

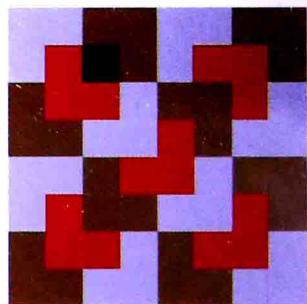
资深算法专家力作，算法谜题一览无余
Google、Facebook等一流IT公司算法面试必备
青年技术专家高博最新译作

algorithmic
problems

算法谜题

[美] Anany Levitin Maria Levitin 著
赵勇 徐章宁 高博 译

P U Z Z L E S



人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

算法谜题

[美] Anany Levitin Maria Levitin 著
赵勇 徐章宁 高博 译

人民邮电出版社
北京

图书在版编目 (C I P) 数据

算法谜题 / (美) 列维京 (Levitin, A.) , (美) 列维京 (Levitin, M.) 著 ; 赵勇, 徐章宁, 高博译. — 北京 : 人民邮电出版社, 2014.3

ISBN 978-7-115-33844-0

I . ①算… II . ①列… ②列… ③赵… ④徐… ⑤高… III . ①算法 IV . ①024

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第283961号

版 权 声 明

Algorithmic Puzzles, by Anany Levitin, Maria Levitin

Copyright @ 2011 by Oxford University Press, Inc.

This Translation is published by arrangement with Oxford University Press and Andrew Nurnberg Associates International Limited.

All rights reserved.

本书中文简体字版由 Oxford University Press 授权人民邮电出版社独家出版。未经出版者书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书内容。

版权所有，侵权必究。

◆ 著 [美] Anany Levitin Maria Levitin
译 赵 勇 徐章宁 高 博
责任编辑 陈冀康
责任印制 程彦红 焦志炜
◆ 人民邮电出版社出版发行 北京市丰台区成寿寺路 11 号
邮编 100164 电子邮件 315@ptpress.com.cn
网址 <http://www.ptpress.com.cn>
大厂聚鑫印刷有限责任公司印刷
◆ 开本: 700×1000 1/16
印张: 17
字数: 246 千字 2014 年 3 月第 1 版
印数: 1-4 000 册 2014 年 3 月河北第 1 次印刷
著作权合同登记号 图字: 01-2012-8267 号

定价: 49.00 元

读者服务热线: (010) 81055410 印装质量热线: (010) 81055316
反盗版热线: (010) 81055315

内 容 提 要

算法是计算机科学领域最重要的基石之一。算法谜题，就是能够直接或间接地采用算法来加以解决的谜题。求解算法谜题是培养和锻炼算法思维能力一种最有效和最有乐趣的途径。

本书是一本经典算法谜题的合集。本书包括了一些古已有之的谜题，数学和计算机科学有一部分知识就发源于此。本书中还有一些较新的谜题，其中有一部分谜题被用作知名 IT 企业的面试题。全书可分为 4 个部分，分别是概览、谜题、提示和答案。概览介绍了算法设计的通用策略和算法分析的技术，还附带有不少的实例。谜题部分将谜题按照简单、中等难度和较难三个层级分别列出。提示部分依次给出谜题提示，帮助读者找到正确的解题方向，同时仍然为读者留下了独立求解的空间。答案部分则给出了谜题的详细解答。

本书可以为对算法感兴趣的广大读者提供系统丰富而实用的资料，能够帮助读者提升高阶算法思维能力。本书适合计算机专业的高校教师和学生，想要培养和训练算法思维和计算思维的 IT 专业人士，以及在准备面试的应聘者和面试官阅读参考。

译 者 序

算法能力的考察，向来是顶级科研机构和 IT 公司面试时最具备区分度的成分。近年来，这种趋势有增无减。对于语言和工具的灵活掌握，已经逐渐成为对于科研和工程的基本要求。在新生代的语言和工具对于学习和掌握的要求门槛变得越来越低，计算资源却极大丰富的时代背景下，需要真正高级技术人才而非简单脑力劳动者的机构和公司必然会把注意力集中在对于解决问题的原生能力的考察。同时，计算工业的竞争日趋激烈。核心甚至周边算法的优劣，会以极为显著和全面的形式对内影响到运营成本，对外影响到用户体验。在“有没有”不再是生存竞争的关键问题时，“好不好”的问题上能否胜人一筹，立刻就成为下一个比拼的环节。还有一个相当重要却不够被重视的因素，就是对于算法能力的掌握程度，往往是一个人对于自我教育的品位选择，以及有否长期的自我训练的反映，因而有着强烈的文化认同意义——将计算和程序思维不仅作为谋生工具，更作为研艺修行甚至生活方式的工业文化，近年来在中国也已经生根发芽。因此，基于以上三方面的原因，算法在日常学习和面试准备中的重要性和关键性，也就不言而喻了。

算法长期以来被视作是聪明人的专利，好像有些人天生思路就开阔，遇到问题能马上整理出计算模型，然后实施巧思，而大多数人则只能望洋兴叹，一筹莫展。这种想法其实也不无道理，从小接受系统化训练，参加过信息学竞赛或 ACM，肯定会对算法问题反应更快一些。可是这样的人毕竟是极少数，而且即使是他们，也无一不是长期大量地训练才会不断进步。这至少说明，算法并非天外之学，而是一种能够通过训练掌握的技能。换言之，对于 5% 的真正难题，也许真的是只为 5% 的天才而存在的。但是其余的 95%，却是 95% 像你我一样的普通人自学可以达成的目标。可是为什么实际情况给人的感觉不是这样呢？相当一部分问题出在教材上。算法教材中的大部分，有几个共通的问题。第一，太抽象。从计算背景出发，而不是从实际问题出发。读完以后遇到问题，仍然很难逆向地反推到计算模型。第

2 算法谜题

二，太晦涩。全书充斥着数学公式和伪代码，对于数学功底不够深厚的读者不够友好。很多内容比如 NP 难问题，理论价值远高于实用价值。第三，太零散。这个那个地讲了很多点，却没有统一的逻辑串起来。

Anany Levitin 和 Maria Levitin 编写的《算法谜题》一书，实在是令人眼前一亮。说实在的，我本人已经多年没有在这个领域里面见到有这么实用而且好看的作品了。本书的写作目的就是教你使用算法来解题，但它的定位却极其精准：它既不做数学演算，也不写具体代码，它只讲算法。从一开始它就把内容的框架定下来：算法的设计技术有哪些，分析技术有哪些，全书就围绕这几种技术展开，所有的问题都用这些技术来解。这些技术的简单形式无一不是很容易理解和掌握的，然而仍然是这些技术的综合和高级应用，却能够有效地解决看上去非常复杂、非常困难的问题。在题目的编排上，作者下了很大的工夫，由易到难的程度提升的节奏把握得极好，十分有利于读者的信心建立。尤其是第 3 章“提示”这一部分的引入，是很重要的结构创新，建议所有的读者都要经历读懂题目—根据提示自行尝试求解—将自己的求解与答案比较以获得进步这样的过程。即使从最功利的角度来说，本书有一半以上的题目是直接被用作过面试题原题的，而在实际面试的时候，有 60% 左右应聘者会因为不能理解题意惨遭淘汰，又有 20% 以上会因为在提示之下仍然无所进展铩羽而归。换句话说，就算是为了训练自己在面试时的临场感觉，也要让自己反复地适应这样的解题三部曲，而一旦克服了读题和理解的障碍，并能够在提示之下前进哪怕一步，其实你已经打败了 80% 以上的竞争对手了。所以，难怪这本书在国外有“算法面试宝典”之称！

也许会有读者怪我把这个译者序写得太急功、太沉重，但其实我的本意并非如此。可以肯定的是，本书的可读性之高，应该并不会让人感觉有阅读上的负担。而我本人也一向是提倡寓学于乐，而不要临时抱佛脚的。甚至我会有这样的感觉：亚洲文化中一贯太把学习和修行当作是一件严肃的事，应该好好地向欧美同仁学一学找几个自己感觉有兴趣的研究课题，然后把相关的学习当作攻克技术难关之工具的做法，这样才能学得深、学得透。但是另一方面也毋庸讳言，在算法方面我们的差距还非常明显，还难以做到举重若轻。并且，以我自己还有很多同学、同事参加信

息学竞赛的经验，有所成就者无一不是做题做到想吐，走在自己智力和体力的极限边缘，才会有所顿悟、有所长进的。所以，恳请广大读者理解，无论是从作者的出发点，还是在译者的良好愿望中，都希望本书能够以它的高可读性的面貌，达到它的高实用性的目标，这两者其实并不矛盾。

人民邮电出版社的陈冀康编辑慧眼识书引进版权，又不断地给予我们这个翻译团队以支持和鼓励，是本书简体字中文版得以面世的基础。本书的翻译过程中，承我的老友芝加哥大学博士赵勇，以及年轻而进取的同事徐章宁工程师大力支持，为全书的翻译提供了技术和文字的保证。又承上海交通大学计算机软件学院的梁阿磊和张尧弼教授、EMC 中国卓越研发集团濮天晖总监和汤瑞欣总监、SAP 中国的范德成资深工程师审阅初稿并给予宝贵意见。当然，由于本人才学所限，缺点错误在所难免，这些当由我本人负责。任何一本书的成稿，都离不开家人的支持，借此向一直默默支持我的父母和爱妻沈靓表示衷心感谢，希望本书的出版能给你们带来快乐。



于 EMC 中国卓越研发集团

2013 年 11 月

新浪微博：但以理_高博

微信公众平台：高博的世界

网站：<http://gao.bo>

邮箱：feedback@gaoobo.org

致 谢

谨向本书的以下审阅者致以深深谢意：Tim Chartier（戴维森学院）、Stephen Lucas（詹姆斯·麦迪逊大学）和 Laura Taalman（詹姆斯·麦迪逊大学）。他们对本书创作思想的热情支持，以及对于内容的特别建议对我们极有助益。

谨向乔治·华盛顿大学的 Simon Berkovich 致谢，他参与了部分谜题的讨论，并审阅了本书的部分手稿。

谨向牛津大学出版社及其相关机构为本书辛勤劳动的幕僚致谢。尤其是本书编辑 Phyllis Cohen，他为使本书变得更好而不断努力。还有编辑助理 Hallie Stebbins、封面设计 Natalya Balnova，以及市场营销经理 Nichelle Kelly。本书版权经理 Richard Camp、监制 Jennifer Kowing 及 Kiran Kumar 同样功不可没。

名言对号入座，谁说了什么？

猜猜下面的名言分别是哪位名人说的

手里拿着一把锤子，看什么都像钉子。我们这个年代最厉害的锤子就是算法。

解题是一种实用技能，怎么说呢，有点儿像有游泳吧。我们学习任何实用技能的办法就是模仿和实践。

如果想使得上课不那么无聊，那么没有比加入带有创造力的主题更好的办法了，这些主题的特点就是带有娱乐、幽默、美感和惊喜。

给人以最大享受的，不是知识，而是钻研；不是拥有，而是跋涉。

若是我不小心遗漏了一些多少有用或必要的内容，还请多多包涵，因为人人都会犯错，也不可能预知一切。

威廉·庞德斯通（William Poundstone），《怎样搬动富士山？》（*How Would You Move Mount Fuji?*）、*Microsoft's Cult of the Puzzle: How the World's Smartest Companies Select the Most Creative Thinkers* 等畅销书作者。

乔治·波利亚（George Pólya，1887 – 1985），著名匈牙利数学家，著有《怎样解题》，该书是解题方法的经典之作。

马丁·加德纳（Martin Gardner，1914 – 2010），美国作家。他以《科学美国人》上的“数学游戏”专栏和几部创意数学著作而闻名。

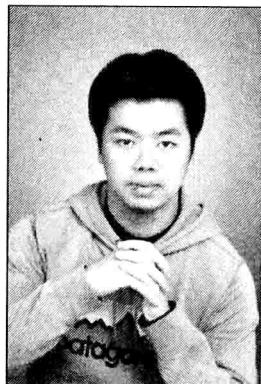
高斯（Carl Friedrich Gauss，1777 – 1855），伟大的德国数学家。

斐波那契（Leonardo of Pisa，又名 Fibonacci，1170 – 约 1250），杰出的意大利数学家。著有《算术》（*Liber Abaci*），该书在数学史上产生了深远影响。

译者简介



赵勇，电子科技大学教授，极限网络计算与服务实验室主任，中国计算机学会大数据专家委员会委员。美国芝加哥大学博士，师从世界网格之父 Ian Foster 教授，其间在美国 IBM 研发中心、美国 Argonne 国家实验室实习。博士毕业后任职美国微软公司搜索与广告部，从事云平台上的大型广告系统开发，获微软杰出员工奖。



徐章宁，1984 年生，毕业于上海交通大学。在 EMC 中国卓越研发集团任高级系统管理工程师，钟爱开源软件，从事软件运维工作多年。对各类知识有广泛兴趣，平日喜爱参与问答网站讨论，热爱读书、摄影和写作。



高博，1983 年生，毕业于上海交通大学。目前在 EMC 中国卓越研发集团任首席工程师，在信息科学和工程领域有近 15 年实践和研究经验。酷爱读书和写作，业余研究兴趣涉猎广泛。译著包括图灵奖作者高德纳的《研究之美》和布鲁克斯的《设计原本》，以及 Jolt 大奖作品《基元设计模式》等。近年来，出版翻译作品近百万字。

前 言

本书讲了哪些内容

本书是一套算法谜题集。所谓算法谜题，就是能够直接或间接地采取一些有着清晰定义的过程加以解决的谜题。这套谜题集由于有以下特点而显得与众不同：本书包括了一些古已有之的谜题，数学和计算机科学有一部分知识就发源于此；本书中还有一些较新的谜题，其中有一部分谜题被用作大企业的面试题。

本书欲达成两个主要目标：

- 为对算法有兴趣的广大读者提供算法入门指导和练习范例；
- 提升高阶算法思维能力（这和计算机编程是两回事），其基础是经过精心设计的一套通用算法设计策略和分析技术。

尽管算法的确构成了计算机科学的基石，并且任何有意义的计算机编程活动都离不开算法，但是将这两者简单地等同则是一种普遍存在的错误认识。有些算法谜题在计算机问世之前的 1000 多年前就已经存在。当然，计算机的爆发式流行使得算法谜题的求解变得对于现代生活的诸多方面重要起来了，算法对于多门软硬件科学的推动和发展的意义自不用说，算法的影响甚至还延伸到艺术和娱乐的领域（正如分形学之于当代艺术，计算智能之于国际象棋，等等——译者注）求解算法谜题也是培养和锻炼算法思维能力的一种最有效的、最有乐趣的途径。

本书面向怎样的读者

有三大类读者会对本书感兴趣：

2 算法谜题

- 解谜爱好者；
- 想要培养算法思维的师生；
- 为算法面试做准备的应聘者及面试官。

对于解谜爱好者，我们想说的是，本书能给你们带来的乐趣将不亚于其他任何类型的谜题集。你们会看到一些人们一直都津津乐道的题目，你们还会发现相当数量闻所未闻的珍贵谜题。阅读本书不需要任何计算机背景，甚至不要求对计算机感兴趣，没有相应背景的读者只要忽略参考解法中关于特定算法设计策略和分析技术的引述即可。

算法思维近年来已经在计算机科学领域的教育工作者口中成了热词，公平地说，当今世界中计算机无所不在的事实，的确促使算法思维成为几乎每个学生都必须具备的重要能力。而谜题正是掌握这项重要能力的理想载体，基于以下两个理由：首先，谜题很有趣，相对于死板的习题来说，人们更愿意在有趣的谜题上面投入时间和精力；其次，算法谜题能够迫使解题人在一个更抽象的层次上思考。即使是计算机科学专业的学生，也常常只会局限于使用自己了解的一门计算机语言，而不是运用通用的设计和分析技术来思考算法问题。练习求解谜题正可以弥补这一重要能力的缺失。

本书中的谜题可以用作个人自学材料。我们认为，谜题与概览部分相得益彰，概览部分极好地介绍了各种主要的算法思想。谜题部分为大学和高中阶段的教师们提供了补充练习和大作业的题目。本书也适合用做教师讲授习题课的补充，尤其是那些采用谜题形式进行的课程。

对于应聘者，本书有两个方面的作用。首先，书中有很多可能在面试中遇见的谜题例子，全部包含完整的解答和评注。其次，本书还可以用作算法设计策略和分析技术的简明指南。说到底，采用谜题来考察应聘者，面试官们更在意的是应聘者的解题思路，而非具体解答。得心应手地运用算法设计策略和分析技术，才是给潜在的老板留下深刻印象的关键所在。

本书收集了什么样的谜题

数千年来，人类发明了很多数学谜题，算法谜题只占一小部分。在选择谜题时，本书遵循下面的遴选标准。

首先，我们希望所选谜题能够展示一些通用的算法设计和分析原理。

其次，我们追求美感和优雅，当然这个标准比较主观。

第三，我们希望本书涉及各种难度的谜题。谜题的难度其实难以一概而论，有的时候，数学教授会被一些中学生可以轻易解出的谜题难倒。尽管如此，我们还是把全书的谜题分成了三大部分——简单谜题、中等难度谜题和较难谜题，供读者在评估谜题难度时参考。容易的谜题部分，只要求读者具有中学数学知识。但是，虽然其他两部分的谜题有些确实用到了数学归纳法，但是总体来说，高中级别的数学知识基本上可以应付本书中的所有谜题。此外，二进制数、简单递归等高中数学未必覆盖知识在本书概览的第二部分都有介绍。以上并不是说本书中所有的谜题都很容易，其中有一些，尤其是在最后一部分末尾的那些谜题，真的很难。但它们的难度并非源自数学上的复杂性。因此，读者不必为此怯手。

第四，我们特意收录某些经典谜题，不是因为人们对它们耳熟能详，而是因为它们在历史上的重要性，曾作为某些算法产生和发展的基石。

最后，我们只收集那些有着清晰的表述和解答的谜题，避免逻辑的含混不清，也不玩任何文字游戏。

这里需要着重指出一点。本书中的许多谜题可以采用穷举搜索和回溯法求解（这些策略在概览的第一部分有介绍）。但这些不是读者应该用以求解谜题的方法，除非有特别的声明。基于这个理由，我们排除掉了一些种类的谜题，如数独和密码破解，因为这样的谜题要么需要使用穷举搜索和回溯法，要么就需要针对谜题给出的特定数据做一些奇技淫巧式的观察和分析。我们也决定不去“招惹”一些物理结构很难描述的物件引发的谜题，比如九连环和魔方。

提示、答案和评论

本书为每一道谜题都给出了提示、解答和评论。谜题书很少会给出提示，但我们认为这并非画蛇添足。提示，也就是把读者朝着正确的方向小推一把，但是仍然为读者留下了独立求解的空间。所有的提示作为书中一个独立的章节而存在。

每道谜题都附有对应的解答。我们立了个规矩：所有的解答都以简要形式开头。这样做的目的，是想给读者一个最后的机会去独立求解。如果读者的想法和本书给出的思路完全不对路，就不要一口气把解答读完，而是从不同的角度对某些谜题再次求解。

本书中的算法是以白话叙述的，没有采取特殊格式或伪代码记法。因为本书想要强调的是思想，而不是无关紧要的细节。而把解答整理成某种正式记法，对于读者来说也不失为一种练习的机会。

大多数的评论都阐述了某道谜题及其解答所对应的通用算法思想。对于少量的谜题，我们也会给出本书或别处的其他类似谜题，作为参考。

许多谜题集并不给出谜题的出处。理由通常是，找到一道谜题的作者，其难度就好比找到一则笑话的作者。尽管这样的理由不无道理，我们还是决定尽我们所知给出谜题的最早出处。但是读者仍须了解，我们并没有为找出每一道谜题的真正源头而进行专项研究的想法。如果我们那么做的话，本书将变成另一种样子。

概览的两部分讲了哪些内容

本书的概览分为两个部分，其中还附有不少例子，它们讲述了算法设计的通用策略和算法分析的技术。尽管不掌握这方面的知识也能求解出本书中的几乎所有谜题，但是了解这些方面的知识无疑能够使得谜题求解变得更加容易，也更有助益。还有，解答和评论，甚至一小部分提示中，也提及了概览中介绍的部分专用术语。

概览部分是按照最贴近入门的水平来写的，目的是照顾大多数的读者。如果读者是计算机科学的科班出身，那么可能会觉得除了部分例子以外并没有什么新鲜内容，但这却是此类读者复习算法设计和分析的基本思想的好机会。

为何本书有两个索引

除了标准索引以外，本书还有一个附加索引（设计策略和分析技术索引），指明了谜题所依据的特定设计策略或分析类型。该附加索引有助于读者根据特定的策略或技术来对问题进行查找定位，也起进一步的提示作用。

最后，衷心地希望本书既充满乐趣又很实用，也希望读者能够分享本书的许多谜题背后的美感和人类巧思的伟绩给我们带来的快乐。

Anany Levitin

Maria Levitin

2011 年 5 月

algorithmicpuzzles.book@gmail.com

算法谜题列表

第1章 概览	1	第2章 谜题	29
幻方	2	1. 狼羊菜过河	29
n皇后问题	4	2. 手套选择	29
名流问题	6	3. 矩形切割	29
猜数字	7	4. 士兵摆渡	29
三格骨牌谜题	8	5. 行列变换	30
变位词检测	9	6. 数数的手指	30
现金分装	10	7. 夜过吊桥	30
两个吃醋的丈夫	10	8. 拼图问题	30
Guarini 谜题	12	9. 心算求和	30
最优馅饼切法	13	10. 硬币中的假币	31
不可互攻的王	14	11. 假币堆问题	31
夜过吊桥	15	12. 平铺多米诺问题	31
柠檬水摊设点	16	13. 被堵塞的路径	31
正数变号	17	14. 复原国际象棋棋盘	31
最短路径计数	18	15. 三格骨牌平铺问题	32
国际象棋的发明	21	16. 煎饼制作	32
方块搭建	22	17. 国王的走位	32
汉诺塔	23	18. 骑士的征途	32
缺角棋盘的多米诺铺陈	25	19. 页码计数	32
哥尼斯堡七桥问题	26	20. 寻找最大和	33
田地里的鸡	27	21. 正方形的拆分	33

2 算法谜题列表

22. 球队排名	33	50. 最后一个球	40
23. 波兰国旗问题	33	51. 缺失的数字	41
24. 国际象棋棋盘着色问题	33	52. 数三角形	41
25. 科学家在世的最好时代	34	53. 弹簧秤甄别假币	41
26. 寻找图灵	34	54. 矩形切割	41
27. Icosian 游戏	35	55. 里程表之谜	42
28. 一笔画	35	56. 新兵列队	42
29. 重温幻方	35	57. 斐波那契的兔子问题	42
30. 棍子切割	35	58. 二维排序	42
31. 三堆牌魔术	35	59. 双色帽子	42
32. 单淘汰赛	36	60. 硬币三角形变正方形	43
33. 真伪幻方	36	61. 对角线上的棋子	43
34. 星星的硬币	36	62. 硬币收集	43
35. 三个水壶	37	63. 加减归零	43
36. 有限的差异	37	64. 构建八边形	43
37. $2n$ 筹码问题	37	65. 猜密码	44
38. 四格骨牌平铺问题	37	66. 留下的数字	44
39. 方格遍历	38	67. 均分减少	44
40. 四个调换的骑士	38	68. 数位求和	44
41. 灯之圈	38	69. 扇区上的筹码	44
42. 狼羊菜过河问题的另一个版本	39	70. 跳跃成对 I	44
43. 数字填充	39	71. 标记方格 I	45
44. 孰轻孰重	39	72. 标记方格 II	45
45. 骑士的捷径	39	73. 逮公鸡	45
46. 三色排列	39	74. 地点选择	46
47. 展览规划	39	75. 加油站检查问题	46
48. 麦乐鸡数字	40	76. 高效的车	46
49. 传教士与食人族	40	77. 模式搜索	47