

JIANGLIAN KETANG

讲出生动 关注讲练课堂

练出精彩 重温课本细节

总主编 蒋念祖

丁翌平

主 编 钱军先

徐 标

讲练课堂

初三数学



东北师范大学出版社



JIANGLIAN KETANG

总主编 蒋念祖

丁翌平

讲练课堂

初三数学

主 编 钱军先
徐 标

东北师范大学出版社·长春

图书在版编目(CIP)数据

讲练课堂·初三数学/蒋念祖,丁翌平主编.—长春:
东北师范大学出版社,2003.5

ISBN 7 - 5602 - 3363 - 5

I. 讲... II. ①蒋...②丁... III. 数学课—初中—
教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 024932 号

☐责任编辑:李 雁 ☐封面设计:魏国强

☐责任校对:张小磊 ☐责任印制:张文霞

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号(130024)

销售热线:0431—5687213

传真:0431—5691969

网址:<http://www.nnup.com>

电子函件:sdcbs@mail.jl.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

延边新华印刷有限公司印装

吉林省延吉市河南街 30 号 133001

2003 年 5 月第 1 版 2003 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸:148mm×210mm 印张:10.25 字数:379 千

印数:0 001 — 6 000 册

定价:12.50 元

出版说明

《讲练课堂》是一套面向广大中学生的同步类教辅丛书。整套丛书经过精心策划和专家反复论证,由全国知名中学的优秀特高级教师主持编写。其显著特点在于:

1. 立足于教材而又高于教材。

本书以人教版最新教材为蓝本,紧扣教学大纲,力图对各项知识要点进行有效的梳理,以打牢学生的知识基础。同时加强课内资源与课外资源的整合,以提高学生的解题技巧和综合能力。

2. 题型设计新颖,并具有很强的针对性。

在习题的编选上尽量不选陈题、旧题,使原创题、创新题保持较大比例,力求体现近年来教学和考试的新成果,给人以境界一新的感觉。同时根据教学大纲,就各个知识点、能力要求有针对性地设置习题,做到有的放矢。

如今名目繁多的练习册令人眼花缭乱,如何能“风景这边独好”?

如果非要找一个答案,那么我们可以十分自信地告诉您,《讲练课堂》做到了:在学生心求通而未得,口欲言而未能之时,用易学、易变通的方式,用妥帖的语言,深入浅出,使学生在思维中顿悟,在理解中提升,在运用上熟练。

尽管我们对本丛书的出版工作高度重视,作风严谨,态度认真,但疏漏之处在所难免,恳请读者不吝赐教。

《讲练课堂》编辑组

2003年5月

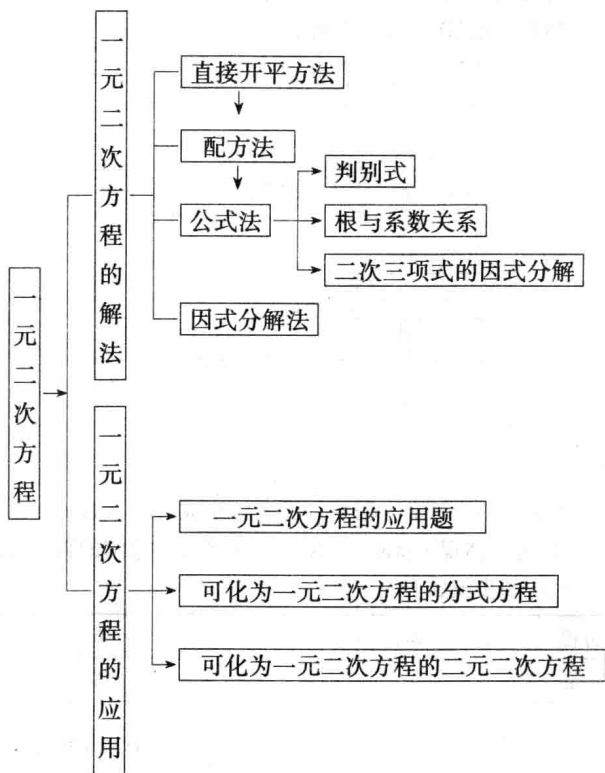
目 录

CONTENTS

第十七章	一元二次方程	1
第一节	一元二次方程及其解法	1
第二节	一元二次方程根的判别式	13
第三节	一元二次方程根与系数的关系	22
第四节	二次三项式的因式分解(运用公式法)	33
第五节	一元二次方程的应用	42
第六节	可化为一元二次方程的分式方程	51
第七节	简单的二元二次方程组	63
第十八章	函数及其图像	75
第一节	平面直角坐标系	75
第二节	函数及函数的图像	84
第三节	一次函数	98
第四节	二次函数	114
第五节	反比例函数	135
第十九章	统计初步	149
第二十章	解直角三角形	163
第一节	锐角三角函数	163
第二节	解直角三角形	175
第二十一章	圆	192
第一节	圆的有关性质	192
第二节	直线和圆的位置关系	233
第三节	圆和圆的位置关系	272
第四节	正多边形和圆	293

第十七章

[一元二次方程]



第一节 一元二次方程及其解法

整体感知

本节的重点是一元二次方程的解法,特别是公式法解一元二次方程,难点是配方法.

1. 一元二次方程的定义

只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是2的整式方程.

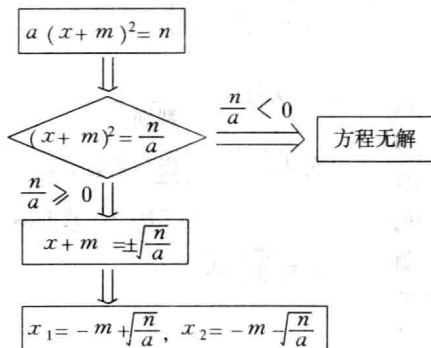
由定义知,一元二次方程应满足:①是整式方程(方程两边不含未知数在分母中的项);②只含一个未知数;③未知数的最高次数是2.

特别地,定义中的“未知数的最高次数是2”是指整理后的情形,例如,方程 $(x+1) \cdot (x+2) = x^2 - 4$ 仍是一元一次方程.

2. 直接开平方

直接开平方解的是形如 $a(x+m)^2 = n$ ($\frac{n}{a} \geq 0$) 的方程. 方法是运用平方根的定义,将一元二次方程转化成两个一元一次方程来解.

直接开平方解一元二次方程的思路是:



3. 配方法

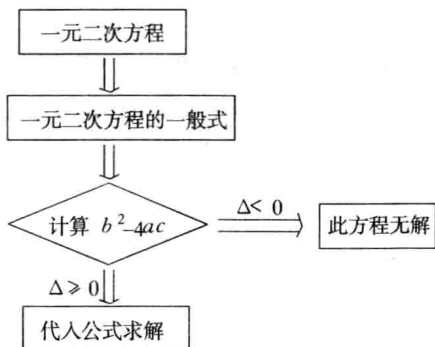
配方法的实质是将一元二次方程的一般式转化成 $a(x+m)^2 = n$ 的形式后,用直接开平方求解. 配方法体现了将陌生知识化成熟知识求解的转化思想.

配方法的一般解题步骤如下表:

方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$	步骤
① $ax^2 + bx = -c$	移项
② $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$	二次项系数化为1
③ $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ 即 $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	配方 (方程两边同时加上一次项系数一半的平方)
④ $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} (b^2 - 4ac \geq 0)$	直接开平方
$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	得出方程的根

4. 一元二次方程的求根公式

一元二次方程的求根公式是解一元二次方程的万能公式. 只须弄清要解方程的二次项系数、一次项系数和常数项, 并将它们代入公式即可求出方程的解. 其一般思路是:



用一元二次方程求根公式时须注意: ①一定要将方程化成一般式后再求 Δ . ②若一般式缺一次项(或常数项), 则一次项系数为 0(或常数项为 0).

5. 因式分解法

当一元二次方程的一边是 0, 而另一边易分解成两个一次因式的积的形式时, 用因式分解法来解较为简便. 因式分解法是解一元二次方程的特殊方法, 简单、灵活, 但不具一般性.

典型例析

【基础题】

1. 指出下列方程中的一元二次方程, 并指出一元二次方程的二次项系数和常数项.

(1) $x^2 - \frac{1}{2x} = 3$; (2) $2x^2 - \sqrt{3}x = 2$; (3) $ax^2 + bx + c = 0$;

(4) $y^2 = 0$; (5) $(t+1)(t-1) = t^2 - 2t$;

(6) $2kx^2 - (k+1)x + k - 5 = 0$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$);

(7) $x^2 + px + q$ (p, q 是常数).

解答示范 该题中的一元二次方程有: $2x^2 - \sqrt{3}x = 2$, $y^2 = 0$, $2kx^2 - (k+1)x + k - 5 = 0$ (k 为常数, 且 $k \neq 0$). 它们的二次项系数、一次项系数、常数项见下表:

方 程	$2x^2 - \sqrt{3}x = 2$	$y^2 = 0$	$2kx^2 - (k+1)x + k - 5 = 0$
一般形式	$2x^2 - \sqrt{3}x - 2 = 0$	$y^2 + 0y + 0 = 0$	$2kx^2 - (k+1)x + (k-5) = 0$
二次项系数	2	1	$2k$
一次项系数	$-\sqrt{3}$	0	$-k-1$
常数项	-2	0	$k-5$

特别提示 在识别一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项时,应先将方程化成一般形式,同时注意“项”与“项的系数”的区别.无论是项,还是项的系数,都应连同符号.

2. 解下列方程:

$$(1) 3x^2 + 2 = 0; \quad (2) 2(x-3)^2 - 4\frac{1}{2} = 0; \quad (3) 9(2x-1)^2 = 4(x+4)^2.$$

解答示范 (1) 移项得 $3x^2 = -2$. $\because$ 不论 x 取何值都有 $3x^2 \geq 0$, $\therefore$ 此方程无解.

$$(2) \text{原方程可化为 } (x-3)^2 = \frac{9}{4}, \text{ 直接开平方得 } x-3 = \frac{3}{2} \text{ 或 } x-3 = -\frac{3}{2},$$

$$\text{解得 } x_1 = 4\frac{1}{2}, x_2 = 1\frac{1}{2}.$$

$$(3) \text{原方程可化为 } [3(2x-1)]^2 = 4(x+4)^2,$$

$$\therefore 3(2x-1) = \pm \sqrt{4(x+4)^2},$$

$$\therefore 3(2x-1) = 2(x+4) \text{ 或 } 3(2x-1) = -2(x+4),$$

$$\therefore x_1 = \frac{11}{4}, x_2 = -\frac{5}{8}.$$

3. 用配方法解方程 $4x^2 - 5 = 4x$.

解答示范 解法一: 移项得 $4x^2 - 4x = 5$,

$$\text{方程两边同除以 4 得 } x^2 - x = \frac{5}{4},$$

$$\text{配方得 } x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}, \text{ 即 } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2},$$

$$\text{解得 } x - \frac{1}{2} = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}, \text{ 即 } x_1 = \frac{1+\sqrt{6}}{2}, x_2 = \frac{1-\sqrt{6}}{2}.$$

解法二: 移项得 $4x^2 - 4x = 5$,

$$\text{配方得 } 4x^2 - 4x + 1 = 6, \text{ 即 } (2x-1)^2 = 6,$$

$$\text{解得 } 2x-1 = \pm \sqrt{6},$$

$$\text{即 } x_1 = \frac{\sqrt{6}+1}{2}, x_2 = \frac{-\sqrt{6}+1}{2}.$$

4. 用公式法解下列方程:

$$(1) x^2 + 2x + 4 = 0; \quad (2) x^2 - 4x - 5 = 0;$$

$$(3) 3y^2 = 1; \quad (4) 2t^2 + t = 0;$$

$$(5) 5x^2 - 3 = 3x; \quad (6) (x-3)^2 + 7 - x = 2(x+1).$$

解答示范 (1) 此方程中 $a=1, b=2, c=4$,

$$\therefore \Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 4 < 0, \therefore \text{此方程无实数根}.$$

(2) 此方程中 $a=1, b=-4, c=-5$,

$$\therefore \Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 36,$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2 \times 1} = \frac{4 \pm 6}{2}, \therefore x_1 = 5, x_2 = -1.$$

(3)原方程可化为 $3y^2 - 1 = 0$, 则 $a = 3, b = 0, c = -1$,

$$\therefore \Delta = 0^2 - 4 \times 3 \times (-1) = 12, \therefore y = \frac{0 \pm \sqrt{12}}{2 \times 3} = \frac{\pm 2\sqrt{3}}{6},$$

$$\therefore y_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}, y_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(4)此方程中 $a = 2, b = 1, c = 0$,

$$\therefore \Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times 0 = 1,$$

$$\therefore t = \frac{-1 \pm \sqrt{1}}{2 \times 2} = \frac{-1 \pm 1}{4},$$

$$\therefore t_1 = 0, t_2 = -\frac{1}{2}.$$

(5)原方程可化为 $5x^2 - 3x - 3 = 0$, 则 $a = 5, b = -3, c = -3$,

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times 5 \times (-3) = 69,$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{10}, \therefore x_1 = \frac{3 + \sqrt{69}}{10}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{69}}{10}.$$

(6)原方程可化为 $x^2 - 9x + 14 = 0$, 则 $a = 1, b = -9, c = 14$,

$$\therefore \Delta = (-9)^2 - 4 \times 1 \times 14 = 25,$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{9 \pm 5}{2}, \therefore x_1 = 7, x_2 = 2.$$

5. 用因式分解法解下列方程:

(1) $5x^2 + 15x = 0$;

(2) $3(y-4) = \sqrt{3}(4-y)^2$;

(3) $(x+2)^2 = (2x+1)^2$;

(4) $(2x+1)^2 - 10(2x+1) + 16 = 0$;

(5) $2(x+1)^2 + 3(x+1)(x-2) + (x-2)^2 = 0$.

思路剖析 两数积为0, 则其中至少有一个数是0. 只要能将二元一次方程化为两个一次因式积为0的形式, 也就将原方程化成了两个一元一次方程.

解答示范 (1) 提公因式得 $5x(x+3) = 0$, $\therefore x = 0$ 或 $x+3 = 0$, $\therefore x_1 = 0, x_2 = -3$.

(2) 移项得 $3(y-4) - \sqrt{3}(y-4)^2 = 0$,

提公因式得 $(y-4)[3 - \sqrt{3}(y-4)] = 0$,

$\therefore y-4 = 0$ 或 $3 - \sqrt{3}(y-4) = 0$,

$\therefore y_1 = 4, y_2 = 4 + \sqrt{3}$.

(3) 移项得 $(x+2)^2 - (2x+1)^2 = 0$,

运用平方差公式得 $[(x+2) + (2x+1)][(x+2) - (2x+1)] = 0$,

即 $(3x+3)(1-x) = 0$,

$\therefore 3x+3 = 0$ 或 $1-x = 0$,

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 1.$$

$$(4) \text{ 运用十字相乘法得 } [(2x+1)-2][(2x+1)-8]=0,$$

$$\therefore 2x-1=0 \text{ 或 } 2x-7=0, \therefore x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{7}{2}.$$

$$(5) \text{ 运用十字相乘法得 } [2(x+1)+(x-2)][(x+1)+(x-2)]=0,$$

$$\text{即 } 3x(2x-1)=0,$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = \frac{1}{2}.$$

【提高题】

6. 用三种不同的方法解方程 $2(x^2-2)=7x$.

思路剖析 先将原方程化成一般形式, 即 $2x^2-7x-4=0$, 然后选用不同的方法, 依据本题的特点, 可选用因式分解法、配方法、公式法.

解答示范 解法一:(配方法)

$$\text{原方程整理得 } 2x^2-7x-4=0,$$

$$x^2-\frac{7}{2}x=2,$$

$$x^2-\frac{7}{2}x+\left(\frac{7}{4}\right)^2=2+\left(\frac{7}{4}\right)^2,$$

$$\left(x-\frac{7}{4}\right)^2=\frac{81}{16},$$

$$\therefore x-\frac{7}{4}=\pm\frac{9}{4},$$

$$\therefore x_1=4, x_2=-\frac{1}{2}.$$

解法二:(因式分解法)

$$\text{原方程整理得 } 2x^2-7x-4=0,$$

$$(x-4)(2x+1)=0,$$

$$\therefore x-4=0 \text{ 或 } 2x+1=0,$$

$$\therefore x_1=4, x_2=-\frac{1}{2}.$$

解法三:(公式法)

$$\text{原方程整理得 } 2x^2-7x-4=0,$$

$$\Delta=(-7)^2-4\times 2\times (-4)=81,$$

$$\therefore x=\frac{7\pm\sqrt{81}}{2\times 2}=\frac{7\pm 9}{4},$$

$$\therefore x_1=4, x_2=-\frac{1}{2}.$$

特别提示 解一元二次方程时, 可根据方程的特点灵活选用解法:

① 左边是一个完全平方, 右边是一个非负常数(或完全平方)的方程, 宜用直接开



平方法;

②二次项系数为1,一次项系数为偶数的方程,可用配方法;

③左边易于因式分解,右边为0的一元二次方程,宜用因式分解法;

④系数之间无特殊联系,无法或不宜用上述方法求解的方程,可用求根公式法,运用公式之前要求 $b^2 - 4ac$ 的值,在 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的前提下使用公式.

7. 选用适当的方法解下列方程:

$$(1) x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0; \quad (2) x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0;$$

$$(3) \sqrt{2}x^2 + 4\sqrt{3}x - 2\sqrt{2} = 0; \quad \sqrt{4}(y + 2\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{2}y.$$

解答示范 (1) 将方程左边因式分解得 $(x - \sqrt{2})(x - \sqrt{3}) = 0$,

$$\therefore x_1 = \sqrt{2}, x_2 = \sqrt{3}.$$

(2) 原方程可变形为 $x^2 - 2\sqrt{3}x + (\sqrt{3})^2 = 0$, 即 $(x - \sqrt{3})^2 = 0$,

$$\therefore x_1 = x_2 = \sqrt{3}.$$

(3) 此方程中 $a = \sqrt{2}, b = 4\sqrt{3}, c = -2\sqrt{2}$,

$$\therefore \Delta = (4\sqrt{3})^2 - 4 \times \sqrt{2} \times (-2\sqrt{2}) = 64 > 0,$$

$$\therefore x = \frac{-4\sqrt{3} \pm 8}{2\sqrt{2}},$$

$$\therefore x_1 = -\sqrt{6} - 2\sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{6} + 2\sqrt{2}.$$

(4) 原方程可化简为 $y^2 + 4\sqrt{2}y + 8 = 8\sqrt{2}y$, 即 $y^2 - 4\sqrt{2}y + 8 = 0$,

$$\therefore (y - 2\sqrt{2})^2 = 0,$$

$$\therefore y_1 = y_2 = 2\sqrt{2}.$$

特别提示 一元二次方程的四种解法,各具特色.为简便起见,一般先考虑用因式分解法,再考虑用直接开平方法,最后考虑用配方法或公式法.

8. 解下列关于 x 的方程:

$$(1) x^2 + 2ax + a^2 - b^2 = 0;$$

$$(2) x^2 - 2(a - b)x + b^2 = 2ab;$$

$$(3) mn x^2 - (m^2 + n^2)x + mn = 0;$$

$$(4) (m - 1)x^2 + 2mx + m + 3 = 0 \left(m \leq \frac{3}{2}, \text{ 且 } m \neq -1 \right).$$

思路剖析 字母系数的一元二次方程的解法等同于数字系数的一元二次方程的解法,通常采用的是因式分解法与公式法.

解答示范 (1) 原方程可化为 $x^2 + 2ax + (a + b)(a - b) = 0$,

$$\therefore [x + (a + b)][x + (a - b)] = 0,$$

$$\therefore x + (a + b) = 0 \text{ 或 } x + (a - b) = 0,$$

$$\therefore x_1 = -a - b, x_2 = -a + b.$$

本题也可化为 $(x+a)^2 = b^2$, 即 $x+a=b$ 或 $x+a=-b$,

解得 $x_1 = -a+b, x_2 = -a-b$.

(2) 原方程可化为 $x^2 - 2(a-b)x + b(b-2a) = 0$,

$\therefore (x+b)[x+(b-2a)] = 0$,

$\therefore x+b=0$ 或 $x+(b-2a)=0$,

$\therefore x_1 = -b, x_2 = 2a-b$.

(3) 将方程左边因式分解得 $(mx-n)(nx-m) = 0$,

$\therefore mx-n=0$ 或 $nx-m=0$,

$\therefore x_1 = \frac{n}{m}, x_2 = \frac{m}{n}$.

(4) 该方程的 $\Delta = (2m)^2 - 4(m-1)(m+3) = -8m+12$.

$\therefore m \leq \frac{3}{2}, \therefore \Delta \geq 0$,

$\therefore x = \frac{-2m \pm \sqrt{-8m+12}}{2(m-1)}$,

$\therefore x_1 = \frac{-m + \sqrt{-2m+3}}{m-1}, x_2 = \frac{-m - \sqrt{-2m+3}}{m-1}$.

特别提示 ①解字母系数的方程一定要分清作为未知数的字母与代表着常数的字母.

②因字母系数方程较烦琐,故只有因式分解法不能用时才使用公式法.

9. 证明: 不论 x 取何实数, $-2x^2+4x-5$ 的值恒为负.

解答示范 $-2x^2+4x-5 = -2(x^2-2x+1)-3 = -2(x-1)^2-3$.

$\therefore$ 不论 x 取何实数都有 $(x-1)^2 \geq 0$,

$\therefore -2(x-1)^2-3 < 0, \therefore$ 原命题成立.

特别提示 说明一代数式值恒为正(或恒为负)的常用方法是配方法. 配方法是初中代数中应用十分广泛的一种恒等变形, 务必熟练掌握.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2a+1)x + a^2 + a = 0$ 的两个实根中, 只有一个根大于 5, 求 a 的取值范围.

思路剖析 “只有一个根大于 5” 的含义是: 此方程须有两个实数根, 其中大根大于 5, 小根小于 5.

解答示范 $x^2 - (2a+1)x + a(a+1) = 0$,

$(x-a)[x-(a+1)] = 0$,

$\therefore x_1 = a, x_2 = a+1$.

$\therefore a+1$ 恒大于 $a, \therefore$ 由题意知 $\begin{cases} a+1 > 5, \\ a < 5, \end{cases}$

$\therefore 4 < a < 5$.

特别提示 解字母系数方程的综合题时, 选择恰当的方法解方程是关键.

81. 当 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 时, 求代数式 $\frac{x^2}{x-1} - \left(1 + \frac{1}{x^2-x}\right)$ 的值.

思路剖析 若直接解方程求 x , 再将 x 值代入代数式求值, 则计算量太多. 可结合代数式化简结果的特点, 设法避开烦琐的计算.

解答示范

$$\begin{aligned}\frac{x^2}{x-1} - \left(1 + \frac{1}{x^2-x}\right) &= \frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2-x+1}{x^2-x} \\ &= \frac{x^3-x^2+x-1}{x(x-1)} = \frac{x^2(x-1)+(x-1)}{x(x-1)} = \frac{(x^2+1)(x-1)}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2+1}{x}.\end{aligned}$$

$$\because x^2 - 4x + 1 = 0, \therefore x^2 + 1 = 4x, \therefore \text{原式} = \frac{x^2+1}{x} = \frac{4x}{x} = 4.$$

特别提示 本解法中, 将 $x^2 + 1$ 看成一个整体, 用 $4x$ 代入化简, 非常简便. 这是求值中整体思想与方程解法中降次思想的集中体现.

能力测试

一、选择题.

1. 在下列方程中, 一定是关于 x 的一元二次方程的是().

A. $ax^2 + bx + c = 0$

B. $k^2x + 5k + 6 = 0$

C. $\frac{1}{3x^2} - \sqrt{2}x - 2 = 0$

D. $(m^2 + 1)x^2 + \sqrt{3}x - 2 = 0$

2. 若 $Px^2 - 3x + P^2 - P = 0$ 是关于 x 的一元二次方程, 则().

A. $P \neq 1$

B. $P \neq 0$ 且 $P \neq 1$

C. $P \neq 0$

D. P 为任意实数

3. 一元二次方程 $x(x-5) = 0$ 的两个根是().

A. $x_1 = 0, x_2 = 0$

B. $x_1 = 5, x_2 = 5$

C. $x_1 = 0, x_2 = -5$

D. $x_1 = 0, x_2 = 5$

4. 方程 $2x(x-4) = 5(x-4)$ 的根是().

A. $x_1 = \frac{5}{2}, x_2 = 4$

B. $x_1 = \frac{2}{5}, x_2 = 4$

C. $x = \frac{5}{2}$

D. $x = 4$

5. 设 a 是一元二次方程 $x^2 + 5x = 0$ 较大的一根, b 是 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 较小的一根, 则 $a + b$ 等于().

A. -4

B. -3

C. 1

D. 2

6. 若 α 是锐角, 且 $\sin \alpha$ 是方程 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 的一个根, 则 $\cos \alpha$ 等于().

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $\frac{1}{2}$

7. 解方程 $2(5x-1)^2=3(5x-1)$ 的最适当方法是().

- A. 直接开平方法
B. 配方法
C. 因式分解法
D. 公式法

8. 若分式 $\frac{x^2-7x-8}{|x|-1}$ 的值为 0, 则 x 的值是().

- A. 1
B. -8
C. -1 或 8
D. 8

9. 已知 $3x^2-xy-2y^2=0$, 即 $\frac{x}{y}$ 的值是().

- A. 1 或 $\frac{2}{3}$
B. 1 或 $-\frac{2}{3}$
C. 1 或 $-\frac{3}{2}$
D. 以上都不对

二、填空题.

1. 将方程 $2(x+2)+6=3x(x-1)$ 化成一般式是 _____, 其中二次项系数是 _____, 一次项是 _____, 常数项是 _____.

2. 下列关于 x 的方程是一元二次方程的有 _____.

$$x^2=0; \quad 4x^2=3(x-2); \quad -\frac{\sqrt{2}}{3}x^2+\frac{1}{3}x=\sqrt{7};$$

$$\frac{1}{2x^2+1}=x; \quad 3(x+1)(x-2)=2+3x^2.$$

3. 将方程 $x^2-6x-3=0$ 用配方法化成 $(x+m)^2=n$ ($n \geq 0$) 的形式是 _____, 此方程的根为 _____.

4. 若方程 $3x^2+1=kx^2-4x$ 是一元二次方程, 则 k _____.

5. 已知 $(x+1)^2=4$, 则 $x=$ _____.

6. 已知方程 $x^2+kx-3=0$ 的一个根是 1, 则 $k=$ _____.

7. 方程 $(x-2)^2=(x-2)$ 的根是 _____.

8. 若 $x^2+5x-6=(x+6)(x+m)$, 则 $m=$ _____.

9. 若关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 的两根均为整数, 则 k 的值可以是 _____ (只要写出两个)

10. 若 2 是关于 x 的方程 $x^2-(3+k)x+12=0$ 的一个根, 则以 2 为底边, k 为两边的等腰三角形的周长为 _____.

11. 已知三角形的两边长分别为 1 和 2, 第三边长是方程 $2x^2-5x+3=0$ 的根, 则此三角形的周长是 _____.

三、解答题.

1. 已知关于 x 的方程 $(k+1)x^{k^2+1}+(2k-1)x-(k+3)=0$, 问:

(1) k 为何值时, 此方程是一元一次方程? 求出这个一元一次方程的根.

(2) k 为何值时, 此方程是一元二次方程? 指出这个一元二次方程的二次项系数、一次项系数和常数项.

2. 用直接开平方法解下列方程:

(1) $\frac{1}{2}(3x-5)^2=12$;

(2) $(x+a)(x-a)=a^2$.

3. 用配方法解下列方程:

(1) $x^2+6x-7=0$;

(2) $2x^2+5x+2=0$;

(3) $x^2-2\sqrt{2}x-2=0$;

(4) $4x^2-12x+3=0$.

4. 用配方法求代数式 $\frac{1}{2}x^2-\sqrt{2}x+2$ 的最小值.

5. 用公式法解方程:

(1) $3x^2+5x-2=0$;

(2) $\frac{5}{3}y^2-2y-1=0$;

(3) $x^2+2x-1=0$.

6. 用因式分解法解下列方程:

(1) $15y^2-7y-2=0$;

(2) $(3t-1)=2(3t-1)^2$;

(3) $2x^2+(\sqrt{3}-4)x-2\sqrt{3}=0$;

(4) $4(x+5)^2+2(x+5)+\frac{1}{4}=0$.

7. 选用适当的方法解方程:

(1) $x^2+12x+27=0$;

(2) $(y-2)^2=3$;

(3) $(3-t)^2+t^2=9$;

(4) $x^2-3x-2=0$;

(5) $(y+1)(y-1)=2\sqrt{2}y$;

(6) $3x(x-1)=2-2x$.

8. 解关于 x 的方程:

(1) $5m^2x^2-17mx+14=0$ ($m \neq 0$);

(2) $abx^2+(a^2+b^2)x+ab=0$ ($ab \neq 0$);

(3) $x^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})ax+\sqrt{6}a^2=0$;

(4) $(m^2-n^2)(x^2-1)=4mnx$;

(5) $x^2-2mx+m^2-2=0$.

9. 已知 $3x^2+4x-7=0$, 试求多项式 $6x^4+11x^3-7x^2-3x-7$ 的值.10. x 为何值时, $2x^2+7x-1$ 的值与 x^2-19 的值互为相反数.11. 已知关于 x 的方程 $x(x-k)=2-k$ 的一个根是 2, 求方程 $2y(2k-y)=1$ 的实数根.

参考答案

一、选择题.

1.D 2.C 3.D 4.A 5.C 6.C 7.C 8.D 9.B

二、填空题.

1. $3x^2-5x-10=0$ 3 -5x -10

2. $x^2=0, 4x^2=3(x-2), -\frac{\sqrt{2}}{3}x^2+\frac{1}{3}x=\sqrt{7}$

$$3. (x-3)^2=12 \quad x_1=3+2\sqrt{3}, x_2=3-2\sqrt{3}$$

$$4. \neq 3 \quad 5. 1 \text{ 或 } -3 \quad 6. 2$$

$$7. x_1=2, x_2=3 \quad 8. -1 \quad 9. 2 \text{ 或 } 0 \quad 10. 12 \quad 11. 4.5$$

三、解答题.

$$1. (1) \text{ 当 } k=-1 \text{ 时, 方程为一元一次方程, 它的根为 } x=-\frac{2}{3}.$$

$$(2) \text{ 当 } k=1 \text{ 时方程为一元二次方程, 二次项系数为 } 2, \text{ 一次项系数为 } 1, \text{ 常数项为 } -4.$$

$$2. (1) x_1=\frac{5+2\sqrt{6}}{3}, x_2=\frac{5-2\sqrt{6}}{3} \quad (2) x_1=\sqrt{2}a, x_2=-\sqrt{2}a$$

$$3. (1) x_1=1, x_2=-7 \quad (2) x_1=-\frac{1}{2}, x_2=-2 \quad (3) x_1=\sqrt{2}+2, x_2=\sqrt{2}-2$$

$$(4) x_1=\frac{3+\sqrt{6}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{6}}{2}$$

4. 最小值为 2.

$$5. (1) x_1=-2, x_2=\frac{1}{3} \quad (2) y_1=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\sqrt{6}, y_2=\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\sqrt{6}$$

$$(3) x_1=\sqrt{2}-1, x_2=-\sqrt{2}-1$$

$$6. y_1=\frac{2}{3}, y_2=-\frac{1}{5} \quad (2) t_1=\frac{1}{3}, t_2=\frac{1}{2} \quad (3) x_1=2, x_2=-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) x=-\frac{21}{4}$$

$$7. (1) x_1=-3, x_2=-9 \quad (2) y_1=2+\sqrt{3}, y_2=2-\sqrt{3} \quad (3) t_1=0, t_2=3$$

$$(4) x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}, x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2} \quad (5) y_1=\sqrt{2}+\sqrt{3}, y_2=\sqrt{2}-\sqrt{3}$$

$$(6) x_1=1, x_2=-\frac{2}{3}$$

$$8. (1) x_1=\frac{7}{5m}, x_2=\frac{2}{m} \quad (2) x_1=-\frac{b}{a}, x_2=-\frac{a}{b} \quad (3) x_1=\sqrt{2}a, x_2=\sqrt{3}a$$

$$(4) x_1=-\frac{m-n}{m+n}, x_2=\frac{m+n}{m-n} \quad (5) x_1=m+\sqrt{2}, x_2=m-\sqrt{2}$$

$$9. 0 \text{ 或 } \frac{49}{3}$$

$$10. \text{ 当 } x=-4 \text{ 或 } \frac{5}{3} \text{ 时, } 2x^2+7x-1 \text{ 的值与 } x^2-19 \text{ 的值互为相反数.}$$

$$11. \text{ 实数根为 } y_1=2+\frac{1}{2}\sqrt{14}, y_2=2-\frac{1}{2}\sqrt{14}.$$

知识链接

学会分类

数学思想方法是数学的灵魂. 分类讨论是数学思想方法中一个重要的组成部分. 所谓分类, 就是把研究对象的全体按统一的标准不重、不漏划分后进行研究的思想方法. 分类逻辑性较强, 在解题中要通盘考虑, 方可避免失误.