

教材 动态全解

主编 / 黄明华

北师大版新课标

高中数学

● 必修 1 ●

东北师范大学出版社

教材 动态全解

主编 / 黄明华

· 北师大版新课标 ·

高中数学

● 必修 1 ●

东北师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

教材动态全解·高中数学必修 1/黄明华主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2005. 7
ISBN 7 - 5602 - 4277 - 4

I. 教... II. 黄... III. 数学课—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 083997 号

☐责任编辑: 任桂菊 ☐封面设计: 魏国强
☐责任校对: 常 旭 ☐责任印制: 张文霞

东北师范大学出版社出版发行

长春市人民大街 5268 号 (130024)

销售热线: 0431—5695744 5688470

传真: 0431—5695734

网址: <http://www.nenup.com>

电子函件: sdcbbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

长春新华印刷厂印装

长春市吉林大路 35 号 (130031)

2005 年 7 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷

幅面尺寸: 148 mm×210 mm 印张: 14.625 字数: 570 千

印数: 00 001 — 10 000 册

定价: 19.00 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

出版者寄语

选择了《教材动态全解》，你就找到了一个可释疑解惑的知心朋友！

使用了《教材动态全解》，你的成绩会有一个令人欣喜的提高！

动态全解·高中数学

作者名单

主 编 编 写	黄明华			
	沈华辉	陈 坚	王九琴	徐博文
	贺 方	施 勇	梁 瑞	陶晓霞
	樊春燕	邱金林	倪庆华	施建峰
	袁 杰	马淑娟	成爱华	李 明
	倪红华	吴兴国	周永春	黄 燕
	江厚玮	余萍丽	江春晖	彭家权
	胡胜林	李继平	张红杰	李爱英
	李胜山	李新华	金子庆	吴成斌
	张旭东	董德乐	冯清辉	李 杨
	谢春桥	李建安	刘咏梅	刘建荣
	梅炳生	刘思雁		



前言

《教材动态全解》丛书是适应全国中高考命题形式多样化改革需要的初高中各年级同步课堂教学的配套用书。

《教材动态全解》丛书是针对目前国内各省市地区教材版本选择纷繁复杂的局面配备的教辅用书，囊括人教版、北师大版、华东师大版、语文版、苏版等国家教育部教材审定委员会审查通过的教材版本，覆盖初高中各个年级不同学科，且根据各版本教材各自的规律和特点编写。

《教材动态全解》丛书吸收欧美发达国家“活性动态”教辅版式的精髓，紧密结合我国现阶段课堂教学改革的国情，根据不同学科教材的特点和课堂改革的需要，是“教材动态”全解型和名师“课堂动态”实录型优秀图书。这套丛书具有以下突出特点：

一、全面丰富实用

全书知识点分布全面，不遗漏一个忽略点，不放弃一个疑似点，真正体现信息量大，内容丰富，题量充足。全书对教材中的重点、难点、疑点进行逐词、逐句、逐段透彻解读。精编例题，对每一个知识点、易错点、易忽略点、易混淆点、疑似点进行一对一剖析。点点对应例题，题题揭示规律。

二、体例设置灵活

全书在大栏目统一的基础上，小栏目的设置由编者根据教材内容需要作动态变化。精选全国著名中学师生互动，突破疑难点的精彩课堂实录，突出教师教法的灵活性和学生学法的灵活性。

三、创设互动情境

全书体例版式独特新颖，教育理念前瞻性强，引导学生不断创设问题情境，激励学生注重参与教学过程。书中原创大量新颖的与生产生活实际相结合的探究性问题，培养学生在探究过程中发现知识，并运用知识解决实际问题的能力。

四、分析解读透彻

丛书对《课程标准》和现行《考试大纲》研究透彻，对名师的教法和优秀学生的学法研究透彻，对各年级学生的认知水平和储备不同学科知识研究透彻，对单元学习目标和章节训练习题难易度研究透彻，对重点、难点、疑点突破方法研究透彻，对各种题型及其同类变式的解题方法、技巧、规律、误区研究透彻，对培养学生能力升级的步骤和途径研究透彻。

五、适用对象全面

丛书在策划初始即考虑到全国各地教材版本使用复杂的现状，对目前国内各省市地区可能使用的教材版本均有所涉及，因此，丛书适合全国各地重点中学和普通中学各类学生使用，适用对象全面。

本丛书虽然从策划到编写，再到出版，精心设计，认真操作，可谓尽心尽力，但疏漏之处在所难免，诚望广大读者批评指正。

第一编辑室

目 录

JIAOCAI DONGTAI QUANJIE

第一章 集 合 1

§1 集合的含义与表示 1

知识点导学小目 1

知识点全解与点拨 1

典型题示例与解题规律、方法、技巧导学 3

《思考·探究·潜能开发》

平台 12

《特别警示》平台 13

标答与点拨 14

教材难题解答 14

§2 集合的基本关系 15

知识点导学小目 15

知识点全解与点拨 15

典型题示例与解题规律、方法、技巧导学 17

《思考·探究·潜能开发》

平台 24

《数学思想与数学策略运用》

平台 25

标答与点拨 29

教材难题解答 30

§3 集合的基本运算 30

3.1 交集与并集 30

知识点导学小目 30

知识点全解与点拨 31

典型题示例与解题规律、方法、

技巧导学 32

《思考·探究·潜能开发》

平台 43

《特别警示》平台 44

《数学思想与数学策略运用》

平台 48

标答与点拨 50

教材难题解答 52

3.2 全集与补集 52

知识点导学小目 52

知识点全解与点拨 52

典型题示例与解题规律、方法、

技巧导学 53

《思考·探究·潜能开发》

平台 61

《数学思想与数学策略运用》

平台 62

标答与点拨 67

教材难题解答 68

单元小结 69

知识结构图示 69

综合题选讲 69

教材难题解答 77

专题总结	78	典型题示例与解题规律、方法、 技巧导学	123
一、解集合问题常用的方法与 技巧	78	《思考·探究·潜能开发》 平台	131
二、例谈一类集合新题型的解题 方法	82	《数学思想与数学策略运用》 平台	133
三、解集合中的探索性问题	84	标答与点拨	138
第二章 函 数	89	教材难题解答	139
§ 1 生活中的变量关系	89	§ 3 函数的单调性	140
知识点导学小目	89	知识点导学小目	140
知识点全解与点拨	89	知识点全解与点拨	140
教材难题解答	90	典型题示例与解题规律、方法、 技巧导学	142
§ 2 对函数的进一步认识	91	《思考·探究·潜能开发》 平台	149
2.1 函数概念	91	《数学思想与数学策略运用》 平台	150
知识点导学小目	91	标答与点拨	154
知识点全解与点拨	91	教材难题解答	155
典型题示例与解题规律、方法、 技巧导学	93	§ 4 二次函数性质的再研究	157
《特别警示》平台	102	4.1 二次函数的图像	157
《数学思想与数学策略运用》 平台	104	知识点导学小目	157
教材难题解答	108	知识点全解与点拨	157
2.2 函数的表示法	108	典型题示例与解题规律、方法、 技巧导学	158
知识点导学小目	108	《思考·探究·潜能开发》 平台	163
知识点全解与点拨	108	标答与点拨	163
典型题示例与解题规律、方法、 技巧导学	110	教材难题解答	165
《思考·探究·潜能开发》 平台	116	4.2 二次函数的性质	165
《数学思想与数学策略运用》 平台	117	知识点导学小目	165
标答与点拨	121	知识点全解与点拨	165
教材难题解答	122	典型题示例与解题规律、方法、 技巧导学	166
2.3 映 射	122	《思考·探究·潜能开发》 平台	177
知识点导学小目	122		
知识点全解与点拨	122		

《数学思想与数学策略运用》	
平台	178
标答与点拨	181
教材难题解答	182
§ 5 简单的幂函数	186
知识点导学小目	186
知识点全解与点拨	186
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	187
《思考·探究·潜能开发》	
平台	199
《特别警示》平台	201
《数学思想与数学策略运用》	
平台	202
标答与点拨	204
教材难题解答	206
单元小结	210
知识结构图示	210
综合题选讲	210
教材难题解答	220
专题总结	224
一、求函数值域的方法与技巧	224
二、运用数形结合的思想方法求函数的最值	232
第三章 指数函数和对数函数	236
§ 1 正整数指数函数	236
知识点导学小目	236
知识点全解与点拨	236
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	236
教材难题解答	239
§ 2 指数概念的扩充	239
2.1 整数指数幂	239
知识点导学小目	239

知识点全解与点拨	239
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	240
《思考·探究·潜能开发》	
平台	242
标答与点拨	242
教材难题解答	243
2.2 分数指数幂	243
知识点导学小目	243
知识点全解与点拨	243
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	244
教材难题解答	249
2.3 实数指数幂	249
知识点导学小目	249
知识点全解与点拨	250
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	250
《思考·探究·潜能开发》	
平台	253
标答与点拨	254
教材难题解答	255
§ 3 指数函数	256
3.1 指数函数的概念	256
知识点导学小目	256
知识点全解与点拨	257
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	257
3.2 指数函数 $y=2^x$ 和 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	
的图像和性质	259
知识点导学小目	259
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	259
《思考·探究·潜能开发》	
平台	261

标答与点拨	262
教材难题解答	262
3.3 指数函数的图像和性质	262
知识点导学小目	262
知识点全解与点拨	263
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	264
《思考·探究·潜能开发》	
平台	279
《数学思想与数学策略运用》	
平台	279
标答与点拨	283
教材难题解答	285
§ 4 对数	287
4.1 对数及其运算	287
知识点导学小目	287
知识点全解与点拨	287
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	290
《思考·探究·潜能开发》	
平台	299
标答与点拨	300
教材难题解答	301
4.2 换底公式	302
知识点导学小目	302
知识点全解与点拨	302
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	303
《思考·探究·潜能开发》	
平台	308
教材难题解答	310
§ 5 对数函数	312
5.1 对数函数的概念	312
知识点导学小目	312
知识点全解与点拨	312

典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	313
《思考·探究·潜能开发》	
平台	315
标答与点拨	316
教材难题解答	316
5.2 $y = \log_2 x$ 的图像和性质	316
知识点导学小目	316
知识点全解与点拨	317
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	317
《思考·探究·潜能开发》	
平台	318
《数学思想与数学策略运用》	
平台	319
标答与点拨	323
教材难题解答	323
5.3 对数函数的图像和性质	324
知识点导学小目	324
知识点全解与点拨	324
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	326
《特别警示》平台	342
《数学思想与数学策略运用》	
平台	347
教材难题解答	363
§ 6 指数函数、幂函数、对数	
函数增长的比较	364
知识点导学小目	364
知识点全解与点拨	364
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	365
《思考·探究·潜能开发》	
平台	366
标答与点拨	366
教材难题解答	368

单元小结	368	《思考·探究·潜能开发》	
知识结构图示	368	平台	414
综合题选讲	369	标答与点拨	415
教材难题解答	385	教材难题解答	415
专题总结	388	§2 实际问题的函数建模	418
一、例谈隐含条件的挖掘与利用	388	2.1 实际问题的函数刻画	418
二、运用函数的思想方法研究有关方程的问题	390	知识点导学小目	418
三、运用函数的思想方法研究有关不等式的问题	398	知识点全解与点拨	418
四、解抽象函数问题的策略与方法	403	典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	419
第四章 函数应用	408	《思考·探究·潜能开发》	
§1 函数与方程	408	平台	425
1.1 利用函数性质判定方程解的存在	408	标答与点拨	425
知识点导学小目	408	教材难题解答	426
知识点全解与点拨	408	2.2 用函数模型解决实际问题	426
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	409	知识点导学小目	426
《思考·探究·潜能开发》		知识点全解与点拨	426
平台	410	典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	428
标答与点拨	410	《思考·探究·潜能开发》	
教材难题解答	411	平台	434
1.2 利用二分法求方程的近似解	411	标答与点拨	434
知识点导学小目	411	教材难题解答	435
知识点全解与点拨	412	2.3 函数建模案例	436
典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	413	知识点导学小目	436
		知识点全解与点拨	436
		典型题示例与解题规律、方法、技巧导学	436
		教材难题解答	438
		单元小结	439
		知识结构图示	439
		综合题选讲	440
		教材难题解答	453

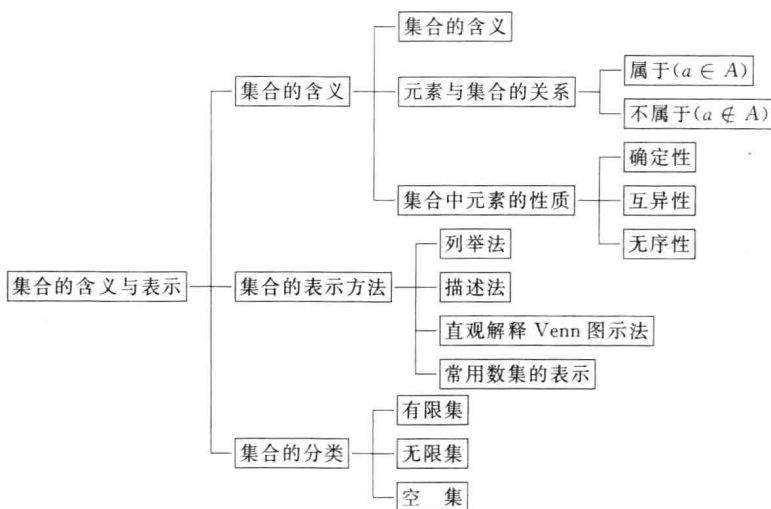
第一章

JIAOCAI DONGTAI QUANJIE

集 合

§ 1 集合的含义与表示

知 识点导学小目



知 识点全解与点拨

一、集合的含义

1. 集合的含义

一般地,指定的某些对象的全体称为集合,集合中的每个对象叫做这个集合的

元素.

集合常用大写字母 $A, B, C, D, \dots$ 表示, 元素常用小写字母 $a, b, c, d, \dots$ 表示.

2. 元素与集合的关系

如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于集合 A , 记作 $a \in A$, 读作 a 属于集合 A .

如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于集合 A , 记作 $a \notin A$, 读作 a 不属于集合 A .

3. 集合中元素的性质

(1) 确定性: 给定一个集合, 任何一个对象是不是这个集合中的元素是确定的, 也就是说, 对于任何一个对象 $a, a \in A$ 与 $a \notin A$ 二者必居其一.

(2) 互异性: 在给定的集合中, 元素是互异的, 集合中的任何两个元素都不相同, 也就是说, 若 $x_1 \in A, x_2 \in A$, 则一定有 $x_1 \neq x_2$, 可见集合中的元素是不允许重复的.

(3) 无序性: 在一个集合里不考虑元素之间的顺序, 集合与其中元素的排列顺序无关, 比如 $\{a, b\}$ 与 $\{b, a\}$ 表示同一集合.

二、集合的表示方法

1. 列举法

把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法称为列举法.

使用列举法须注意以下几点:

(1) 元素间一定要用分隔号“,”;

(2) 元素一定不能重复;

(3) 不考虑元素的顺序;

(4) 对于含元素较多的集合, 通常不用列举法, 但如果构成该集合的元素有明显的规律, 可以用列举法, 要求必须把元素间的规律显示清楚后才能用删节号.

2. 描述法

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法.

具体方法是: 在大括号内先写上表示这个集合的代表元素, 再画上一条竖线, 在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征, 它的一般形式为 $\{p | p \text{ 适合的条件}\}$.

使用描述法须注意以下几点:

(1) 写清楚该集合中元素的代表符号;

(2) 说明该集合中元素具有的共同属性;

(3) 多层次描述时, 要准确地使用“且”、“或”等词语;

(4) 不能出现未被说明的字母;

(5) 所有的描述内容都应写在括号内;

(6) 用于描述的语句要简明、准确.

3. Venn 图示法

为了直观形象地表示集合, 常用封闭曲线内部表示集合, 这种方法称为 Venn 图示法. (下一节将学习)

4. 常用数集表示

数的集合称为数集. 为了书写方便, 我们规定用特定的字母表示常用的数集, 下面是几种常用数集的表示:

- (1) 自然数组成的集合简称自然数集, 也称为非负整数集, 记作 $\mathbf{N}$;
- (2) 正整数组成的集合简称正整数集, 记作 $\mathbf{N}_+$ 或 $\mathbf{N}^+$;
- (3) 整数组成的集合简称整数集, 记作 $\mathbf{Z}$;
- (4) 有理数组成的集合简称有理数集, 记作 $\mathbf{Q}$;
- (5) 实数组成的集合简称实数集, 记作 $\mathbf{R}$.

三、集合的分类

1. 有限集

含有有限个元素的集合叫有限集.

2. 无限集

含有无限个元素的集合叫无限集.

3. 空集

把不含任何元素的集合叫空集, 空集用特定的符号 $\varnothing$ 表示.

典型题示例与解题规律、方法、技巧导学

1. 集合的含义

例 1 下列各组对象能否构成集合?

- (1) 高一数学课本中所有的难题;
- (2) 高一(1)班所有任课教师、学生、桌椅;
- (3) 高一(2)班全体学生中姚明的球迷.

解 (1) 同一个数学问题, 对于某些学生可能是难题, 而对于另外一些学生则可能是很平常的问题, 可见难题这个概念是模糊且不能界定的, 所以(1)不能构成集合.

(2) 高一(1)班的任课教师、学生是确定的, 桌椅也是确定的, 尽管所给的对象有人也有物, 但这些对象都是能够确定的, 所以(2)能够构成集合.

(3) 谁是姚明的球迷? 谁不是姚明的球迷? “姚明的球迷”无明确的标准, 对于一个人是否是球迷无法客观地判断, 因此(3)不能构成集合.

点评 对于集合的含义的理解, 要注意以下两点:

“某些对象的全体”一语, 正是说明集合是指某些事物的整体; “指定的某些对象”一语, 正是说明集合是由属于它的元素所完全确定的.

由此可见, 只要对象是确定的, 可看作一个整体, 便形成一个集合, 否则不然.

例 2 下列各组对象能否构成集合?

- (1) 不超过 20 的非负数;

(2) 直角坐标平面内横坐标与纵坐标互为相反数的点;

(3) 直角坐标平面内第三象限的一些点.

解 (1) 任意给一个实数 a , 可以明确地判断它是不是“不超过 20 的非负数”, 对于“ $0 \leq a \leq 20$ ”与“ $a < 0$ 或 $a > 20$ ”, 两者必居其一, 且仅居其一, 所以(1)能构成集合.

(2) 直角坐标平面内横坐标与纵坐标互为相反数的点满足“横坐标和纵坐标互为相反数”这一限制条件, 这些点我们可以清楚地确定下来, 这些点是图 1-1-1 中直线 l 上的点, 所以(2)能构成集合.

(3) “一些点”无明确的标准, 某个点究竟是否在“一些点”中无法确定, 因此(3)不能构成集合.

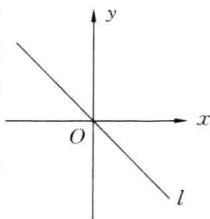


图 1-1-1

点评 集合是由属于它的元素完全确定的, 一个对象要么是它的一个元素, 要么不是它的元素, 二者必居其一, 这就是集合的确定性, 因此, 判断一组对象能否构成集合, 我们可以看这组对象是否是确定的.

例 3 写出下面集合中的元素:

(1) {小于 12 的质数};

(2) {倒数等于其本身的数};

(3) {平方数等于其自身的数}.

解 (1) $\because$ 质数是能被 1 和其本身整除的大于 1 的整数,

$\therefore$ 集合 {小于 12 的质数} 中的元素为 2, 3, 5, 7, 11.

(2) $\because$ 倒数等于其本身的数只有 1 和 -1,

$\therefore$ 集合 {倒数等于其本身的数} 中的元素为 1, -1.

(3) $\because$ 平方数等于其自身的数只有 0 和 1,

$\therefore$ 集合 {平方数等于其自身的数} 中的元素为 0, 1.

点评 集合中的每一个对象叫做这个集合的元素, 因此要写这个集合的元素, 就是把集合中的全部对象一个一个写出来.

例 4 判断下面的各个集合的含义是否相同, 并说明道理.

(1) {1, 5}; (2) {(1, 5)}; (3) {5, 1}; (4) {(5, 1)}.

解析 首先应明确各个集合的含义, 然后判断.

解 对于(1), {1, 5} 是由两个数 1, 5 组成的集合.

对于(2), {(1, 5)} 是由一个点 (1, 5) 组成的单元素集合.

对于(3), {5, 1} 是由两个数 5, 1 组成的集合.

对于(4), {(5, 1)} 是由一个点 (5, 1) 组成的单元素集合.

由集合元素的无序性可知 {1, 5} 和 {5, 1} 是同一个集合, 其他都是不同的集合.

点评 集合的元素具有无序性, 如果集合中的元素相同, 而排列顺序不同, 那么这样的集合是相同的集合, 比如 {2, 9, 5}, {9, 2, 5}, {5, 2, 9}, {2, 5, 9}, {9, 5, 2}, {5, 9, 2} 都是相同的集合.

例 5 由实数 $-x, x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合, 最多含有 ()

- A. 2 个元素 B. 3 个元素 C. 4 个元素 D. 5 个元素

解 $\sqrt{x^2} = |x| = \begin{cases} x(x \geq 0), \\ -x(x < 0). \end{cases}$

$$-\sqrt[3]{x^3} = -x.$$

由此, 对于 $-x, x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 可知:

当 $x=0$ 时, 只含一个元素 0, 构成的集合是 $\{0\}$;

当 $x \neq 0$ 时, 最多含两个元素 $-x, x$, 构成的集合是 $\{-x, x\}$. 应选 A.

点评 集合的元素具有互异性, 组成一个集合的元素不可重复出现, 如 $\{1, 1, 2, 2, 3, 3\}$ 这样表示是错误的, 应表示为 $\{1, 2, 3\}$, 再比如数集 $\{a, a^2 - a\}$ 的隐含条件是 $a \neq 0$ 且 $a \neq 2$, 否则与集合的互异性相矛盾, 不能构成集合.

2. 集合的表示方法

例 6 利用列举法表示下列集合:

(1) 正整数中最小的 8 个完全平方数集;

(2) 不大于 15 的非负偶数集;

(3) $\left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x+y=3, \\ x-y=2 \end{cases} \right\};$

(4) $\left\{ y \mid y = \frac{m}{|m|} + \frac{|n|}{n}, m, n \text{ 为非零实数} \right\}.$

解 (1) $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64\}.$

(2) 因为不大于 15 是小于或等于 15, 非负数是大于或等于 0 的数, 所以不大于 15 的非负偶数集是 $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}.$

(3) $\left\{ \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2} \right) \right\}.$

(注意: 此集合的代表元素是 (x, y) , 一定要 x 在前, y 在后, 决不能写成 $\left\{ \frac{5}{2}, \frac{1}{2} \right\}$, 也不能写成 $\left\{ x = \frac{5}{2}, y = \frac{1}{2} \right\}.$)

(4) 根据绝对值的意义化简 $y = \frac{m}{|m|} + \frac{|n|}{n}.$

① 当 $m > 0, n > 0$ 时, $y = 2$;

② 当 $m < 0, n < 0$ 时, $y = -2$;

③ 当 $m \cdot n < 0$ 时, $y = 0.$

用列举法表示为 $\{-2, 0, 2\}.$

点评 列举法是集合的重要表示方法, 列举法是把集合中的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法. 列举时一定要做到不遗漏, 不重复, 可不考虑顺序. 用列举