国外名校最新教材精选

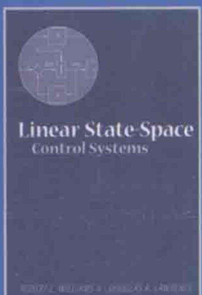
线性状态空间控制系统

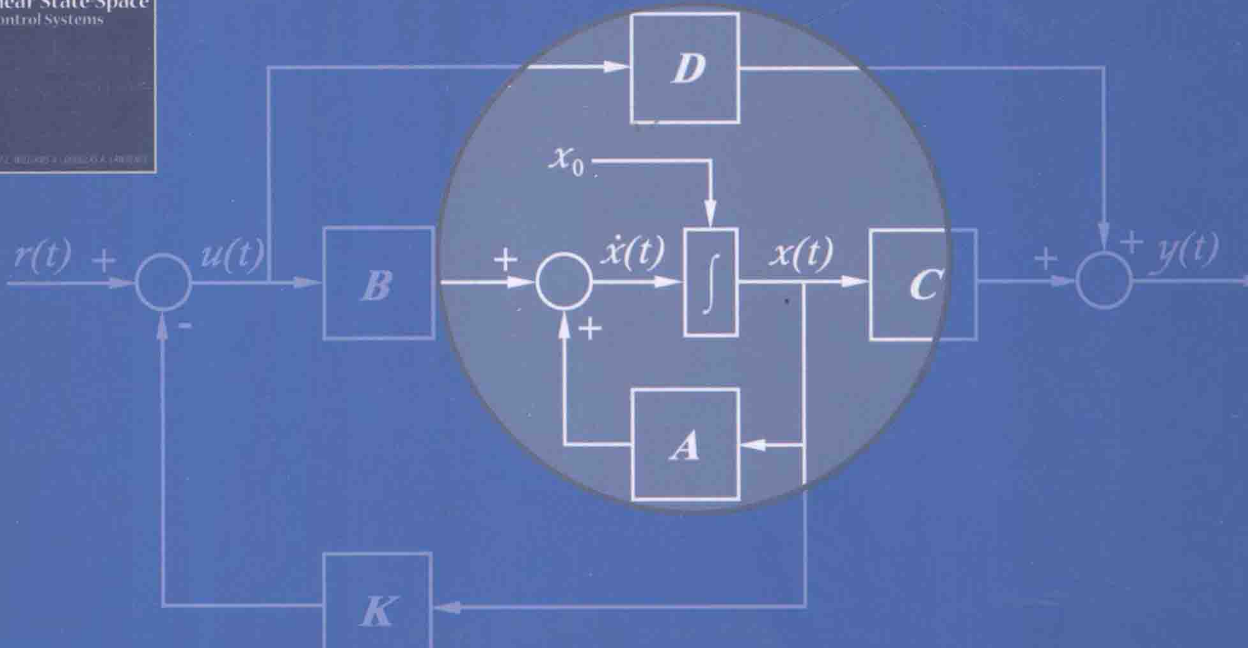
Linear State-Space Control Systems

〔美〕 罗伯特·L·威廉斯二世
道格拉斯·A·劳伦斯 著

Robert L. Williams II   Douglas A. Lawrence

贾要勤 译





WILEY

西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

Linear State-Space Control Systems

线性状态空间控制系统

Robert・L・Williams Ⅱ
罗伯特・L・威廉斯二世
〔美〕 著
Douglas・A・Lawrence
道格拉斯・A・劳伦斯

Ohio University

贾要勤 译

西安交通大学出版社
Xi'an Jiaotong University Press

图书在版编目(CIP)数据

线性状态空间控制系统 /（美）威廉斯二世著 ；贾要勤译. —西安 ：西安交通大学出版社，2013.12
（国外名校最新教材精选）
书名原文：Linear state-space control systems
ISBN 978 - 7 - 5605 - 5851 - 6

Ⅰ.①线… Ⅱ.①威… ②贾… Ⅲ.①线性空间—控制系统—高等学校—教材 Ⅳ.①TP273

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 282833 号

书　　名　线性状态空间控制系统
著　　者　〔美〕罗伯特·L·威廉斯二世　道格拉斯·A·劳伦斯
译　　者　贾要勤
出版发行　西安交通大学出版社
　　　　　（西安市兴庆南路 10 号 邮政编码 710049）
网　　址　http://www.xjtupress.com
电　　话　(029)82668357 82667874(发行中心)
　　　　　(029)82668315 82669096(总编办)
传　　真　(029)82669097
印　　刷　陕西宝石兰印务有限责任公司

开　　本　787 mm×1092 mm　1/16　**印张**　25.5　**字数**　620 千字
版次印次　2014 年 2 月第 1 版　2014 年 2 月第 1 次印刷
印　　数　0001～ 2500 册
书　　号　ISBN 978 - 7 - 5605 - 5851 - 6/TP.601
定　　价　62.00 元

读者购书、书店添货、如发现印装质量问题，请与本社发行中心联系、调换。
订购热线：(029)82665248　(029)82665249
投稿热线：(029)82665397
读者信箱：banquan1809@126.com

译者序

控制理论是一门将抽象的数学理论知识和工程实践应用紧密结合起来的学科，学好控制理论既需要坚实的数学基础（如高等数学、复变函数、积分变换、线性代数等），又需要对实际的物理对象或者过程深入了解，才能将控制理论知识灵活运用到解决工程实际问题中去。根据理论依据去分析和设计控制系统，才能保证控制系统稳定可靠地运行。

但是我们经常会发现，面对一个具体的控制对象，同学们往往是建模归建模，分析归分析，设计归设计，最后甚至经过仿真验证的控制系统无法在实验中实现，二者严重脱节，仿真是仿真的控制参数，实验是实验的控制参数。更有甚者，同学们将比例积分 PI 控制作为万能方法到处使用，甚至省略了理论分析和设计的环节，直接在实验中对参数进行试凑，导致今天稳定的控制系统明天就不稳定了，这是常见的现象。

究其原因，就是虽然我们在课堂中学习了许多控制理论知识，但是在实践中还是不知道该怎么应用。控制理论课程大多定理一大堆，证明推导繁琐，甚至有些概念还比较抽象，很难和实际的对象联系起来。大多数控制理论教材，尤其是现代控制理论教材，偏重理论分析的讲解以及定理的证明，课后习题也主要是一些类似于线性代数、矩阵运算技巧方面的练习，理论联系实际的内容比较缺乏。对于电气工程或者机械工程的工科学生来讲，学习控制理论的主要目的是应用控制理论的知识解决电气工程领域或者机械工程领域的实际问题，因此一本好的控制理论教材，应该以贯穿于全书的实际例子为主线，并结合当前比较流行的控制理论分析和设计计算机软件工具 MATLAB 来讲解，这样同学们就既能比较容易理解理论部分，又能将理论和实际结合起来，将理论知识应用到解决实际工程技术问题中去，从而进一步提高对控制理论课程的学习兴趣和学习效果。

本书的作者 Robert・L・Williams II，是美国俄亥俄大学机械工程系的教授，主要进行机械工程、动力学控制和机器人等方面的教学和科研工作，他的教学理念是平衡挑战，激励学习，理论联系实际，培养更多的实际工程经验。作者本人有着极为丰富的工程技术领域的教学和科研实践经验，因此本书更适合于电气工程和机械工程领域的本科生和研究生阅读。通过实例来讲解复杂的数学概念和理论，采用循序渐进的例题和习题，有助于读

者在熟悉的系统中应用新学的理论知识是本书最大的特点。

本书可作为电气工程和机械工程专业本科生高年级或者研究生《现代控制理论基础》课程的教材或者参考书。

西安交通大学出版社的赵丽平编审促成了本书中文版的版权引进，李颖编辑完成了译稿后续的加工校对，研究生牛荣泽、王兴国完成了书中图表以及公式的整理工作，研究生王雨、崔炳涛、傅朋伟、符晓巍、凤勇通读了全书译稿，并给出了修改建议，对他们的辛勤劳动表示衷心感谢！

期待本书中文版的出版，对同学们学习现代控制理论基础课程有所帮助。

贾要勤

2014 年 1 月

出版者注：鉴于本书公式采用扫描原书公式对应植入的方式，译文中的符号，如转置 T，指数函数 e，微分符号 d，复数符号 i、j 等，按照国标应当为正体，但考虑与植入公式的一致性未做修改，特此说明。另外，MATLAB 仿真图未作翻译，便于读者对照程序段生成的图像结果学习。

前　言

这本教材用于高年级本科生或者一年级研究生课程，主要介绍线性控制系统分析和设计的状态空间方法。对实际工作中的工程师或者研究人员也具有一定的参考作用。这本书的内容来自俄亥俄大学机械和电气工程专业课程分散的讲义。需要先修的本科生课程应该只有线性信号与系统以及控制系统。除了传统的本科生数学课程，包括积分、微分方程以及基本的矩阵运算之外，前期的或者同时进行的线性代数课程也会很有帮助，但不是必须的。

本书既可以为进一步学习系统和控制理论的学生建立坚实的基础，也可以为其它领域的研究生提供控制理论方面的概要，尤其是在实际应用方面。读者会发现有大量的通过实例来说明的复杂的数学概念和理论。此外，为了反映实际应用的复杂性，本书采用循序渐进的例子和练习。实际问题在第 1 章介绍，并在随后的章节中不断出现，就是希望读者能够轻松地将新的概念应用到熟悉的系统中。为了能够完成这些问题中大量的计算，每章都有目前流行的 MATLAB 软件及其控制系统分析和设计的工具箱介绍。每一章通过循序渐进 MATALB 例子和两个循序渐进例子来介绍 MATLAB 的使用。

本书包括 9 个章节和 3 个附录：第 1 章介绍线性定常系统的状态空间描述。第 2 章主要考虑状态方程的解及其和随后章节中要用到的线性系统基本概念以及其它一些基本结论的关系。第 3 章和第 4 章重点介绍能控性和能观性这两个重要内容，揭示了状态空间方法的重要性，即状态空间系统描述的代数关系揭示了动力学系统的复杂行为。第 5 章介绍和线性定常系统状态空间实现相关的最小实现概念。第 6 章主要介绍系统内部稳定性和外部稳定性（输入输出稳定性）以及它们之间的关系。第 7 章主要是动态响应调节方法以及状态反馈控制律。第 8 章是渐进状态观测器以及基于状态观测的补偿器。第 9 章是最优控制的介绍，主要是线性二次型调节器。附录 A 提供了基本矩阵运算的总结。附录 B 是本书所用到的线性代数基本概念的简介。附录 C 是每一章用到的循序渐进例子的完整 MATLAB 程序。

每一章包括一组练习，来帮助同学们掌握本章的主要内容。练习可以

分为四种类型:计算题,分析题,循序渐进 MATLAB 练习以及习题。计算题主要是数值方面的问题,来强化重要的计算,要求学生通过手工计算来求解,也可以鼓励学生用 MATLAB 来验证他们的计算结果。分析题需要能够进行重要的推理或者对本章没有证明的事实进行相关的拓展,这些题当然比计算题更具有挑战性。循序渐进 MATLAB 练习将重温第 1 章介绍的状态方程,要求学生对每个练习题逐渐能够编写 MATLAB m 文件,来完成和每章内容相关的计算。循序渐进练习也是渐进的,根据第 1 章中介绍的循序渐进例子来设置。这些联系都是基于实际物理系统的,所以首先需要根据物理描述给出线性状态方程描述。做这些练习题的时候,也可以使用 MATLAB,就可以将循序渐进 MATLAB 练习中得到的经验和知识派上用场。

目 录

第 1 章

绪 论

本章介绍线性定常系统的状态空间描述。首先从状态空间方法起源的简介开始，来讲述本书主要内容的来龙去脉。接着，我们来定义状态方程的格式，并举例说明怎样根据物理系统的描述和传递函数的描述建立状态方程。另外，我们还将说明如何根据非线性状态方程给定的轨迹或者平衡条件，对其线性化来得到线性状态方程。 P. 1

这一章我们就开始使用 MATLAB 软件来进行线性状态空间控制系统的计算机辅助分析和设计。本书自始至终，和每章内容相关的 MATLAB 相应功能及其控制系统工具箱通过循序渐进 MATLAB 例子来介绍。另外，本章中介绍两个循序渐进例子，在后续的章节中还会继续出现。

1.1 历史发展概况

从学术观点的角度来看，控制工程有几千年跨度的历史，因为从古代到工业革命，再到 20 世纪早期，都有采用反馈原理巧妙设计系统的各种各样例子，例如古代的水钟、指南车、瓦特蒸汽机转速控制的飞球调节器、船舶掌舵机、枪械瞄准以及电子管放大器稳定系统等等。这里我们主要来看看从 20 世纪中期开始的控制理论和控制工程实践的重要发展历程，这段历史可以为我们提供本书内容，也就是常见的本科生控制理论课程以及研究生课程控制理论的相关背景知识。 P. 2

在人们所说的经典控制理论时代，即 20 世纪 40 年代、50 年代，系统在频域采用传递函数描述。而且，直接在频域计算系统的性能和鲁棒性指标或者将其转换到频域。例如，过渡过程的响应指标被转换为期望的闭环极点配置或者期望的开环、闭环频率响应特性。分析

方法包括 Evans 根轨迹、Bode 图、Nyquist 图以及 Nichols 图。这些方法只能用于单输入、单输出系统，补偿策略也非常简单，即由反馈单环构成的串联补偿系统。而且，设计过程需要反复进行，起初的设计基于各种简单的假设，然后根据试错法进行参数调整。因此，无论如何，最终的设计不能保证是最优的。

上个世纪 60 年代、70 年代见证了控制理论从频域到时域的转变。系统用一种时域的微分方程来描述，叫做**状态方程**。性能指标和鲁棒性指标也在时域确定，常常是二次型性能指标的形式。状态空间方法的主要优势是时域的表达式，有利于数字计算机技术的应用，也非常适合于多输入多输出系统。此外，反馈控制律可以通过公式来进行计算，并能优化某一项具体的性能指标。

80 年代、90 年代，频域方法和时域方法得到了有机的结合。特别是结合在频域处理多输入、多输出系统的一些重要理论突破，频域的性能指标和鲁棒性指标重新得到了推崇。在状态空间时域进行控制器综合的理论也得到了进一步的发展。这期间的重要理论成果最终形成了一个强大统一的框架。

P. 3 前面所讲的历史发展和传统控制理论教材以及学术课程的关系如下：经典控制理论主要针对本科生阶段，或者包含一些状态空间方法的简介。对状态空间方法较深入的介绍应该在本科生高年级课程或者研究生低年级课程中，即本书的主要内容，因此它是控制理论方面的高级课程，反映控制理论近年来的发展，将包括前面所述的内容，或者将其扩展到时变和非线性系统领域。

我们假设读者熟悉传统本科生课程中线性系统的基本内容，如系统维数、因果关系、线性性以及时不变性。本书主要介绍有限维的、因果的、线性定常、连续时间动力学系统采用状态空间方法的分析、仿真和控制。从现在开始，我们将这类系统叫做**线性定常系统**。

本书的内容可以应用于各种工程系统，甚至非工程系统，如航空、机械、电气、机电、流体、热力、生物以及经济系统。这是因为这些系统具有相同的数学模型方程。本书我们不打算正式讲解系统建模，我们从物理系统的线性定常状态方程模型开始。数学作为统一的语言，这里的基本原理和方法可以直接转化到读者感兴趣的应用领域。

1.2 状态方程

线性定常系统的状态空间描述具有以下的一般形式

$$\begin{aligned}\dot{x}(t)&=Ax(t)+Bu(t)\\ y(x)&=Cx(t)+Du(t)\\ x(t_0)&=x_0\end{aligned}\tag{1.1}$$

其中，$x(t)$ 为 n 维状态向量

$$x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\ x_2(t)\\ \vdots\\ x_n(t)\end{bmatrix}$$

其 n 个标量元素叫做**状态变量**。类似地，m 维**输入向量**和 p 维**输出向量**可以分别写为 P. 4

$$u(t)=\begin{bmatrix} u_1(t)\\ u_2(t)\\ \vdots\\ u_m(t)\end{bmatrix}\qquad y(t)=\begin{bmatrix} y_1(t)\\ y_2(t)\\ \vdots\\ y_p(t)\end{bmatrix}$$

因为时变矢量对于时间的微分是对其矢量元素分别进行微分，因此方程(1.1)左边的时间微分可以写为

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \vdots\\ \dot{x}_n(t)\end{bmatrix}$$

因此，对于给定的初始时刻 t_0，**初始状态** $x(t_0)=x_0$ 就是一个确定的 n 维常向量。

状态向量 $x(t)$ 由系统的一组最小变量组构成，它唯一地描述了系统在当前初始状态、已知输入和动态方程下的未来响应。输入向量 $u(t)$ 包含用来激励系统的变量，输出向量 $y(t)$ 包含可测量的量，而状态向量 $x(t)$ 包含系统的内部变量。

用 $M=[m_{ij}]$ 来表示矩阵，其第 i 行、第 j 列元素为 m_{ij}，方程(1.1)中的系数矩阵就可以表示为

$$A=[a_{ij}]\quad B=[b_{ij}]\quad C=[c_{ij}]$$
$$D=[d_{ij}]$$

其维数分别为 $n\times n$，$n\times m$，$p\times n$，以及 $p\times m$。有了这些定义，状态方程(1.1)就是 n 个标量一阶微分方程的紧凑表达式，即

$$\begin{aligned}\dot{x}_i(t)&=a_{i1}x_1(t)+a_{i2}x_2(t)+\cdots+a_{in}x_n(t)\\&\quad+b_{i1}u_1(t)+b_{i2}u_2(t)+\cdots+b_{im}u_m(t)\end{aligned}$$

其中 $i=1,2,\cdots,n$，以及 p 个标量线性代数方程

$$\begin{aligned}y_j(t)&=c_{j1}x_1(t)+c_{j2}x_2(t)+\cdots+c_{jn}x_n(t)\\&\quad+d_{j1}u_1(t)+d_{j2}u_2(t)+\cdots+d_{jm}u_m(t)\end{aligned}$$

其中 $j=1,2,\cdots,p$。因此，矢量的表达式(1.1)要比这些标量的分解表达式更好一些。由方程(1.1)可知，状态空间描述包括状态微分方程 $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$ 和代数输出方程 $y(t)=Cx(t)+Du(t)$。图 1.1 为一般多输入多输出线性定常系统状态空间描述的结构图。

P.5

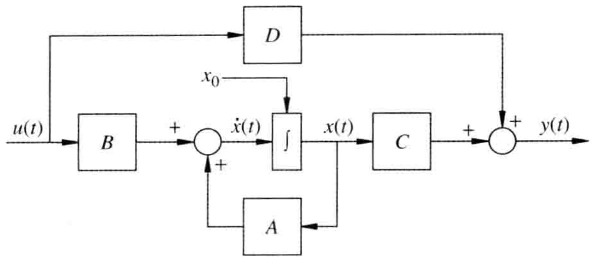


图 1.1 状态方程结构图

构造这样的状态空间表达式的目的是将高阶常微分方程的耦合系统，例如代表机械系统的动力学系统，转化为一组耦合的一阶微分方程。在单输入、单输出的情况下，状态空间描述将唯一的 n 阶微分方程转化为 n 个一阶微分方程构成的系统。在多输入、多输出情况下，并且所有的方程都为 n 阶时，我们可以将 k 个 n 阶微分方程转化为 kn 个耦合一阶微分方程组的系统。

1.3 例子

本节中，我们将举出一系列的例子来说明线性状态方程的结构。前四个例子基于物理系统建模的基本原则。在每个例子中，我们采用的方法是将状态变量和系统储能原件联系起来。这样有助于我们得到状态方程所需要的微分方程和代数方程。后两个例子是基于传递函数描述的，因此就建立了传递函数和状态方程之间的联系，这在后面的章节中还要详细介绍。

例 1.1 已知如图 1.2 所示的线性单输入、单输出弹簧质量阻尼平移机械系统，让我们来导出它的系统模型，并将其转化为状态空间描述。在此系统中，输入为力 $f(t)$，输出为位移 $y(t)$。

P.6

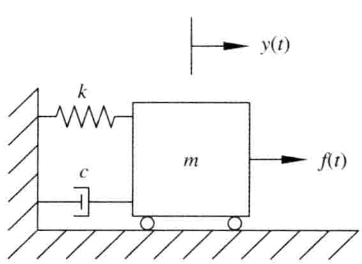


图 1.2 平移机械系统

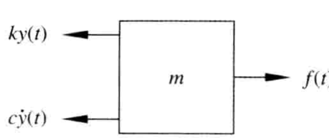


图 1.3 自由体受力图

根据牛顿第二定律，由图 1.3 所示的自由体受力平衡，可以得到下面的二阶常微分方程

$$m\ddot{y}(t)+c\dot{y}(t)+ky(t)=f(t)$$

此方程描述了系统的动力学行为。因为这是一个二阶微分方程，我们只需要选择一个 2×1 维的状态矢量。通常，储能是选择状态变量的一个很好的准则。系统任何时刻的能量都是和质量块位移有关的弹簧势能 $ky(t)^2/2$ 加上和速度有关的动能 $m\dot{y}(t)^2/2$。这样我们选择质量块位移和速度作为状态变量：

$$x(t)=\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\end{bmatrix}\qquad \begin{aligned}x_1(t)&=y(t)\\x_2(t)&=\dot{y}(t)=\dot{x}_1(t)\end{aligned}$$

因此，

$$\begin{aligned}\dot{y}(t)&=x_2(t)\\\ddot{y}(t)&=\dot{x}_2(t)\end{aligned}$$

将这两个状态的定义带入原始的系统方程可得

$$m\dot{x}_2(t)+cx_2(t)+kx_1(t)=f(t)$$

原始的单个二阶微分方程可以写成两个一阶微分方程系统的耦合，即 P.7

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t)&=x_2(t)\\\dot{x}_2(t)&=-\frac{c}{m}x_2(t)-\frac{k}{m}x_1(t)+\frac{1}{m}f(t)\end{aligned}$$

输出为质量块位移

$$y(t)=x_1(t)$$

通常，输入矢量的变量名为 $u(t)$，因此我们定义

$$u(t)=f(t)$$

现在我们就可以将上述方程写成矩阵矢量的形式，从而得到有效的状态空间描述。一般的状态空间描述包括状态微分方程和代数输出方程，对于例 1.1，

状态微分方程为

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\\dot{x}_2(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\\-\dfrac{k}{m}&-\dfrac{c}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\\dfrac{1}{m}\end{bmatrix}u(t)$$

代数输出方程为

$$y(t)=Cx(t)+Du(t)$$

$$y(t)=[1\quad 0]\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\end{bmatrix}+[0]u(t)$$

此例中，这个二维的单输入、单输出系统矩阵为($m=p=1,n=2$)

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -\dfrac{k}{m} & -\dfrac{c}{m}\end{bmatrix}\quad B=\begin{bmatrix}0\\ \dfrac{1}{m}\end{bmatrix}\qquad C=[1\quad 0]$$

$$D=0$$

在此例中，状态矢量由质量 m 的位移和速度构成。因为原始方程是一个二阶的微分方程，因此需要两个状态变量。此例中因为没有输入和输出直接耦合的部分，所以 $D=0$。

□

P.8 **例 1.2** 考虑图 1.4 所示的并联电路。我们以独立电流源 $u(t)=i(t)$ 产生的电流作为输入，输出为电容电压 $y(t)=v(t)$。

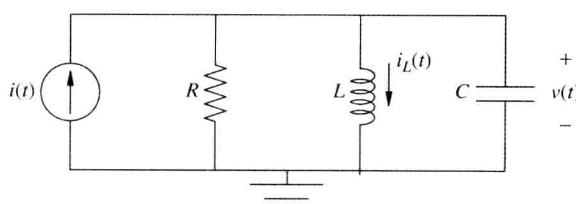


图 1.4 并联电路

在电路中，将储能原件，即电容和电感和状态变量联系起来常常是很方便的。尤其是电容电压和电感电流，不仅仅表示了存储在电路中的能量，也能够帮助我们建立所需要的微分方程。在这个例子中，由于电路的并联结构，电容电压正好是每个电路元件上的电压。

这样，我们选择如下的状态变量，

$$x_1(t)=i_L(t)$$

$$x_2(t)=v(t)$$

根据这些状态变量的定义，电感的电压、电流关系式为

$$x_2(t)=L\dot{x}_1(t)$$

然后，将基尔霍夫电流定律应用到上面的电路节点，可以得到

$$\frac{1}{R}x_2(t)+x_1(t)+C\dot{x}_2(t)=u(t)$$

将这些关系式整理为单独的状态变量时间微分如下

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{L}x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = -\frac{1}{C}x_1(t) - \frac{1}{RC}x_2(t) + \frac{1}{C}u(t)$$

这样一对耦合的一阶微分方程，再加上对输出的定义 $y(t)=x_2(t)$，就得到这个电路的状态空间描述如下： P.9

状态微分方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix} u(t)$$

代数输出方程

$$y(t) = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + [0]u(t)$$

由上式可以看出，系数矩阵 A，B，C 和 D 分别为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix} \qquad C = [0 \quad 1]$$
$$D = 0$$

在此例中，注意到 $D=0$，这是因为在电流源和电容电压之间没有直接的耦合。

□

例 1.3 考虑如图 1.5 所示的平移机械系统，其中，$y_1(t)$、$y_2(t)$为两个质量块相对于其静力平衡位置的位移，$f(t)$为施加在第一个质量块 m_1 上的力。系统参数有质量 m_1 和 m_2，粘滞阻尼系数 c，以及弹簧刚度 k_1 和 k_2。输入为施加的力 $u(t)=f(t)$，输出为质量块的位移。现在让我们来导出系统的数学模型及其状态空间描述。

将牛顿第二定律应用在每个质量块，得到耦合的二阶微分方程，即，

$$m_1\ddot{y}_1(t) + k_1y_1(t) - k_2[y_2(t) - y_1(t)] = f(t)$$
$$m_2\ddot{y}_2(t) + c\dot{y}_2(t) + k_2[y_2(t) - y_1(t)] = 0$$

这里，储能原件是两个弹簧和两个质量块。将状态变量定义为质量块的位移和速度