题及参考答案。

本书适合作为普通高等院校相关专业教师和学生的教学参考书和学习指导书，也可供报考相关专业硕士研究生的考生参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

信号与系统教与学精要 / 罗文秋，曹鹏主编. —北京：电子工业出版社，2013.11

ISBN 978-7-121-21443-1

Ⅰ. ①信…　Ⅱ. ①罗…　②曹…　Ⅲ. ①信号系统—高等学校—教学参考资料　Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 213287 号

责任编辑：董亚峰　　特约编辑：王　纲
印　　刷：三河市双峰印刷装订有限公司
装　　订：三河市双峰印刷装订有限公司
出版发行：电子工业出版社
　　　　　北京市海淀区万寿路 173 信箱　　邮编　100036
开　　本：720×1 000　1/16　印张：10.5　字数：168 千字
印　　次：2013 年 11 月第 1 次印刷
定　　价：28.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前　言

“信号与系统”是电子信息和电气类专业的一门重要专业基础课程，该课程所涉及的基本理论、基本思想和方法对所有从事相关专业的工程技术人员都是重要且必需的，而且也是相关专业硕士研究生入学考试必考的科目之一。

该门课程的特点是理论抽象，公式多，难理解。为了帮助学生深化对基本概念的理解，提高分析问题和解决问题的能力，同时也为任课教师提供教学参考，编者对课程的重点难点进行了全面总结，选编了典型例题帮助学生透彻理解课程的基本理论和分析方法。通过 MATLAB 软件仿真，让学生掌握信号分析的工具和方法，通过习题和模拟测试试题，学生可以检验学习的成果。

本书以信号、系统以及信号通过系统的响应，介绍由连续到离散，由时域到频域的描述方法和关联关系。在内容组织上力求以点带面、层层递进，对信号与系统的主要内容分六章，分别以主要内容结构、内容摘要、典型例题、MATLAB 软件仿真、补充阅读、习题进行介绍。

电子工业出版社编辑对本书的编写工作给予了许多的支持和帮助，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限及时间紧迫，书中肯定存在不足或错误，恳请广大读者批评赐教。

编　者

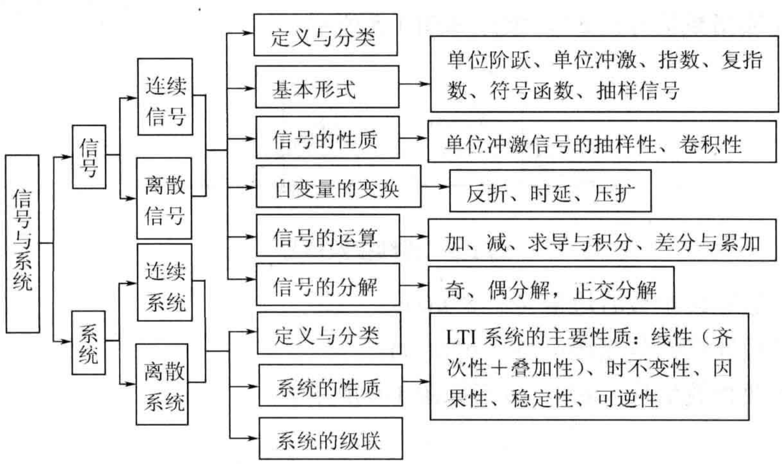
2013 年 8 月

目录

第 1 章

信号与系统的基本概念

1.1 内容结构



1.2 内容摘要

1. 几种典型的基本信号

（1）单位阶跃信号和单位阶跃序列

- 单位阶跃信号：$u(t)=\begin{cases}0, t<0\\1, t>0\end{cases}$

波形如图 1-1 所示。

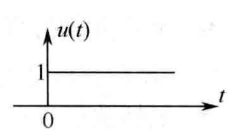


图 1-1　单位阶跃信号

- 单位阶跃序列：$u(n)=\begin{cases}0, n<0\\1, n\geqslant 0\end{cases}$

波形如图 1-2 所示。

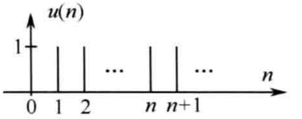


图 1-2　单位阶跃序列

（2）单位冲激信号与单位冲激序列

- 单位冲激信号：$\begin{cases}\delta(t)=\begin{cases}\infty, t=0\\0, t\neq 0\end{cases}\\ \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$

波形如图 1-3 所示。

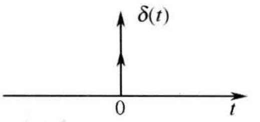


图 1-3　单位冲激信号

- 单位冲激序列：$\delta(n)=\begin{cases}1, n=0\\0, n\neq 0\end{cases}$

波形如图 1-4 所示。

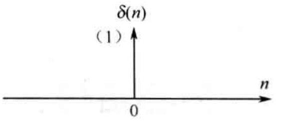


图 1-4　单位冲激序列

（3）指数信号

- 连续指数信号：e^{at}，波形如图 1-5 所示。

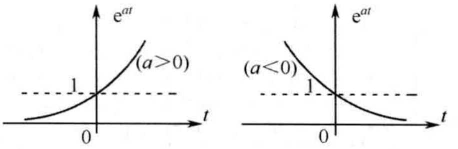


图 1-5　连续指数信号

- 单边连续指数右边信号：$\mathrm{e}^{at}u(t)$
- 单边连续指数左边信号：$\mathrm{e}^{at}u(-t)$
- 离散指数信号：e^{an}，波形如图 1-6 所示。

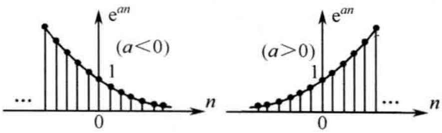


图 1-6　离散指数信号

- 单边离散指数右边信号：$\mathrm{e}^{an}u(n)$
- 单边离散指数左边信号：$\mathrm{e}^{an}u(-n)$

（4）复指数信号与欧拉公式

- 复指数信号：$\mathrm{e}^{(a+\mathrm{j}w)t}=\mathrm{e}^{at}\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}$
- 欧拉公式：$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}=\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t$

- 欧拉公式的应用：$\cos\omega t = \left(e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}\right)\Big/2$；$\sin\omega t = \left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)\Big/2j$

（5）符号函数 $\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ -1, & t<0\end{cases}$

波形如图 1-7 所示。

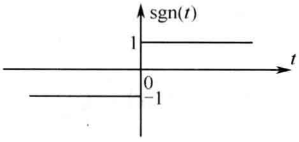


图 1-7　符号函数

（6）抽样函数 $f(t)=\sin t\big/t=\mathrm{Sa}(t),\ t\in R$

（7）$\delta(t)$ 函数的性质

- 与有界函数的乘积：$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$，$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$
- 抽样性（积分性）：$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$，$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$
- 偶函数：$\delta(-t)=\delta(t)$，$\delta(t-t_0)=\delta[-(t-t_0)]$
- $\delta(t)$ 与 $u(t)$ 之间的关系：$\delta(t)=\mathrm{d}u(t)\big/\mathrm{d}t$，$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$
- 尺度变换：$\delta(at)=\dfrac{1}{a}\delta(t)$，$a>0$
- 卷积性：$f(t)*\delta(t)=f(t)$，$f(t)*\delta(t\pm T)=f(t\pm T)$

2．信号的自变量变换

（1）反折

设信号为 $f(t)$，则 $f(-t)$ 表示以纵轴（$t=0$）为对称轴反转后的信号。

（2）平移

设信号为 $f(t)$，当 $t_0>0$ 时，$f(t-t_0)$ 表示 $f(t)$ 沿 t 轴的正方向平移 t_0 后的信号，$f(t+t_0)$ 表示 $f(t)$ 沿 t 轴的负方向平移 t_0 后的信号。

（3）压扩

设信号为 $f(t)$，当 $0<a<1$ 时，$f(at)$ 表示将 $f(t)$ 展宽 $1/a$ 倍；当 $a>1$ 时，$f(at)$ 表示将 $f(t)$ 压缩 a 倍。

3．信号的分解

（1）交流和直流分解

$$f(t) = f_{\mathrm{D}}(t) + f_{\mathrm{A}}(t)$$

直流分量：$f_{\mathrm{D}}(t) = \dfrac{1}{t_2 - t_1}\int_{t_1}^{t_2} f(t)\mathrm{d}t, \quad t_1 < t < t_2$

交流分量：$f_{\mathrm{A}}(t) = f(t) - f_{\mathrm{D}}(t)$

（2）奇偶分解

$$f(t) = f_{\mathrm{e}}(t) + f_{\mathrm{o}}(t)$$

奇分量：$f_{\mathrm{o}}(t) = \dfrac{1}{2}[f(t) - f(-t)] = -f_{\mathrm{o}}(-t)$

偶分量：$f_{\mathrm{e}}(t) = \dfrac{1}{2}[f(t) + f(-t)] = f_{\mathrm{e}}(-t)$

（3）冲激分解（脉冲分解）

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau = f(t) * \delta(t)$$

（4）虚实分解

$$f(t) = f_r(t) + \mathrm{j}f_i(t) = |f(t)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta(t)}$$

$$\theta(t) = \tan^{-1}\frac{f_i(t)}{f_r(t)}$$

$$|f(t)|^2 = f(t)\cdot f^*(t) = f_r^2(t) + f_i^2(t)$$

（5）正交分解

$$f(t) = \sum_{r=0}^{n} C_r g_r(t), \quad t_1 < t < t_2$$

式中，$\{g_r(t), r = 0,1,2,\cdots\}$ 是 (t_1,t_2) 上的一个正交函数集，即 $\int\limits_{t=T} g_l(t)\cdot g_m^*(t)\mathrm{d}t = \begin{cases} 0, & l \neq m \\ K_l, & l = m \end{cases}$；$C_r$ 是一组关联系数，$C_r = \dfrac{\int_T f(t)g_r^*(t)\mathrm{d}t}{\int_T |g(t)|^2\,\mathrm{d}t}$。当 $n\to\infty$ 时，正交函数集是完备的正交函数集。常用的完备的正交函数集有：

① 三角函数集：$\{1, \cos n\Omega t, \sin n\Omega t, n = 1,2,\cdots\}$。

② 复指数函数集：$\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\Omega t}, n = 0,\pm1,\pm2,\pm3,\cdots\}$。

4．LTI 系统的主要性质

① 稳定性：如果一个系统对任意有界输入其输出都有界，则称该系统为稳定系统。稳定系统是有界输入、有界输出的系统，若输入信号收敛，系统的输出必

然收敛。

② 记忆性：如果一个系统的输出取决于过去的输入或将来的输入，则称该系统具有记忆性；反之，如果一个系统的输出只决定于当前的输入，则称该系统无记忆性。

③ 因果性：如果一个系统的输出与当前和过去的输入有关，则称该系统是因果系统，反之，若其输出信号与未来的输入信号有关，则称该系统为非因果系统。

④ 可逆性：如果一个系统的输入可由该系统的输出复原得到，则称该系统具有可逆性；反之，该系统则是不可逆的。

⑤ 时不变性：如果一个系统的特性不随时间变化而改变，则称该系统具有时不变性。时不变系统当其输入延时或超前一段时间，则其输出也延时或超前同样一段时间。

⑥ 线性：如果一个系统的输入信号和输出信号满足叠加性和齐次性，则称该系统是线性系统。

⑦ 叠加性：如果一个系统的输入为 $x_1(t)$ 时，其输出为 $y_1(t)$；输入为 $x_2(t)$ 时，其输出为 $y_2(t)$；输入为 $x_1(t)+x_2(t)$ 时，其输出为 $y_1(t)+y_2(t)$，则称该系统具有叠加性。

⑧ 齐次性：如果一个系统的输入为 $x(t)$ 时，其输入为 $y(t)$；当输入为 $Ax(t)$ 时，其输出为 $Ay(t)$，则称该系统具有齐次性。

5. 系统的相互连接

（1）系统的串联（图 1-8）

图 1-8　系统的串联

（2）系统的并联（图 1-9）

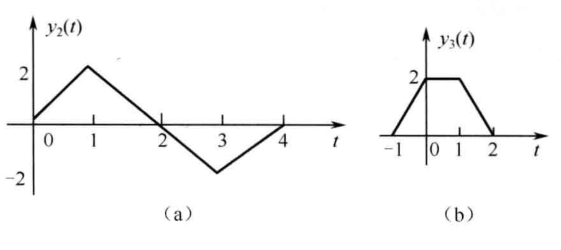


图 1-9　系统的并联

（3）系统的混联（图 1-10）

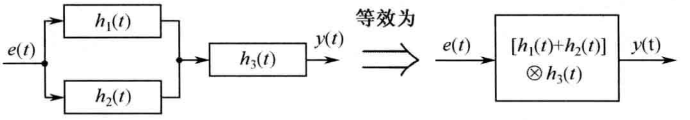


图 1-10　系统的混联

1.3　典型例题

【例 1】　已知连续时间信号 $x(t)$ 和 $h(t)$ 如图 1-11 所示。试画出下列各信号的波形图，并加以标注。

（1） $x(2t+2)$

（2） $x(2-t/2)h(t-2)$

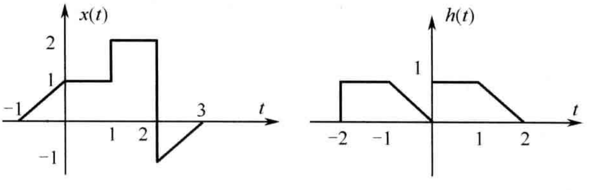


图 1-11　连续信号 $x(t)$和 $h(t)$

解：信号的自变量变换可通过不同的过程来实现，但最终的结果应该是一致的。

（1）方法一：先将 $x(t)$ 压缩两倍，然后向左平移 1 个单位（$t_0=1$），即 $x(t)\to x(2t)\to x[2(t+1)]$，如图 1-12（a）所示。

方法二：先向左平移 1 个单位，然后以 $t=-1$ 为轴进行压缩，即：$x(t)\to x(t+1)\to x[2(t+1)]$，如图 1-12（a）所示。

（2）方法：$x(t)\to x(t/2)\to x(-t/2)\to x[-1/2(t-4)]$，$h(t)\to h(t-2)$，如图 1-12（b）、（c）、（d）所示。

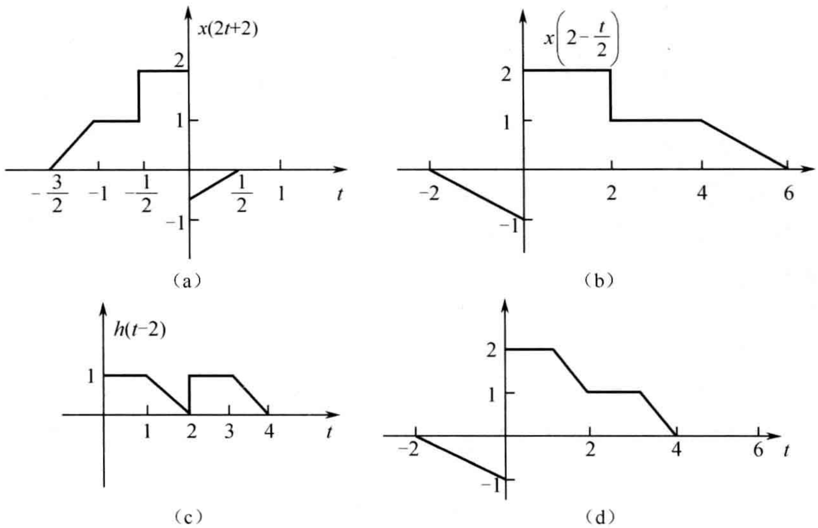


图 1-12　信号的自变量变换

【例 2】　已知离散时间信号 $x(n)$，如图 1-13 所示。试画出下列信号的波形图，并加以标注。

（1）$x(4-n)$

（2）$y(n)=\begin{cases}x(n/3), & n\text{为3的倍数}\\0, & \text{其他}n\end{cases}$

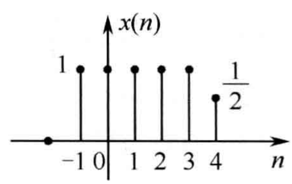


图 1-13　离散时间信号 $x(n)$

解： 信号波形如图 1-14 所示。

（1）$x(4-n)$ 可由 $x(n)$ 先做反转得 $x(-n)$，然后再向右平移 $n_0=4$。

（2）$y(n)$ 是通过对 $x(n)$ 两点之间插入两个零点来实现。

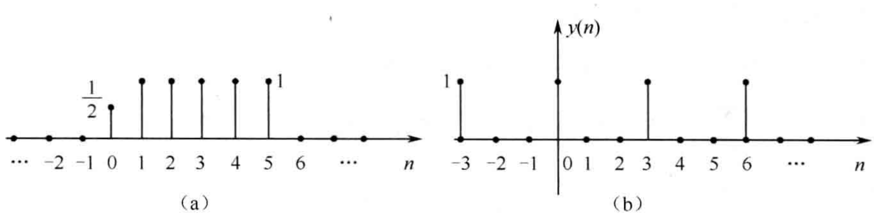


图 1-14　信号波形

【例 3】　已知 $x(n)$ 如图 1-15 所示，设

$$y_1(n)=x(2n)$$

$$y_2(n)=\begin{cases}x\left(n/2\right), n\text{为偶信号}\\0, \quad n\text{为奇信号}\end{cases}$$

画出 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 的波形图。

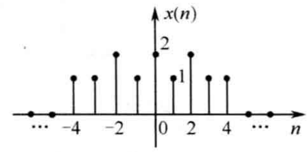


图 1-15　$x(n)$

解： $y_1(n)$ 是对 $x(n)$ 每隔 1 点得到的，$y_2(n)$ 是在 $x(n)$ 两点之间插入一个零点得到的，它们的波形如图 1-16 所示。

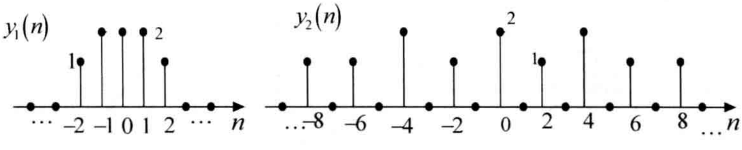


图 1-16　$y_1(n)$和 $y_2(n)$

【例 4】　判断下列各信号是否是周期信号，如果是周期信号，求出它的基波周期。

（1）$x(n)=\cos(\frac{8\pi n}{7}+2)$

（2）$x(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi t-1)}$

（3）$x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(n/8-\pi)}$；

（4）$x(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}[\delta(n-3m)-\delta(n-1-3m)]$

（5）$x(t)=\cos 2\pi t\times u(t)$

解：（1）$x(n)=\cos(\frac{8\pi n}{7}+2)$，是周期信号，因为 $\omega_0=\frac{8\pi}{7}$，所以 N=7。

（2）$x(t)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\pi t-1)}$，是周期信号，$T$=2。

（3）$x(n)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}(n/8-\pi)}$，非周期信号，因为 $\omega_0/2\pi$ 是无理数。

（4）$x(n)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}[\delta(n-3m)-\delta(n-1-3m)]$，假设周期为 N，则有

$x(t)=\delta(t^2-4)$

令 N=3k（k 为整数），则

$$x(n+3k)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}[\delta(n-3(m-k))-\delta(n-1-3(m-k))]$$

令 $m-k=l$，则有

$$x(n+3k)=\sum_{m=-\infty}^{\infty}[\delta(n-3l)-\delta(n-1-3l)]$$

显然，$x(n)$ 是周期信号，其周期为 N=3。

（5）$x(t)=\cos 2\pi t\times u(t)$，非周期信号。

【例 5】　画出下列各信号的波形图。

（1）$x(t)=(2-\mathrm{e}^{-t})u(t)$

（2）$x(t)=\mathrm{e}^{-t}\cos 10\pi t[u(t-1)-u(t-2)]$

（3）$x(t)=u(t^2-9)$

（4）$x(t)=\delta(t^2-4)$

解： 各信号的波形依次如图 1-17（a）、（b）、（c）、（d）所示。

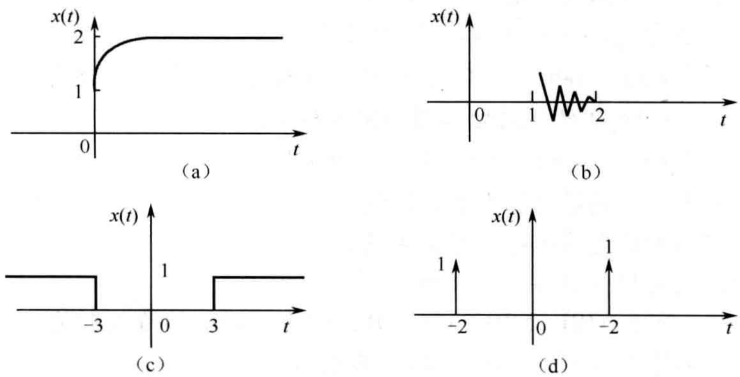


图 1-17　各信号波形

【例 6】　根据本章的讨论，系统可能具有的性质为：①瞬时的；②时不变的；③线性的；④因果的；⑤稳定的。对下列各方程描述的系统，判断这些性质中哪些成立，哪些不成立，并说明理由。

（1）$y(t)=\mathrm{e}^{x(t)}$

（2）$y(n)=x(n)x(n-1)$

（3）$y(t)=x(t-1)-x(1-t)$

（4）$y(n)=nx(n)$

（5）$y(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ x(t+x(t-100)), & t\geqslant 0\end{cases}$

（6）$y(n)=x(2n)$；

解：（1）无记忆：因为输出只取决于当时的输入。

非线性：因为 $\mathrm{e}^{x_1(t)+x_2(t)}=\mathrm{e}^{x_1(t)}\mathrm{e}^{x_2(t)}=y_1(t)y_2(t)\neq y_1(t)+y_2(t)$。

时不变：因为 $\mathrm{e}^{x(t-t_0)}=y(t-t_0)$。

因果：因为无记忆系统必然是因果的。

稳定：因为当$|x(t)|\leqslant M$时，$|y(t)|=|e^{x(t)}|\leqslant e^{|x(t)|}\leqslant e^{M}$。

（2）记忆：因为输出不只取决于当时的输入。

非线性：因为系统不满足可加性和齐次性。

时不变：因为$x(n-n_0)x(n-n_0-1)=y(n-n_0)$。

因果：因为输出只与当时和以前的输入有关。

稳定：当$x(n)$有界时，$x(n-1)$也有界，从而$y(n)$必有界。

（3）记忆：因为$y(0)=x(-1)-x(1)$，输出与以前和以后的输入有关。

时变：令$y(t)=y_1(t)+y_2(t)$，其中$y_1(t)=x(t-1)$是不变的，而$y_2(t)=-x(1-t)$是时变的，所以整个系统是时变的。

线性：因为系统满足可加性和齐次性。

非因果：因为$y_2(t)=-x(1-t)$是非因果的。

稳定：因为$x(t)$有界时，$x(t-1)$和$x(1-t)$都有界，从而$y(t)$有界。

（4）无记忆：因为$y(n)$只与当时的输入有关。

时变：因为$nx(n-n_0)\neq y(n-n_0)=(n-n_0)x(n-n_0)$。

线性：因为系统满足可加性和齐次性。

因果：因为无记忆系统必定是因果的。

不稳定：因为$x(n)$有界，但$n\to\infty$时，$y(n)\to\infty$。

（5）记忆：因为$y(0)=x(0)+x(-100)$，输出与以前的输入有关。

时变：因为输入为$x(t-T)$时，相应的输出为

$$w(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ x(t-T)+x(t-T-100), & t\geqslant 0\end{cases}$$

而

$$y(t-T)=\begin{cases}0, & t<0\\ x(t-T)+x(t-T-100), & t\geqslant 0\end{cases}$$

显然$y(t-T)\neq w(t)$。

线性：因为系统满足可加性和齐次性。

因果：因为$y(t)$只和当时以及以前的输入有关。

稳定：因为$x(t)$有界时，$x(t-100)$也有界，从而$y(t)$必有界。

（6）记忆：因为$y(-1)=x(-2)$，表明输出与以前的输入有关。

时变：因为输入为$x(n-n_0)$时，输出是$x(2n-n_0)$，显然，输出不等于$y(n-n_0)$。

线性：因为系统满足可加性和齐次性。

非因果：因为$y(1)=x(2)$，表明输出与以后的输入有关。

稳定：因为$x(n)$有界时，$x(2n)$也有界，从而$y(n)$必有界。

【例 7】 已知某线性时不变系统如图 1-18 所示，信号 $x_1(t)$ 的响应时图 1-18（b）所示的 $y_1(t)$。分别确定该系统对图 1-18（c）和图 1-18（d）所示输入 $x_2(t)$ 和 $x_3(t)$ 的响应 $y_2(t)$ 和 $y_3(t)$，并画出其波形图。

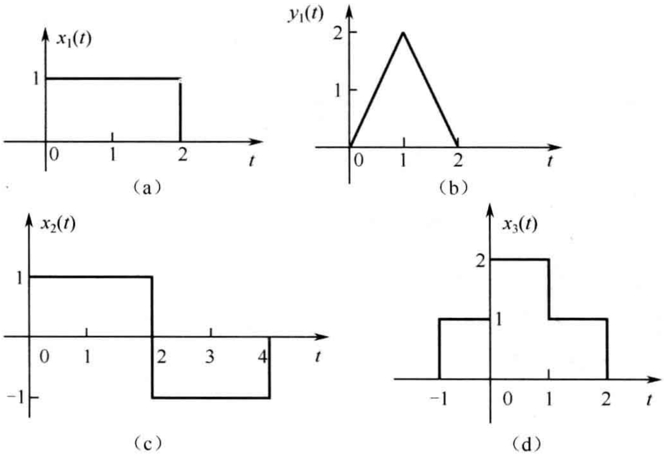


图 1-18　线性时不变系统

解：根据系统的线性、时不变性，若能将输入信号表示成某已知信号或信号时延的线性组合，则系统对这一信号的响应即可求出。

（1）观察波形，因为 $x_2(t)=x_1(t)-x_1(t-2)$，根据系统的时不变性，$x_1(t-2)$ 的输出为 $y_1(t-2)$，再根据系统的线性，则 $y_2(t)=y_1(t)-y_1(t-2)$，波形如图 1-19（a）所示。

（2）观察波形，因为 $x_3(t)=x_1(t+1)+x_1(t)$，根据系统的线性、时不变性，$y_3(t)=y_1(t+1)+y_1(t)$，波形如图 1-19（b）所示。

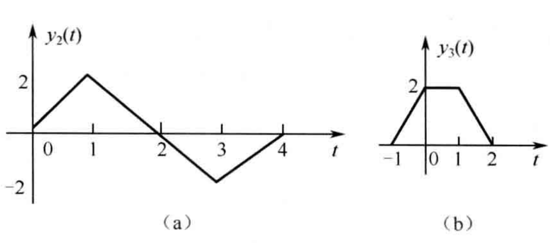


图 1-19　线性时不变系统

【例 8】 对图 1-20 所示的反馈系统，假定 $n<0$ 时，$y(n)=0$。

（1）当 $x_1(n)=\delta(n)$ 时，求输出 $y_1(n)$，并画出其波形图。

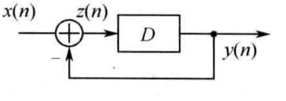


图 1-20　反馈系统