

符合性审计

抽样方式及抽样规模

FUHEXING SHENJI

CHOUYANG FANGSHI JI CHOUYANG GUIMO

耿修林 著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

符合性审计抽样方式 及抽样规模

耿修林 著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

本书运用概率统计的基本原理,结合符合性审计抽样的特征,对符合性审计随机抽样中的抽样规模问题进行了介绍。主要内容包括:抽样规模确定的一般性原理,常用抽样组织方式下的抽样水平计算,符合性审计抽样规模查对表等。

本书可作为相关专业的课外学习材料,也可供实际工作者参考。

图书在版编目(CIP)数据

符合性审计抽样方式及抽样规模 / 耿修林著. -- 北京:北京邮电大学出版社, 2013.12
ISBN 978-7-5635-3783-9

I. ①符… II. ①耿… III. ①审计—抽样调查 IV. ①F239.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 283600 号

书 名: 符合性审计抽样方式及抽样规模
著作责任者: 耿修林
责任编辑: 彭 楠
出版发行: 北京邮电大学出版社
社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)
发 行 部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578
E-mail: publish@bupt.edu.cn
经 销: 各地新华书店
印 刷: 北京鑫丰华彩印有限公司
开 本: 720 mm×1 000 mm 1/16
印 张: 15.75
字 数: 315 千字
版 次: 2013 年 12 月第 1 版 2013 年 12 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-3783-9

定 价: 39.80 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前 言

社会经济的发展,审计目的和功能的扩大,对审计活动提出了更高的要求。现代审计业务活动组织方式的一个基本方向,是通过样本测试实施科学的审计推断。利用样本资料开展审计,根据样本确定的特征有随机抽样审计和判断抽样审计。由于随机抽样审计能够排除审计人员偏好的影响,并且不过多依赖于审计人员的专业经验选样,从而得到了更多的关注,构成了抽样审计技术和方法理论研究的重点对象。

运用样本进行审计测试,需要解决与抽样有关的方方面面的问题,如明确审计测试的目的,界定审计对象的构成,厘清抽样单位名录,规定样本检查单位的抽取方式,确定样本观察的水平,以及后续的样本推断分析等。这其中,审计测试的目的、审计范围的界定、抽样框的编制、测试样本的抽取方式,很大程度上需要借助审计人员的从业经验和专业判断来解决,而样本抽取规模或水平更多的是要能结合审计抽样测试的经济效率和样本推断效果的要求,通过计算来给出精确化的结论。

内容结构安排上,本书可分为以下四个部分。

第一部分即第一章绪论。本章简要说明了符合性审计抽样测试的一些基本问题,概括说明了审计抽样研究进程中的特点,陈述了对问题研究的开展过程和所采用的方法。

第二部分由四章构成,分别是第二章、第三章、第四章和第五章,主要介绍了抽样规模确定的一般性原理。从理论上讲,审计抽样测试是统计抽样调查理论在审计活动领域的应用,因此有关统计抽样调查的理论为审计抽样组织模式及其推断分析提供了重要的理论基础。本书的这一部分结合符合性审计测试的主题,对符合性审计抽样测试中可能依据的概率统计及抽样推断分析原理进行了说明。其中,第二章讨论了抽样规模确定的目标和影响因素,第三章着重介绍了样本比例的抽样分布,第四章对总体比例估计时的抽样规模做了说明,第五章讨论了总体比例检验时的抽样水平确定问题。

第三部分由六章组成,分别是第六章、第七章、第八章、第九章、第十章和第十一章,主要针对常用的各类符合性审计抽样组织方式,着重讨论了符合性审计抽样相应组织方式下最优抽样规模的计算问题。

第四部分为编制的符合性审计抽样规模查对表。在第二、三部分讨论的原理基础上,通过模拟计算,编制了符合性审计抽样的抽样水平查对表。

本书所做的工作体现在:系统讨论了符合性审计抽样水平确定的重要影响因素,并借用模拟分析手段逐一考察这些因素与测试样本大小之间的内在关系;在综合考虑影响符合性审计抽样水平相关因素的前提下,从估计精度、概率把握程度、推断损失函数,以及样本推断效果相结合的角度,讨论了符合性审计抽样水平的计算方法;以总成本即检查费用与推断损失之和为目标函数,建立了约束规划模型,并以此对审计抽样中的抽样水平确定问题进行了具体分析,给出了最优抽样规模的计算公式等。

本书的部分内容来自于作者历年发表的一些文章,在成书过程中,参阅了国内外的有关科研成果,在此表示深深的感谢。尽管个人做了很多努力,但不妥乃至错误在所难免,敬请批评指教。

作 者

目 录

第一章 绪论	1
第一节 符合性审计与抽样	1
第二节 研究回顾与文献评述	2
第三节 研究过程与方法	3
第四节 章节安排	6
第二章 抽样规模确定的目标及影响因素	8
第一节 基本概念	8
第二节 抽样规模确定的目标	11
第三节 抽样规模的影响因素分析	15
第三章 样本统计量的抽样分布	20
第一节 参数与统计量	20
第二节 抽样分布	21
第三节 样本比例的抽样分布	28
第四章 总体比例估计的抽样规模	36
第一节 总体比例估计的统计量	36
第二节 势函数规则下总体比例估计的抽样规模	40
第三节 决策规则下总体比例估计的抽样规模	47
第五章 总体比例检验的抽样规模	51
第一节 引言	51
第二节 单总体比例检验的抽样规模	52
第三节 两总体比例检验的抽样规模	59
第四节 多总体比例检验的抽样规模	63

第六章 简单随机抽样时的抽样规模	66
第一节 简单随机抽样原理	66
第二节 简单随机抽样的估计量及抽样误差	69
第三节 简单样本比例推断情形	72
第七章 分层抽样时的抽样规模	75
第一节 分层抽样原理	75
第二节 抽样设计效率与层间样本数目	80
第三节 分层样本推断情形	84
第八章 整群抽样时的抽样规模	88
第一节 整群抽样的原理	88
第二节 运用 deff 确定整群抽样规模	92
第三节 整群样本推断的抽样规模	94
第九章 系统抽样时的抽样规模	97
第一节 系统抽样的意义	97
第二节 系统抽样的估计及抽样误差	99
第三节 系统样本推断的抽样规模	102
第十章 阶段抽样时的抽样规模	105
第一节 阶段抽样的含义及作用	105
第二节 阶段抽样估计及误差	106
第三节 阶段样本推断的抽样规模	109
第十一章 双重抽样时的抽样规模	115
第一节 双重抽样的意义	115
第二节 双重抽样比例估计及方差	116
第三节 双重抽样比例估计的抽样规模	118
附录 A 单总体比例估计抽样规模查对表	125
附录 B 单总体比例检验抽样规模查对表	137
附录 C 两总体比例差估计抽样规模查对表	141
参考文献	240

第一章 绪 论

第一节 符合性审计与抽样

社会经济的发展,审计目的和功能的扩大,对审计活动提出了更高的要求。现代审计业务活动组织方式的一个基本方向,是通过样本测试实施科学的审计推断。在国外,这一工作早在 20 世纪二三十年代起就逐步得到了开展。利用样本检查进行审计,根据样本确定的特征有随机审计抽样和判断审计抽样。由于随机审计抽样能够排除审计人员偏好的影响,并且不过多依赖于审计人员的专业经验,从而得到更多的关注,构成了审计抽样理论和技术方法研究的重点内容。自国家审计署明确提出加强“人、法、技”建设重大决策以来,“人”和“法”的建设需要一个过程,“技”的系统研究和完善应该先行。

符合性审计是为检查被审计对象财务或经营行为,是否符合有关法律法规、经济政策、管理制度、控制标准等进行的一种审计活动。符合性审计抽样有时也被叫做合规性审计抽样或属性审计抽样,与实质性审计抽样相比,这种审计抽样的目的是分析和判断:审计对象总体错误发生比率,被审计单位内部控制制度的执行及其改进情况等。由账簿详细审计到账户余额审计,由对资产负债表审计到同时也对损益表审计,开展这些方面的实质性审计抽样在某种程度上讲仅具有“事后功效”,不易起到跟踪和预防的作用。1998 年,“最高审计机构国际组织”(The International Organization of Supreme Audit Institutions,INTOSAI)第十六届大会建议,审计职能部门应该关注内部控制,督促被审计单位加强内部管理。那么从这个角度看,符合性审计抽样显得更具有现实意义。通过经常性的符合性抽样审计,督促被审计单位纠正和完善内部控制制度的执行,不仅能为审计抽样技术的应用创造条件,也能根据符合性抽样审计的评价结果,确定实质性审计抽样的范围和切入点,最终达到保证审计抽样质量、降低审计抽样推断风险的目的。

运用样本测试,不可避免会产生误差,在随机抽样和非随机抽样(如任意样本检查、重点样本检查、方便样本检查等)中都存在。即使是在随机抽样的场合,出现

误差的原因也不尽相同。符合性审计随机抽样中,导致误差出现的因素可能是随机样本本身造成的,也可能是非抽样原因引起的。非抽样原因引起的误差大多同抽样测试的组织活动和工作质量有关,所以这部分审计误差难以通过改变抽样组织方式和样本测试规模的大小得到解决。故审计抽样问题研究,一般只考虑与随机抽样有关的误差。从抽样技术的科学性要求出发,符合性抽样审计同样需要处理好三个方面的问题:(1)抽样的组织方式,即采用什么样的抽样方式,找到需要测试的随机样本单位,如简单随机抽样、分层抽样、整群抽样等;(2)抽样规模,原因是样本观察过多,会急剧增加审计成本,样本观察过小,容易造成审计样本推断精度和可靠性降低;(3)审计样本的推断,根据样本检查数据,对审计对象全体做出量化的认识。在这些问题中,相对而言审计抽样组织方式及其相应的抽样规模居于基础性地位(Robert H. Prytherch, 1942; Lawrence Vance, 1951; Kenneth W. Stringer, 1972),因为它们可能牵涉“审计责任”问题,有鉴于此,在国外,对某个被审计对象究竟应采用什么样的抽样方式、抽取多少样本单位,有的甚至制订了参考标准或手册作为操作依据。

第二节 研究回顾与文献评述

本质上,抽样审计是统计抽样调查的一般理论方法与审计活动相结合的产物,可看成是统计抽样调查在审计领域的专门化应用。通过抽样方式开展审计活动虽然其历史可以追溯到 20 世纪前半期,但其地位得到正式确立比较晚,并且在相当长的一段时期,抽样审计关注重点主要集中在实质性抽样审计领域。

在国外,抽样审计研究的主要特点是:(1)从怀疑审计抽样到提倡科学的统计抽样经历了审慎的探索过程,从起初的简单任意抽检,到依据从业经验的判断样本测试,直至审计随机抽样地位的确立,前后经过了近半个世纪才完成,作为标志之一,1977 年“最高审计机构国际组织”通过的《利马宣言——审计规则指南》第五章第十三款在对审计方法的说明中明确指出:“由于很难对受审单位的所有活动进行全面审计,往往有必要采用抽样方法,建议按一定的方式开展抽样,抽取的样本测试单位的数目需要保持在合理的水平上,以保证识别管理部门工作的质量和合规性成为可能”;(2)对抽样审计的性质等有关基础性问题的深入研究,不仅排除了人们对统计抽样与审计工作相结合的怀疑,而且提高了审计抽样的理论和实践水平,例如,Lawrence Vance(1951)对抽样测试的规模进行了讨论,Rober K. Ellio、John R. Rogers(1972)讨论了统计抽样与审计目标的关系问题,Kenneth W. Stringer(1972)对“符合性测试和真实性测试”的抽样问题进行了系统的论证,Robert S. Kaplan(1973)对统计抽样和辅助性资料的利用进行了研究,Barry E. Cushing

(1974)探讨了利用统计抽样推断实施内部控制的可行性,James L. Goodfellow、James K. Loebeke、John Nete(1974)对属性抽样和变量抽样做了系统的比较,Dan M. Guy、D. R. Cannichael(2002)阐述了审计抽样的基本原理等;(3)对抽样审计风险进行了深入分析,比较典型的成果有:William R. Kinney(1975)讨论了符合性测试中的风险与效益决策问题,Anthony Steek(1986)对审计风险问题进行了系统的总结研究等;(4)由于贝叶斯统计方法能够把先验信息和后验信息结合起来用于抽样推断,所以近若干年来有关贝叶斯抽样审计的讨论引起不少人的注意,例如,E. Blocher、J. Robertson(1976)详细分析了如何利用贝叶斯方法开展审计分析,M. J. Abdoknohamadd(1986)论述了符合性测试中贝叶斯方法的效果,G. Sharer、R. Srivastan(1990)对贝叶斯方法和信念推断在审计活动中的应用做了对比分析等。

在我国,随着国家《独立审计具体准则第4号——审计抽样》(1996)等文件的颁布,抽样审计的理论研究也随之开展起来。但由于起步晚,加之内部控制制度的建设和实施尚需改善,所以总体上对抽样审计无论是理论研究和实践应用都有待于逐步加强。

保证应有的抽样审计估计精度和检验效率,提高对抽样审计估计结果的概率把握程度,这是从技术方法上对抽样审计提出的根本要求。理论上可以证明抽样审计组织方式得当,相应的抽样观察规模较大时,抽样估计结果的变异程度就小,即抽样估计的精度就高,反之样本估计的精度就低。随着统计决策思想在现代抽样审计中的应用,如何尽可能减小机会损失,也是在确定抽样审计组织方法和抽样规模时必须加以考虑的因素。按照决策论观点,抽样推断就是一个形成决策的过程,决策带来的后悔即机会损失风险,与样本信息不充分有一定的关系,为减小抽样推断的机会损失,需要保证足够数量的测试样本单位。总而言之,抽样审计方案的设计,需要在综合兼顾抽样估计精度、推断结果的把握程度、减小可能产生的机会损失,以及不超过检查费用预算、提高工作效率的前提下,讨论与抽样审计的组织方式相应的抽样规模。

第三节 研究过程与方法

本书围绕以下问题开展讨论:影响符合性抽样审计推断效果主要相关因素有哪些,这些因素是怎样影响着符合性抽样审计的抽样组织方式选择及其与抽样规模之间的关系,以探讨从抽样组织方式与抽样规模角度降低符合性抽样审计风险的可能性和具体途径;对符合性抽样审计的抽样组织方式进行比较,从统计抽样一般原理的角度,能够用于抽样审计的抽样方式很多,如概率抽样中的简单随机抽样、整群抽样、分层抽样、系统(机械)抽样、多阶段抽样、双重(双相、二相)抽样等,

非概率抽样中的任意样本检查、重点样本检查、方便样本检查等,这里不讨论非概率性质的审计抽样组织方式,只着重讨论随机性质的抽样审计类型;系统讨论不同审计抽样组织方式下所需要的既能满足推断效果要求,又能实现抽样审计活动经济性要求的最优抽样规模,并给出相应的抽样规模的计算公式等。

为达到上述研究目的,采取的分析过程概括起来讲是:对概率抽样原理进行叙述性介绍,分析符合性抽样审计各种抽样组织方式的性质特征以及适应的条件和场合;针对相关的抽样组织方式,讨论符合性审计抽样样本统计量的估计形式和估计量的方差;根据抽样推断的估计精度、概率把握程度、推断损失函数、调查费用约束等要求,建立相应的抽样规模确定的决策分析模型,并据此给出具体条件下抽样规模的计算公式;在抽样审计组织方式及其抽样规模计算原理和计算方法的基础上,通过模拟计算编制各种条件下的符合性抽样规模查对表。

具体而言,采取的步骤如下。

第一步,界定研究的问题。符合性抽样审计组织方式及其抽样规模的确定,与符合性测试的研究任务和研究对象紧密相关,不同的研究任务不同的研究对象,需要采用不同的审计抽样组织方式与抽样测试规模,并且在抽样推断时样本统计量抽样分布的导出、模型的构造、假定条件的设立、重要影响因素的筛选等方面,都要求能够体现出一定的差别,因此在对抽样审计组织方式及其抽样规模数学原理的讨论过程中,将根据符合性测试对象及研究任务的性质和特征,对相应的研究问题进行详细的描述和界定。

第二步,针对所研究的具体问题,提出理论分析所必需的假定条件。假定条件的设立,主要是排除不必要的干扰,以利于对问题研究和必要的数学推导过程顺利展开。问题讨论中所采用的假设主要是:测试样本抽取依据随机性原则;推断分析的误差仅限于抽样原因,不考虑检查工作不严肃等产生的系统性失误;抽样规模计算过程中所涉及的总体参数,可以由经验、小样本现场测试或历史资料给出估计;样本单位的测试和检查费用,可以通过线性函数表示等。

第三步,构造必要的符合性抽样审计组织方式下抽样规模确定的分析模型。构造合适的抽样规模的确定模型是基本手段,通过这些模型,可以在推断分析精度要求和既定的推断信度之间建立有机联系,可以将符合性抽样审计抽样规模确定的目标与符合性抽样审计抽样规模确定的影响因素结合起来。

第四步,抽样规模确定模型的求解及性质讨论。在第一、二、三步的基础上,对构造出来的符合性抽样审计组织方式下的抽样规模确定的模型进行求解,以得到抽样规模的理论计算公式。在获得抽样规模确定的计算公式后,还进一步对不同方法下产生的结果进行比较,以明确其应用性质和要求。

第五步,进行模拟运算,给出一定条件下的样本抽取规模的参考“标准”。这一步根据得到的抽样规模计算公式,通过计算编制给定条件下的抽样规模查对表。

研究过程示意如图 1.1 所示。

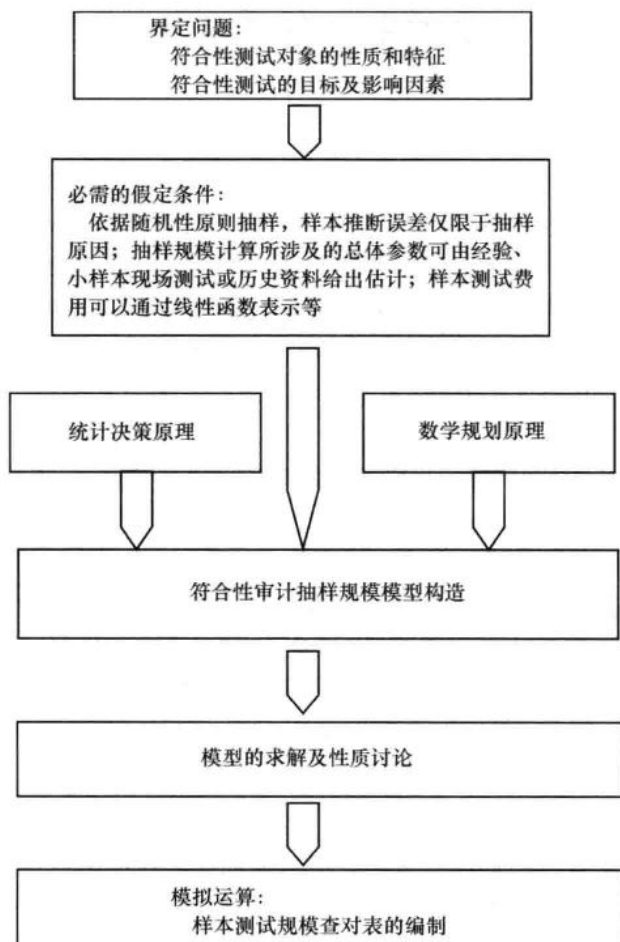


图 1.1 问题讨论的步骤

为了实现上述目标，拟采用研究方法包括定量分析法、综合分析法、模拟计算法。

第一，定量分析法。对相关问题的讨论，以定量分析为主，适当辅之以定性讨论。抽样规模确定的价值所在是要能给出抽样水平的计算方法，因此我们不仅从一般层面上讨论抽样规模确定的描述性分析原理和模型，而且针对相应的对象给出具体的解析性质的计算公式。

第二，综合分析法。根据问题讨论的需要，综合使用概率统计、数学规划、决策分析等知识，共同服务于问题的研究。

第三，模拟计算法。根据得出的抽样规模的计算公式，借助模拟手段编制出不同情形下的抽样水平查对表。

第四节 章节安排

本书共由 11 章组成。

第一章绪论。本章简要说明了符合性审计抽样测试的一些基本问题,概括说明了审计抽样研究进程中的特点,陈述了本书的目标和研究过程。

第二章抽样规模确定的目标及影响因素。本章首先介绍了几个基本概念,讨论了抽样规模确定的要求,对影响抽样规模的相关因素做了说明。

第三章样本统计量的抽样分布。依据样本测试资料对总体情况进行判断,需要了解样本统计量的性质和特征,本章从概率统计一般原理角度,介绍了样本统计量的抽样分布。

第四章总体比例估计的抽样规模。在符合性审计抽样中,比例是唯一关注的参数,本章分别势函数规则和决策规则,讨论了总体比例估计时抽样规模的确定方法。

第五章总体比例检验的抽样规模。这一章分别对单总体比例假设检验、两总体比例假设检验和多总体比例假设情形下的抽样规模确定进行了讨论。

第六章简单随机抽样时的抽样规模。简单随机抽样是各种审计抽样的理论基础,其自身也有独立的应用价值。本章首先介绍了简单随机抽样的实施原理,然后对简单随机抽样下样本估计量的性质和估计误差做了说明,最后讨论了简单样本比例推断情况下的抽样水平。

第七章分层抽样时的抽样规模。分层随机抽样是审计抽样比较常用的一种抽样组织方式,本章介绍了分层抽样的基本做法,在此基础上讨论了分层样本推断情形下的符合性抽样规模问题。

第八章整群抽样时的抽样规模。本章介绍了整群抽样的实施过程,根据整群抽样的估计原理,讨论了整群样本符合性比例估计时的抽样水平。

第九章系统抽样时的抽样规模。系统抽样组织实施起来比较方便,是一种较为典型的审计抽样组织方式,本章介绍了系统抽样的实施过程,介绍了系统抽样的误差计算,并依此讨论了系统样本估计时的抽样规模等。

第十章阶段抽样时的抽样规模。在大规模的审计抽样活动中,阶段抽样有其优势,本章在介绍阶段抽样做法的基础上,着重分析了阶段样本估计情形下的抽样规模确定问题。

第十一章双重抽样时的抽样规模。本章介绍了双重抽样的实施过程,对双重样本符合性比例估计时的抽样水平确定进行了讨论。

全书的体系安排可归纳为四大部分,分别是:第一部分即第一章;第二部分由

第二章、第三章、第四章和第五章组成,审计抽样测试是统计抽样调查理论在审计活动领域的应用,因此有关统计抽样调查的理论为审计抽样组织模式及其推断分析提供了重要的理论基础,所以这一部分结合符合性审计测试的主题,对符合性审计抽样测试中可能依据的概率统计及抽样推断分析原理进行了说明,并讨论了抽样水平的计算方法;第三部分由第六章、第七章、第八章、第九章、第十章和第十一章组成,主要针对常用的各类符合性审计抽样组织方式,着重讨论了符合性审计抽样各种组织方式下最优抽样规模的计算问题;第四部分为编制的符合性审计抽样规模查对表,依据第二、三部分讨论的原理,通过模拟计算,编制了符合性审计抽样的抽样水平查对表。

第二章 抽样规模确定的目标及影响因素

第一节 基本概念

一、抽样误差与非抽样误差

第一章曾提到过抽样误差和非抽样误差,这里再详细介绍一下它们产生的原因及其性质。在任何调查活动中,误差总是避免不了的。人们可以采用各种办法降低误差,但要想从根本上杜绝误差几乎不可能。

非抽样误差在各种观察场合都会出现,不仅仅限于抽样调查。

在审计抽样中,产生非抽样误差的原因很多,如:(1)审计样本的抽取没有严格遵守随机性原则,使测试样本出现了系统性偏差;(2)审计对象的范围和边界界定不清楚,把本应该包括在测试范围之内的事项排除在外,或把本不应该包括在审计范围之列的事项错误地纳入进来;(3)审计抽样总体与审计目标总体存在较大差距,利用样本做出的判断仅适用于抽样总体,对说明目标总体帮助不大;(4)对什么是属于存在的控制问题或错报、虚报、假报,没有做出明确的规定,导致审计人员各行其是;(5)审计证据和程序没有很好地加以限定,不利于审计人员客观地发现存在的情况;(6)审计人员自身的业务水平、专业技能和工作态度等也会产生一定的影响。

抽样审计中的非抽样误差属于测试中的“硬伤”,有以下几个特征。

第一,影响因素众多,且性质不好识别。

第二,难以通过增加测试样本单位数量得以减小,可能刚好相反,增加样本观察数目反而会使非抽样误差有加大的可能。

第三,一旦产生了,要是发现及时还有改正的机会。

第四,更多地可能与抽样测试的组织工作有关。

样本只是测试总体中的一部分代表性单位,并且是随机变化的。从审计总体 N 个单位中抽取一部分单位 n 个组成样本,按不重复不考虑顺序的办法,可以抽取 C_N^n 个不同的样本,在一次抽样时这些样本哪一个会出现,具体抽样之前无法给出

确定的回答,只能凭机会而定。因此,根据样本单位的检查数据对审计对象总体的认识,其结果必然会随着样本的变化而变化。抽样误差全称为随机抽样误差,是指由样本测试结果对审计总体推断产生的误差。

抽样误差具有以下特点。

第一,抽样误差是因随机样本的原因产生的,仅与抽样测试有关,只要采用抽样测试,就一定会存在抽样误差。

第二,在概率抽样情况下,抽样误差的大小能够进行计算。

第三,通过增加样本测试规模,可以稳步减少抽样误差。

二、估计精度、偏差与均方误差

$x_1, x_2, \dots, x_n$ 为来自审计总体 $f(x; \theta)$ 的简单随机样本, θ 为未知参数,需要通过样本测试资料进行估计,另外假定构造的估计量为 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。一般地,用 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的值,作为参数 θ 取值的替代,即有

$$\hat{\theta} = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.1)$$

统计量是样本的函数,随着样本的变化,统计量的值会发生相应的变化。从总体 N 个单位中抽取 n 个单位组成样本,按简单随机抽样的规则,可以得到 C_N^n 个样本,对每个样本都可以计算得到一个统计量 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 的值,一共有 C_N^n 个。统计量取值之间的离散程度,能够用来说明统计量的估计精度。所以,在抽样审计研究中,习惯上使用估计量的方差或标准差,作为抽样估计精度的分析工具。估计量的方差越大,表明估计量的精度愈差,反之说明估计量的精度较高。

$$\begin{aligned} & \text{Var}(g(x_1, x_2, \dots, x_n)) \\ &= E(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - E(g(x_1, x_2, \dots, x_n)))^2 \\ &= E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^2 \end{aligned} \quad (2.2)$$

若估计量 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是参数 θ 的无偏估计,则有

$$\begin{aligned} & \text{Var}(g(x_1, x_2, \dots, x_n)) \\ &= E(g(x_1, x_2, \dots, x_n) - E(g(x_1, x_2, \dots, x_n)))^2 \\ &= E(\hat{\theta} - \theta)^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

偏差(Bias)是指估计量的期望与总体参数之间的差,用公式来表示就是

$$\text{Bias} = E(g(x_1, x_2, \dots, x_n)) - \theta = E(\hat{\theta}) - \theta \quad (2.4)$$

对式(2.4)进行移项,有

$$E(\hat{\theta}) = \text{Bias} + \theta \quad (2.5)$$

偏差 Bias 等于零,说明估计量 $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 具有无偏性,反之就是有偏估计。

产生估计偏差的原因如下。

第一,检查项目的测量误差。测量是给对某个问题赋予具体量值的过程或结

果,如果测量的方式、采用的程序等不符合要求,就有可能产生各种测量或审核误差。

第二,抽样总体与目标总体的不一致。抽样总体是产生样本的集合,目标总体是我们开展抽样审计研究的对象。有时为了方便抽样活动的组织和实施,人们也许会从目标总体的替代即抽样总体中抽取测试样本,那么在进行推断的时候,不注意进行必要的修正,就会不自觉地把对抽样总体的推断结果直接当做目标总体的情况,因而形成了估计偏差。再如,在开展抽样测试时,为保证总体中每个单位都有同样的机会被抽中,需要在正式抽取样本单位之前,编制抽样框即审计总体单位名录,如果这份名单不全面,实际样本来自的总体就不是真正意义上的目标总体。

第三,抽取样本单位的方式。样本单位的抽取设计不好,也会产生样本的系统性偏差,从而降低对总体的代表性。例如,在系统抽样中,总体存在直线趋势或周期性,对此又没有采取相应的防范措施,就有可能产生检查结果的系统性变化。

第四,估计公式的偏差。对样本数据采用的加工处理办法不合适,也会引起估计结果的偏差。

原则上讲,偏差的存在总是不好的,因为它不能帮助我们获得总体参数的真实值。当然,对待偏差也要一分为二。估计量虽然无偏但方差很大,这种情况下,还不如采用有一定的偏差(可接受范围内)但方差较小的估计量。

将抽样估计精度与偏差联系起来考虑的一个概念,就是所谓的均方误差(Mean Square Error, MSE)。均方误差是指,估计量与总体参数差的平方的数学期望。

$$\begin{aligned} \text{MSE}(\hat{\theta}) &= E(\hat{\theta} - \theta)^2 \\ &= E[(\hat{\theta} - m) + (m - \theta)]^2 \\ &= E(\hat{\theta} - m)^2 + (m - \theta)^2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

式中, m 为 $\hat{\theta}$ 的期望即有 $E(\hat{\theta}) = m$ 。式(2.6)右边的第一项 $E(\hat{\theta} - m)^2$ 是样本估计量和它的数学期望的平均离差 $\text{Var}(\hat{\theta})$, 第二项中的 $m - \theta$ 为偏差, 因此

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + \text{Bias}^2 \quad (2.7)$$

在无偏估计的时候,均方误差等于抽样方差。

均方误差同时反映了抽样测试自身的误差和非抽样误差两方面的情况,所以在抽样推断时,为比较抽样测试和估计的效果,可以采用均方误差。

三、允许误差与置信度

通俗地讲,允许误差是样本推断在既定的概率水平要求下,所能容许的与总体参数之间的最大差。

设 Δ 为抽样允许误差, $1 - \alpha$ 为置信水平,使得下式成立