

初中代数

下册

民國十九年出版

初級中學學生用

初中代數

下 冊

— 編 著 者 —

薛 濤 於

— 校 訂 者 —

龔 昂 雲 金 鍾 尹 楊 哲 明

上海世界書局印行

中華民國十九年三月初版

初級中學
教科書
初中代數(全二冊)

(下冊定價銀九角)

(外埠酌加郵費匯費)

編輯者 薛 漆 舫

校訂者 龔 昂 雲 明

龔 金 楊 通 哲

發行兼
印刷者
上海
世界
大連
書局

發行所
上海
四馬路
世界書局



本 冊 提 要

讀者諸君：

在沒有開卷以前，編者謹先以十二分誠意，祝諸君因過去的努力，對於代數學的基本理論和應用，得有相當的成功。現在要繼續以前的學程，對於代數學作一比較完全的研究。但編者仍可在這裏聲明：就是編輯本冊時，也曾用很大的努力，以期諸君能從很大的興趣中得到很大的效果。故本書的編制體例，仍和上冊相同，——處處為減少學習上的困難着想。至於本冊裏面的教材，實際上也都是基本的知識，為學習初等代數學的所不可不知。例如

第八編裏的二次方程式一般的解

法及根的性質;

第九編裏的比及比例的性質和應用;

第十編裏的級數的性質和計算

第十一編裏的順列組合和二項式定理;

第十二編裏的指數定律和餘數定理;

第十三編裏的對數的性質和應用;

第十四編裏的函數和圖解。

以上各編學者都宜以極大的努力,建設這整個的代數學的基本智識,因為代數學是高深算學的基礎,在學習時候,倘能築好充實的基礎,將來研究高深學術時,便能游刃有餘,決無困難發生了編者謹再以十二分誠意,祝諸君成功!

編者。

那 披 爾



JOHN NAPIER

那披爾是英國貴族,自幼喜歡研究算學,尤致力於簡捷計算的方法;曾費極長時間研究乘除的簡法,公元一六一四年所著對數的理論及對數表一書發表,就是他多年研究的結晶。那披爾生於公元一五五〇年,發表對數一書後隔三年(1617)便死,但他在算學上的供獻,真偉大呢!

初中代數學

下 冊 目 次

第八編 二次方程式

第一章 一元二次方程式1

(101) 一元二次方程式的例 (102) 方程式的整理 (103) 二次方程式的解法 (1) (104) 二次方程式的解法 (2) (105) 解二次方程式的公式 (106) 用公式解二次方程式法 (107) 特別的情形 (108) 應用問題

第二章 一元二次方程式的性質 ... 30

(109) 根與係數的關係 (110) 二次式的因數分解 (111) 應用 (112) 虛數 (113) 根的虛實判別法 (114) 根的符號判別法 (115) 應用問題

第三章 一元高次方程式.....50

(116) 二次以上的一元方程式 (117) 因數分

解的應用 (118) 用含未知數式除方程式兩邊

第四章 聯立二次方程式……………57

(119) 一次與二次的聯立方程式 (120) 未知項都是二次的聯立方程式 (121) 聯立方程式的特別解法 (122) $a + \sqrt{b}$ 形式的平方根 (123) 應用問題

第五章 含根式的方程式……………78

(124) 含平方根方程式的例 (125) 方程式兩邊的平方 (126) 應用問題

第九編 比及比例

第一章 比與比例式……………91

(127) 比的定義 (128) 逆比 (129) 複比 (130) 比例式 (131) 比例的性質 (132) 比例式的變化 (133) 比例中項, 第三比例項 (134) 互比例的二組數 (135) 應用 (136) 混合的問題

第二章 量的比……………112

(137) 量的數值公度 (138) 沒有公度的二量

(139) 二量的比 (140) 量的比與數的比

第三章 變量117

(141) 互比例量 (142) 正變 (143) 逆變

(144) 複變

第十編 級數

第一章 等差級數133

(145) 等差級數 (146) 等差級數的和 (147)

等差中項

第二章 等比級數144

(148) 等比級數 (149) 等比級數的和 (150)

等比中項 (151) 無限等比級數

第三第 調和級數154

(152) 調和級數 (153) 調和中項 (154) 等差

級數等比級數與調和級數的關係 (155) 演

算級數的法則

第十一編

順列組合與二項式定理

第一章 順列167

(156) 順列 (157) 求順列數的方法

第二章 組合172

(158) 組合 (159) 組合數與順列數的關係

(160) 組合的公式

第三章 二項式定理177

(161) 二項式定理 (162) 求 $(a+b)^n$ 的展開式

(163) 普通項 (164) 應用

第十二編 雜定理

第一章 指數定理189

(165) 指數的定律 (166) 分數指數的意義

(167) 指數是 0 或負數時的意義 (168) 指數

的幕的計算 (169) 應用

第二章 餘數定理198

(170) 餘數定理 (171) 因數定理 (172) 餘數定理的應用

第十三編 對數

第一章 對數的性質.....209

(173) 對數的意義 (174) 積的對數 (175) 商的對數 (176) 逆數的對數 (177) 冪及方根的對數

第二章 對數的應用.....216

(178) 常用對數 (179) 指標及假數 (180) 大於 1 的數的指標 (181) 小於 1 的數的指標 (182) 數數表和用表法大概 (183) 從真數求假數法 (184) 比例差的原理 (185) 從對數求真數法 (186) 對數的應用

第十四編 圖解

第一章 函數231

(187) 常數與變數 (188) 自變數與應變數 (189) 函數 (190) 坐標 (191) 定點法 (192)

應用

第二章 圖解242

- (193) 函數的圖形 (194) 一次函數的圖形
(195) 一元一次方程式的圖解 (196) 二元一次方程式的圖解 (197) 聯立一次方程式的圖解 (198) 二次函數的圖形 (199) 一元二次方程式的圖解 (200) 聯立二次方程式
(101) 圖解的運用 (202) 統計圖表

附對數表

補習問題下

初中代數學

下 冊

第八編 二次方程式

第一章 一元二次方程式

101. 一元二次方程式的例 整理含一個未知數的方程式,未知數集於一邊,已知數集於另一邊,如左邊是 x 的二次整式時,這方程式叫做一元二次方程式 (Quadratic Equation with one variable).

例如:

$$x^2 = 9;$$

$$5x^2 = 3;$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0;$$

$$(3x - 1)(2 - x) = 2 - 3(x - 1)$$

等,都是一元二次方程式.

整理一元二次方程式時,可用下列

形式的方程式:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

a, b, c 都是已知數,在方程式中叫做係數 (或稱方程式的係數). 又 ax^2 是二次項, bx 是一次項, c 是已知項.

例一. 解 $x^2 = 9$.

上式求什麼數的平方是 9; 這數有二個,即 3 及 -3.

故 $x = +3$, 或 $= -3$; 簡寫做 $x = \pm 3$.

3 及 -3 以外,不再有適合這方程式的數. 因為無論正數或負數,他的絕對值比 3 大的平方,一定比 9 大,他的絕對值比 3 小的平方,一定比 9 小.

例二. 解 $5x^2 = 3$.

兩邊同用 5 除,得 $x^2 = \frac{3}{5}$;

與例一同,得 $x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}}$.

例三. 解 $(2x - 7)^2 = 9$.

$$2x - 7 = 3, \text{ 或 } 2x - 7 = -3;$$

因此 $x = 5$, 或 $x = 2$.

例四. 解 $x^2 + 2x - 35 = 0$.

移已知項於右邊,得

$$x^2 + 2x = 35,$$

兩邊都加 1, 使左邊成平方式,得

$$(x^2 + 2x + 1) = 36,$$

即 $(x + 1)^2 = 6^2$,

$$x + 1 = \pm 6;$$

因此 $x = 5$, 或 $x = -7$.

例五. 解 $(3x - 1)(2 - x) = 2 - 3(x - 1)$.

先去括弧再整理,得

$$3x^2 - 10x = -7,$$

因為要使左邊變成平方式,先把二次項的係數 3 除兩邊得

$$x^2 - \frac{10x}{3} = -\frac{7}{3},$$

即 $x^2 - 2\left(\frac{5}{3}\right)x = -\frac{7}{3}.$

再於兩邊各加一次項係數的 $\frac{1}{2}$ 的平方 $\left(\frac{5}{3}\right)^2$ ，得

$$x^2 - 2\left(\frac{5}{3}\right)x + \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

即 $\left(x - \frac{5}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$

$$x - \frac{5}{3} = \pm \frac{2}{3};$$

故 $x = \frac{5 \pm 2}{3},$

即 $x = \frac{7}{3}, \text{ 或 } x = 1.$

習題七十五

解下列方程式：

1. $x^2 = 10x - 21.$

2. $3(x-7)^2 = 243$

3. $3x^2 - 17 = 8 - x^2.$

4. $\frac{2}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{6}.$