



国家示范性高等职业教育精品规划教材

高等数学



新编第2版

◎ 李以渝 主编

 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

国家示范性高等职业教育精品规划教材

高等数学

(新编第2版)

主 编 李以渝



 **北京理工大学出版社**
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书包括一元微积分、微分方程、数学实验、数学建模等内容,在教学理念、教材结构、内容叙述、习题设计等方面都富有创新.本书微积分起点较低,突出了主要结构和主要思想,语言叙述清晰,内容丰富.本书包括了微积分的广泛应用实例并发掘编写了微积分发展史、科学思想、方法智慧等素质教育内容.习题包括 A(基础题)、B(提高题)、C(应用题)、D(探究题),适合分层教学.本书是研究国内外优秀高等数学教材和高职高专数学课程的实际、改革创新、努力建设精品教材、特色教材的结果.

本书是高职高专精品课程规划教材高等数学系列教材之一,本系列教材包括高等数学和工程应用数学两本.

本教材可作为两年制或三年制高职高专各专业的高等数学教材.

版权专有 侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/李以渝主编.—2版.—北京:北京理工大学出版社,2013.5
(2014.1重印)

ISBN 978-7-5640-7609-2

I. ①高… II. ①李… III. ①高等数学-高等职业教育-教材
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 068966 号

出版发行 / 北京理工大学出版社

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010) 68914775 (总编室)
82562903 (教材售后服务热线)
68948351 (其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京富达印务有限公司

开 本 / 710 毫米×1000 毫米 1/16

印 张 / 17

字 数 / 317 千字

版 次 / 2013 年 5 月第 2 版 2014 年 1 月第 2 次印刷

定 价 / 34.00 元

责任编辑 / 高 芳

文案编辑 / 江 立

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 王美丽

图书出现印装质量问题,本社负责调换

高等数学(新编第2版)编写委员会

主 编:李以渝

副 主 编:邓云辉 余川祥 李传伟

编写人员:(以姓氏笔画为序)

邓云辉 余川祥 李以渝 李传伟

何祖国 周光亚 赵家林 徐荣贵

序 1 对数学教育的新认识

1. 为什么要重视学习数学

为什么从小学开始直到大学要一直学习数学？主要的原因有以下几个。

1) 文化基础

数学与语文两大学科代表着人类的两大文化：科学文化与人文文化。数学是一门特殊的科学，数学精神、数学思想、数学方法中充分显示着一般科学精神、科学思想、科学方法。

2) 大脑开发

数学、语文及科学文化、人文文化又大体对应着人脑左、右半脑，见下表。

人脑结构	知识特性	思维方式	学科	文化类型
左脑	分析性、逻辑性	逻辑思维	数学	科学文化
右脑	综合性、直观性	形象思维	语文	人文文化

数学学习对人脑发育有直接作用，对左、右脑发展有全面作用。

3) 知识基础

数学知识已渗透于各种自然科学及许多社会科学之中，数学知识是学习各门科学的基础，语言、符号、图像、计算、估计、推理、建模等基本内容已渗透到人们的日常生活与工作之中，数学成了人们的基本技能。

4) 智慧开发

数学又是最富智慧的科学，数学学习最显著的价值是培养人的思维能力，数学知识学习与解题训练中都能有效地训练培养人们的逻辑思维与抽象思维、形象思维与直觉思维、辩证思维与系统思维。数学知识是智慧的结晶，有一般智慧内涵，会给人以智慧的启迪（举个简单的例子，请思考“乘法的智慧”：同样两个数如7与9， $7+9=16$ ， $7\times 9=63$ ，为什么作乘法比作加法大许多？想过没有，数学算法实际上等同于做事情一般方法；类似于“记数法的智慧”、“坐标系的智慧”、“对数方法的智慧”、“函数的智慧”……）；非智力因素方面，数学学习是困难的、富于竞争的，可培养人们的主动性、责任感、自信心以及顽强的毅力、一丝不苟的精神、良好的学习习惯等个性品质。

2. 应该如何学习数学

1) 新的数学观

数学是一门特殊的科学，数学充分显示着一般科学的精神、思想和方法；数学

是一种文化,它属于甚至代表科学文化;数学是最富创新性的科学,数学的研究被视为人类智力的前锋;数学是推动人类进步的最重要的思维学科之一。

2) 新的数学教育观

在现代社会,数学的技术作用日益突出,学校教育随之强调数学的技术作用,多数数学教师也认为数学教育就是数学知识、数学方法的教育。但许多学生却认为学大量复杂的数学以后没有用,因而对学习数学兴趣不大、动力不足。对于大多数学生,现实情况确如日本著名数学教育家米山国藏所指出的:学生进入社会后,几乎没有机会应用他们在学校所学到的数学知识,因而这种作为知识的数学,通常在学生出校门不到一两年就忘掉了。他认为学数学的意义在于:不管人们从事什么工作,那种铭刻于头脑中的数学精神和数学思想方法,却长期地在他们的生活和工作中发挥着重要作用。笔者则进一步认为,由新的数学观有新的教育观:数学教育的意义、价值不仅在于数学知识和方法的教育,还在于通过数学知识、方法的教育促进人脑发育,培养人的科学文化素质,发展包括人的思维能力、创新能力在内的人的聪明智慧,正因为数学学习培养了人的这些素质,所以它能为人一生的可持续发展提供动力。

3) 新的数学素质教育观

新的数学素质教育观,即数学课程的素质教育应有“数学素质”与“一般素质”的双重含义。数学素质即数学观念、数学思维、数学语言、数学技能及应用能力等数学学科素质;一般素质包括思想素质、文化素质、思维素质、创新素质、审美素质等人的综合素质的各个重要方面。新的数学素质观,是重视数学(学科)素质教育并努力使其扩展为人的一般素质、全面素质。在重视数学知识、方法学习的同时,应当重视探讨这些知识、方法背后的一般意义,在数学学习中主动感受其科学文化,进行思维开发和智慧发展,即:

数学知识 → 科学知识、一般知识

数学方法 → 科学方法、一般方法

数学思维 → 科学思维、一般思维

数学精神 → 科学精神、一般精神

数学创造 → 科学创造、一般创新

数学之美 → 科学之美、世界之美

数学解题 → 一般解题、做事做人

.....

4) 高职高专高等数学教育观

高职高专培养的是生产、服务一线的技术工人,这些岗位对高等数学的要求不高,而能否胜任工作、能否有发展能力,主要在于人的素质。相应地,高职高专高等数学教材(以及教学法)不应是大学高等数学的“压缩版”,要有自己的特色,即:高等数学的学科性、理论性可以适当减弱,而应突出数学思想方法的应用、探究式学

习以及重点突出素质教育.

李以渝

(四川工程职业技术学院 教授)

2007年3月10日

[课堂探究]

- (1) 高中毕业生学了十多年的数学,为什么还要学数学?
- (2) 学数学究竟有什么用处?
- (3) 高中已经学了一些微积分,与现在学习的微积分有什么不同?
- (4) 试具体对学数学、学语文、学外语,比较其意义与作用?(请参考一个观点:“数学课可以有效地培养学生的口才”.见本书附录)

序 2 本教材的创新与特色

本教材是笔者总结自己多年高等数学教学、研究的实践与经验,参考国内外多种优秀教材,并融入上述数学教育理念的结果,有以下尝试与特点.

1. 新理念

由前述的新数学观、新数学教育观及新数学素质教育观可知,高等数学课程对于高职学生,除了在中学习的基础上进一步加强数学计算、图形认识、逻辑分析等数学知识能力外,更主要的目的和意义在于科学思想教育、方法智慧启迪、探究式学习和全面素质教育.

2. 新结构

突出导数与积分等微积分主干与关键概念,使学生容易有微积分整体认识;弱化极限、连续等枝叶,减少学生学习难度;对导数、微分、积分等概念,编写有数学的、哲学的、工程技术的、生活实际的各方面的分析,以加深学生的认识.

3. 新内容

根据高职学生的特点,本教材对导数、微分、积分等难点内容均采用由具体到一般的叙述方式展开,并适当弱化理论严密性,体现“低起点”;对求导、求积分的方法技巧有明确的总结,这些都便于学生的学习;将数学基础知识与数学实验、数学建模尽量融合为一体(数学实验中除用计算机求极限、导数、积分作数学计算实验外,笔者提出“数学认识实验”,即由计算机计算、作图等功能,让学生在计算机上将所学过的数学知识再展现、再直观认识);将数学教学与素质教育有机结合起来;习题设计为4层:A(基础题)、B(提高题)、C(应用题)、D(探究题).

4. 重素质

根据数学教育新理念,在本教材中注意总结微积分的发展史、科学精神、科学思想、科学方法、包括创新精神与方法;微积分的哲学、马克思恩格斯对微积分的研究及其启示;微积分中的人文精神及对人生的一些启迪;以及微积分的工程技术应用等,密切结合微积分内容的素质教育材料,作为素质教育的基础.如此,素质教育真正进教材、进课堂,使教书育人、课程素质教育获得突破.

5. 重探究

对于基础较好的同学,为满足他们不局限于学习高等数学一般知识的较高要

求,本教材结合微积分各重点内容,编写了课堂讨论题和练习中的探究题,包括适当的数学建模题.设计合适的问题是探究式学习的重要基础.

6. 重应用

高职高等数学教育的另一个特点是重视数学应用,培养学生有数学应用的思想 and 一定的经验.为此本教材搜集、设计了工程技术、经济管理、社会生活、自然现象等广泛领域的数学应用题,作为例题和习题C,并介绍了数学建模基础知识和技巧,总结了高等数学在工程技术中的应用.

因而本教材具有以下特点.

- (1) 因材施教分层教学、各有收获;
- (2) 数学建模全面平移、探究式学习;
- (3) 数学文化广泛渗透、素质教育.

本教材特别请到了西南交通大学杨宁教授审阅了全书,在此一并表示谢意.对于本书的疏漏及不当之处,敬请读者指正.

李以渝

(四川工程职业技术学院 教授)

2007年3月10日

[课堂探究]

下面是对教师提出的思考题.

- (1) 高职高等数学课程如何改革(存在哪些问题及其如何改革)?
- (2) 高职高等数学课程如何突出职教特色(区别于高中数学教学和大学数学教学)?
- (3) 高职高等数学教学如何培养高技能高素质人才?

(请参考我们的研究与实践:①高职数学课程教学改革与高素质人才培养;②“以人为本”的职教特色教材探讨:中美职教教材比较;③高等数学探究式教学案例设计及类型分析;④数学教学与学生应用能力的培养;⑤数学教学如何教书育人.见本书附录.)

序3 成功职教的基础：重视高中生到 高职生思维方式的转变

高等职业技术教育如何将高中生培养成合格的高职生？需要研究高中生的思维特点，重视高中生到高职生思维价值观、思维模式、思维特点的转变，这是职业教育的重要任务和基础工作，也是素质教育的重要方面。可以形象地说从高中生到高职生需要“洗脑筋”。

1. 高中生思维的一些缺陷

我国高考有公平公正选拔人才及促进高中生有较扎实的知识基础等积极作用，但高考应试教育也对高中生的思维有负面作用。如“文不能文，武不能武”，对于社会需要的人才，高中生还是“半成品”；“眼高手低”，一些高中生，尤其是进入高职院校的高中生，不能正确看待自己，基础较差却“自视较高”；“主动性差”，从小学到中学往往受家庭和学校的许多包办，学习上又常常是“灌输式”和“题海战术”，使高中生学习主动性、思维主动性、人生主动性等较差；其他还如发现问题的能力、提出问题的能力、表达能力、交往能力、创新能力等也较差，似乎“只会做题”。

2. 高中生到高职生需要思维转变

与中学的培养方向、目标不同，高职教育是针对社会工作岗位的实际需要，培养生产、服务一线的技术工人。但根据上述分析，由于高中生思维的弱点，他们与社会实际工作岗位的要求有较大差距。许多高中生的思维不利于他们在校职业技术学习，不利于他们今后的工作及发展。

由此说明，需要重视高中生的思维问题，成功的职业教育首先要转变高中生的思维价值观和思维模式、思维特点，即需要“洗脑筋”。

3. 高中生思维价值观的改变

1) 大学文凭与技术水平的讨论

高中生进入高职院校，从第一堂课开始，我们就与同学一起讨论：对于各位同学是“获取大学文凭重要还是学习掌握一门技术重要”？考上大学成为大学生是人们传统的价值取向，但中国社会发展到今天，这种情况与价值正在发生着变化。一方面是大学扩招、大学已成为大众化教育，大学生越来越多，大学毕业生就业较难；另一方面中国正在成为世界制造大国，需要大量的技术工人、技术人才，并且社会对一般大学生与技术工人、技术人才的价值评价（社会地位、经济待遇等）正在发生

变化. 因此在大学文凭与技术水平不可兼得的情况下, 对于进入高职学院的同学而言, 要“心安理得”地认识到学习掌握一门技术更现实, 同样重要.

2) 蓝领技术工人与白领的比较

高中生、大学生向往白领工作, 有些看不起工人的工作. 但随着中国社会的发展, 尤其是中国科学技术的发展, 许多生产与服务的岗位其科技含量逐步提高(如数控、电子、通信、软件、物流、电子商务等). 这些一线工作岗位已不是传统工人的概念, 出现了所谓“银领”, 而高职教育正是培养这些生产服务一线的关键岗位人才.

3) “动手”与“动脑”的比较

与上述“蓝领”“白领”的差异相联系, 中国社会有“劳心者治人, 劳力者治于人”的传统观念, 中学教育也使高中生习惯动脑, 并且有不习惯动手或看不起“动手”的潜意识. 而成功的职业技术教育, 必须首先使学生改变这些传统思维观念.

合格的高职学生, 首先要有正确的职业价值观和态度^[1].

4. 高中生思维模式的转变

思维模式, 这里主要指思维习惯、思维特点等.

1) “理论思维”到“实际思维”

由于中学教育及高考的原因, 高中生有一个显著的思维习惯和思维特点是“理论思维”, 即面对一个问题, 习惯性地先(或只知)从理论出发、从书本知识上去考虑、解决问题. 举一个典型例子, 据说一次中西方同学在一起, 老师问: 一天 24 小时, 秒针与时针重合多少次? 我们的同学大多是拿出纸和笔计算一小时 60 分, 秒针与时针重合多少次, 而外国同学则从手表上实际动手试验看一小时秒针与时针重合多少次. “理论思维”是从理论到理论、“纸上谈兵”; “实际思维”是先从实际出发、动手做试验解决问题. 当然不能一概地说哪种思维模式更好, 但问题在于许多高中生习惯于或只知道“理论思维”, 不知道、不习惯动手、实践、试验、身体力行, 或自以为自己不擅长“动手”而限制自己, 这是思维的缺陷. 例如高职学生参加每年全国大学生数学建模竞赛, 感到难度太大, 甚至不知如何下手. 重要原因是习惯“理论思维”, 而这种竞赛题都是复杂的实际问题, 其基本思维原则是“从实际出发”: 从实际情况、实际条件去了解问题、分析问题并动手实验.^[2,3]又如, 常见一些同学的专业实习时, 重视与投入不足, 甚至下不了手, 都与其思维习惯有关. 这种“理论思维”习惯还常常带着“理想化”、“想当然”、“不切实际”等弱点.

高职学生具有的思维特点应该先是“实际思维”, 这也就是职业教育与其他教育的一个显著区别. 因而培养合格的高职学生需要高中生转变思维模式, 理论联系实际且更加重视实际、实践、试验、动手.

2) “思维依赖性”到“思维主动性”

高中生从中学进入高职学院, 是开始新的学习, 并且很快将进入工作岗位和社

会实际,都要求他们从思维依赖性、被动性转变为主动性、积极性。首先要有积极的态度,态度决定一切(不能以为自己高考没考好而有所放弃、放松);主动自我设计、主动思考、主动学习、主动实践;进而敢想、敢猜、敢干、敢试,思维从主动性到灵活性、创造性。

3) 从“会做题”到“会做人”、“会做事”

高中生一个特点是“会做题”,这与社会、实际、工作对高职生的要求显然差得很远。高中生应看到这种不足,提高自身的素质,在“会做人”、“会做事”上多努力。“会做人”如积极的人生态度、正确的价值观与荣辱观、正常的心理素质、正常的人际关系等。而中学多年培养的“会做题”的思维与能力可以有意识地转化为“会做事”的思维与能力。如将中学“解题”的分析问题、解决问题的能力,扩展为分析解决一般问题(工作问题、生活问题等)的能力。

李以渝

2010年5月16日

[课堂探究]

- (1) 对一般高中同学,争取一张大学文凭与学一门技术,你认为哪个更重要?
- (2) 对于知识、文凭、技术、素质,哪个最重要?为什么?
- (3) 大学学习与中学学习有什么不同?应该有什么不同?

序 4 对教材进一步丰富内容和提高质量

1. 对教材进一步丰富内容

在本教材的新版中,我们在全书开篇增加了“第 1 章 微积分概说”用于介绍微积分的研究对象、问题及内容结构和诞生的伟大意义与作用,希望使有点微积分知识的高中毕业生对微积分有整体认识;我们在各章节补充了“学习情景”、“学习难点分析”、“重要概念深入探究”、“学习小结与最低要求”、“生活中的数学”等小板块,以便于同学学习;并且特别根据微积分内容画了多幅富有创意的图画,以直观反应微积分,增加学习趣味.

本教材最大的特点与创新是,将微积分做成“简化的微积分、直观的微积分、有趣的微积分、易学的微积分”.如何简化、易学?主要有以下几点:

- (1) 问题驱动,使学习目的明确;
- (2) 学习情景设置,从具体情景中学习;
- (3) 具体到一般,简单到复杂;
- (4) 画出多幅图画,直观说明;
- (5) 列举生活例子,难点的生活化说明;
- (6) 注意由已知联系学习未知;
- (7) 设置模仿性课堂练习,实现边讲边练;
- (8) 提出基本要求、做出简明总结.

2. 对学生学习的提示

1) 大学学习最重要的是提高自己的素质

在知识、文凭、技术、素质各项中,什么最重要?应该是人的素质.企业招聘毕业生最看重的是人的素质,而自己在工作中有没有发展,重要的也是素质.

微积分是人类文化的瑰宝,学习微积分极有利于提升人的素质.

2) 高职学习与高中学习的区别

中学学习“题海战术”,容易使人“理想化”、“理论化”,而高职教育的目的是培养生产一线高技术人员,因此需要我们更实际、实干、重视动手、实验、猜察.

微积分体现一种基本思想方法,就是将复杂的事情简单化(简化),实际工作、生活中也应该如此.

3) 高等数学的学习与初等数学学习的区别

高等数学充满辩证法与灵活性,有利于培养我们思维的灵活性.

如果说12年的小学与中学数学学习,主要培养我们思维的逻辑性,那么高等数学的学习应重视培养我们思维的灵活性、创造性.

高职高等数学学习要注意与自己的专业及工作联系,注意将数学应用于实际.我们不是数学专业,不要囿于数学内部,而要将高等数学与自然、社会、工作、生活广泛联系.解数学题的意义呢?更多是从做题到做事、做人.

李以渝

(四川工程职业技术学院 教授)

2013年3月20日

目 录

序 1 对数学教育的新认识	
序 2 本教材的创新与特色	
序 3 成功职教的基础:重视高中生到高职生思维方式的转变	
序 4 对教材进一步丰富内容和提高质量	
第 1 章 微积分概说	1
1.1 微积分的研究对象、问题及内容结构	1
1.2 微积分与初等数学的联系与区别	2
1.3 微积分的基本思想方法	2
1.4 微积分的历史与主要创建者	3
1.5 微积分诞生的伟大意义与作用	4
【相关阅读】 微积分历史(1615—1882 年)	5
第 2 章 函数	7
2.1 基本初等函数	7
习题 2.1	11
2.2 复合函数	13
习题 2.2	14
2.3 初等函数	15
2.4 数学模型:函数的应用	15
第 2 章复习题	18
【相关阅读】 数学的神奇力量	20
第 3 章 极限和导数	22
3.1 微积分的基础:极限	22
【深度探究】 如何深入理解与认识极限	25
习题 3.1	26
3.2 关键概念:导数	28
习题 3.2	33
3.3 基本导数公式	34
习题 3.3	35
3.4 导数的经济意义	36
【深度探究】 导数概念的深化认识	38
习题 3.4	39

3.5 二阶导数	40
习题 3.5	41
3.6 连续、间断与导数	42
习题 3.6	45
3.7 【自学部分】无穷小量及与微积分的关系	46
习题 3.7	49
第3章复习题	49
【相关阅读】“无限”的故事	50
第4章 求导数的方法	52
4.1 求导公式与基本法则	52
习题 4.1	54
4.2 复合函数求导	55
【深度探究】如何认识与掌握复合函数求导	57
习题 4.2	59
【相关阅读】事物的相对性	60
* 4.3 隐函数求导	60
【趣味阅读】人生的“显”与“隐”及人生三定律	64
习题 4.3	65
第4章复习题	66
【相关阅读】牛顿、微积分与中西方社会	67
第5章 导数的应用	69
5.1 理论基础:中值定理	69
习题 5.1	70
5.2 一阶导数的应用	71
习题 5.2	75
5.3 二阶导数的应用	76
习题 5.3	80
5.4 数学建模:最优化问题	81
习题 5.4	83
5.5 微分:导数的代数应用	84
【深度探究】微分概念的深化认识	87
【深度探究】微分近似计算中如何保证精度要求	90
习题 5.5	90
5.6 导数的代数应用:用导数求极限	92
第5章复习题	92
【相关阅读】逻辑的力量	94

第 6 章 定积分	96
6.1 关键概念:定积分	96
【深度探究】 对学习定积分难点的分析	99
习题 6.1	101
6.2 定积分再认识	102
习题 6.2	104
6.3 微积分基本定理	104
【深度探究】 定积分概念小结	107
【启发阅读】 从微积分看创造发明	108
习题 6.3	109
第 6 章复习题	111
【相关阅读】 高等数学中的哲学及马克思、恩格斯对高等数学的研究	111
第 7 章 求积分的方法	114
7.1 原函数与不定积分	114
【课堂探究】 对学习不定积分难点的分析	116
习题 7.1	117
7.2 直接积分法	118
习题 7.2	121
7.3 换元积分法	122
习题 7.3	128
【相关阅读】 学数学的启示:解数学题的意义	129
7.4 分部积分法	130
习题 7.4	133
7.5 求定积分	134
习题 7.5	138
第 7 章复习题	139
【相关阅读】 由积分变换谈“智慧在于变化”	140
第 8 章 定积分的应用	143
8.1 定积分在几何上的应用	143
习题 8.1	147
8.2 定积分在物理上的应用	149
习题 8.2	154
8.3 定积分在经济中的应用	154
习题 8.3	155
第 8 章复习题	155
【相关阅读】 微积分在工程技术中的应用	156