



普通高等教育“十二五”规划教材

# 大学物理学

上册

(第二版)

主编 赵 晏 孙江亭 莫长涛

主审 王选章 王佳菱



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材

# 大学物理学(上册)

(第二版)

主编 赵 晏 孙江亭 莫长涛  
主审 王选章 王佳菱

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是以教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求(2010版)》为依据,结合专业人才培养的需要编写的.全书分为上、下两册.本书是上册,内容包括质点运动学、质点动力学、刚体力学、狭义相对论、机械振动、机械波、流体力学、液体的表面性质、气体动理论、热力学基础.本书难度适中,在对物理基本概念、基本规律的阐述中注重深入浅出,简洁易懂.在保证必要的基本训练的基础上,突出物理理论在实际中的应用.此外,每章后都配有本章提要,方便学生掌握重点知识.

本书可作为高等学校理工科非物理专业及农林类专业的大学课程教材或参考书.

### 图书在版编目(CIP)数据

大学物理学.上册/赵晏,孙江亭,莫长涛主编.—2版.—北京:科学出版社,2014.1

普通高等教育“十二五”规划教材  
ISBN 978-7-03-039589-4

I. 大… II. ①赵… ②孙… ③莫… III. 物理学-高等学校-教材 IV. O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 011760 号

责任编辑:昌盛 王刚 / 责任校对:赵桂芬  
责任印制:阎磊 / 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京市文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009年8月第 一 版 开本:720×1000 B5

2014年1月第 二 版 印张:16 1/2

2014年1月第八次印刷 字数:333 000

定价:30.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前 言

本套教材第一版是 2009 年由科学出版社出版,迄今已连续印刷 7 次.

目前学习大学物理的学生是中学物理新课程标准实施后的毕业生,由于中学的教学要求已有所变化,中学物理内容分为必修和选修,学生的基础较之前有所不同,所以我校结合中学的新课程改革进行了《大学物理课程的改革与实践——教材、授课模式、考核方法的改革》(该项目获 2013 年黑龙江省教学成果一等奖)的研究,对使用的教材做了一定的修订.

本次修订主要有以下几方面:

1. 在章节上做了调整,将原第 15 章的狭义相对论放在本书的第 4 章,这对于两学期使用上下册的院校更方便些.

2. 例题做了一些改动,在运动学部分更换了一些例题,如以前例题中有速度、加速度为常数的情况,例题的解法虽运用了微积分,但用中学方法也能求解,修订后,使例题必须应用大学物理的知识才能求解,这将使学生更重视大学物理的学习.电磁感应部分的例题增加了一题多解的解法,这有助于培养学生的发散思维.光学部分更换了更结合实际例题.

3. 增加了一些理论联系实际的内容,如自耦变压器;接通和断开电路的暂态电流;利用双光束干涉原理监测煤矿中的甲烷与纯净空气体积的百分比;利用单缝衍射现象测量物体间距和位移等.同时删去了一些抽象的问题,增加了一些理论联系实际的习题,如热力学一章删去了一些抽象的过程,增加了实际工作的热机和制冷机,让学生感到学习物理有用,物理就在身边.

4. 增加了思考题的数量,思考题内容编排上更注重对实际问题的讨论.同时为了方便学生课堂讨论和及时检验自己对物理知识的掌握情况,变更了思考题的位置,即在每节内容后安排与本节内容相关的思考题.

5. 对部分内容进行了丰富和修改,如气体动理论一章对气体内迁移现象的系数做了更深入讨论,热力学一章对热力学第二定律的统计解释做了更为确切的说明,在电场和磁场中,增设了强调电场和磁场的矢量性特征的思考题,习题部分则由于学时所限重点讨论真空情况.

本套教材的编写修改分工如下:第 1、2、3 章由哈尔滨师范大学孙江亭执笔,第 7、8 章由哈尔滨商业大学莫长涛执笔,第 14、15 章由大连工业大学王雅红执笔,其

余章节由东北林业大学赵晏、吴淑杰、武亚斌、周阿庚和刘芳执笔。哈尔滨师范大学王选章教授、哈尔滨商业大学王佳菱教授仔细审阅了本教材上册，哈尔滨师范大学的王选章教授、高红教授仔细审阅了本教材下册。

书中如有疏漏和错误之处，敬请读者不吝指正。

编 者

2013年12月

# 第一版前言

本书是为非物理专业的理工科学生编写的大学物理教材.教材内容是以教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求(2008年版)》的核心内容为基础框架,同时根据学校特点对基本要求中的A类和B类内容作了适当的调整,并选取少量的拓展内容向学生介绍现代高新科技的发展.本书的内容与100学时左右的课程相对应,较少学时的物理课程也可删去\*号内容和第6章、第7章、第17章等内容进行讲解,这并不影响课程的完整性.

本书的编写力求做到以下几点.

## 1. 重基础

在本书编写过程中,我们注意到大学物理学是高等学校理工科各专业学生一门重要的通识性必修基础课;该课程所教授的基本概念、基本理论和基本方法是构成学生科学素养的重要组成部分,是一个科学工作者和工程技术人员所必备的.因此本书对物理学的基本概念与规律进行重点明晰的阐述,从最基本的概念与规律出发,推演出更进一步的概念与规律,使学生从整体上理解和掌握物理课程的内容,为今后的学习和工作打下良好的基础.

## 2. 避免重复

大学物理学中的许多概念和定律是学生已知的,避免与中学内容的重复也是十分重要的,对此我们注重高等数学思想的渗透与应用,如利用微积分将中学物理中的特殊情况推广为解决普遍问题的一般方法,又如引导学生由中学物理的独立地谈矢量的大小与方向,转变为矢量的各种表达与运算,使学生学会将高等数学应用于实际当中.

## 3. 理论联系实际

本书尽量与生活 and 生产实际相结合,列举了一些测速、消除噪声、物理方法诊断疾病等学生感兴趣的实例,还介绍了一些现代物理技术的知识,以增加学生的学习兴趣和学习主动性,与当前的教改形势相符.

## 4. 教书育人

本书中插入若干科学家简介,在这些简介中不仅介绍了科学家对物理学的伟

大贡献,还有科学家的格言及不怕困难勇于探索的小故事,以此作为学生为人处事的借鉴,这将对学生有很大的帮助.

### 5. 易教易学

本书编者绝大多数是具有 20 年以上教龄的物理学教师,书中凝聚了他们多年的教学经验与心得,并参考了多本目前流行的大学物理教材和物理专业的教材,在物理概念和定律上,叙述简洁易懂,详略得当,便于自学. 每章有学习目标、各章提要. 习题中 \* 号内容作为选做题. 另外,对于选用本书的任课教师,我们可提供与本书配套的光盘,光盘内含相应的电子教案和部分相关视频,以及习题解答.

本书第 1 章、第 2 章、第 3 章由哈尔滨师范大学孙江亭执笔,第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章由东北林业大学赵晏执笔,第 8 章、第 9 章由东北林业大学吴淑杰执笔,第 10 章由牡丹江师范学院的左桂鸿执笔,第 11 章、第 12 章由东北林业大学武亚斌执笔,第 13 章、第 14 章由大连工业大学的王雅红执笔,第 15 章、第 16 章、第 17 章由东北林业大学周阿庚执笔,全书由东北林业大学赵晏定稿. 吉林大学梁路光教授、哈尔滨商业大学王佳菱教授仔细审阅了本书上册,哈尔滨师范大学的高红教授仔细审阅了本书下册. 另外,书中的部分图形由东北林业大学王德洪制作,东北林业大学的王淑嫦、张憩老师以及讲授大学物理学的其他老师为本书的编写提出了宝贵的意见. 在此一并表示衷心的感谢.

书中如有疏漏和错误之处,敬请读者不吝指正.

编 者

2009 年 4 月 20 日

# 目 录

前言	33
第一版前言	
<b>第 1 章 质点运动学</b> ..... 1	
1.1 质点 参考系和坐标系 ... 1	
1.1.1 质点的概念 ..... 1	
1.1.2 参考系和坐标系 ..... 2	
1.2 位移 速度和加速度 ..... 3	
1.2.1 位置矢量 运动方程 ..... 3	
1.2.2 位移矢量 ..... 4	
1.2.3 速度矢量 ..... 5	
1.2.4 加速度矢量 ..... 6	
1.3 圆周运动..... 11	
1.3.1 圆周运动的角量描述 ..... 11	
1.3.2 匀速圆周运动 ..... 12	
1.3.3 匀变速圆周运动 ..... 13	
* 1.4 相对运动..... 14	
本章提要 ..... 17	
习题 ..... 18	
<b>第 2 章 质点动力学</b> ..... 22	
2.1 牛顿运动定律及其应用 ..... 22	
2.1.1 牛顿运动定律 ..... 22	
2.1.2 几种常见的力 ..... 25	
2.1.3 牛顿运动定律应用举 例 ..... 29	
2.2 动量定理 动量守恒定律 ..... 33	
2.2.1 冲量 质点的动量定理	
..... 33	
2.2.2 质点系的动量定理及其 守恒定律 ..... 34	
2.3 功和能..... 37	
2.3.1 功 ..... 37	
2.3.2 质点和质点系的动能 定理 ..... 39	
2.3.3 保守力 ..... 41	
2.3.4 势能 ..... 42	
2.3.5 机械能守恒定律 ..... 43	
2.4 碰撞..... 44	
* 2.5 火箭的飞行原理..... 45	
本章提要 ..... 46	
习题 ..... 48	
<b>第 3 章 刚体力学</b> ..... 51	
3.1 刚体运动学..... 51	
3.1.1 刚体的平动和转动 ... 51	
3.1.2 角速度矢量和角加速度 矢量 ..... 52	
3.2 力矩 刚体的定轴转动定 律..... 54	
3.2.1 力矩 ..... 54	
3.2.2 刚体的定轴转动定律 ..... 56	
3.2.3 转动惯量..... 57	
3.2.4 刚体定轴转动定律的 应用 ..... 59	
3.3 角动量 角动量守恒定 律..... 62	
3.3.1 质点的角动量和刚体	



绕定轴转动的角动量 ..... 62	4.4.2 时间膨胀(或运动的钟 变慢) ..... 87
3.3.2 质点的角动量定理和刚 体绕定轴转动的角动量 定理 ..... 63	4.4.3 同时的相对性 ..... 88
3.3.3 质点绕定点运动和刚体 绕定轴转动的角动量守恒 定律 ..... 65	4.5 相对论动力学基础 ..... 89
3.4 刚体绕定轴转动的动能 和动能定理 ..... 67	4.5.1 质量与速度的关系 ... 89
3.4.1 力矩的功 ..... 67	4.5.2 相对论力学的基本方 程 ..... 89
3.4.2 转动动能 ..... 68	4.5.3 质量与能量的关系 ... 90
3.4.3 刚体绕定轴转动的动能 定理 ..... 69	4.5.4 动量与能量之间的关 系 ..... 91
* 3.4.4 刚体的重力势能 ..... 70	4.5.5 光子情况 ..... 92
本章提要 ..... 71	本章提要 ..... 93
习题 ..... 72	习题 ..... 94
<b>第4章 狭义相对论</b> ..... 76	<b>第5章 机械振动</b> ..... 96
4.1 伽利略变换式 经典 力学的相对性原理 ..... 76	5.1 简谐振动 ..... 96
4.1.1 经典力学的相对性原 理 ..... 77	5.1.1 简谐振动方程 ..... 96
4.1.2 伽利略时空变换式 ... 77	5.1.2 描述简谐振动的基本 物理量 ..... 97
4.1.3 经典力学时空观 ..... 77	5.1.3 旋转矢量 ..... 99
4.1.4 伽利略速度变换式 ... 78	5.1.4 复摆 ..... 104
4.2 迈克耳孙-莫雷实验 ..... 78	5.1.5 简谐振动的能量 ... 105
4.3 爱因斯坦狭义相对论基 本假设 洛伦兹变换 ..... 80	5.2 简谐振动的合成 ..... 107
4.3.1 爱因斯坦假设 ..... 80	5.2.1 同方向同频率的简谐 振动的合成 ..... 107
4.3.2 洛伦兹坐标变换 ..... 81	* 5.2.2 同方向不同频率的简 谐振动的合成 ..... 108
4.3.3 相对论速度变换 ..... 82	* 5.2.3 两个互相垂直的简 谐振动的合成 ..... 109
4.3.4 洛伦兹变换的推导 ... 84	* 5.3 阻尼振动 受迫振动 共振 ..... 111
4.4 相对论论中的长度、时间 和同时性 ..... 86	* 5.3.1 阻尼振动 ..... 111
4.4.1 长度收缩 ..... 86	* 5.3.2 受迫振动 共振 ... 112
	本章提要 ..... 114
	习题 ..... 115
	<b>第6章 机械波</b> ..... 118

6.1 机械波的形成 波长	对于介质运动	136
周期和波速	本章提要	138
6.1.1 机械波的形成	习题	140
6.1.2 横波和纵波	<b>第7章 流体力学</b>	144
6.1.3 波线 波面 波前	7.1 理想流体的定常流动	144
	7.1.1 理想流体的定常流动	144
6.1.4 波长 波的周期和频率 波速		146
6.2 平面简谐波的波函数	7.1.2 连续性方程	146
6.2.1 平面简谐波的波函数的形式	7.1.3 伯努利方程	146
6.2.2 波函数的物理意义	7.1.4 伯努利方程的应用	148
6.3 波的能量	7.2 黏滞流体的运动	150
6.3.1 波动能量的传播	7.2.1 黏滞定律	150
6.3.2 波动的能流 能流密度	7.2.2 泊肃叶公式	151
* 6.3.3 声强和声强级	7.2.3 层流和湍流	153
6.4 波的衍射 惠更斯原理	7.2.4 斯托克斯公式	154
	本章提要	155
6.5 波的叠加与干涉	习题	156
6.5.1 波的叠加原理	<b>第8章 液体的表面性质</b>	158
6.5.2 波的干涉	8.1 表面张力	158
6.6 驻波	8.2 弯曲液面的附加压强	161
6.6.1 驻波的形成	8.3 毛细现象	163
6.6.2 驻波方程	本章提要	166
6.6.3 半波损失	习题	167
6.7 多普勒效应	<b>第9章 气体动理论</b>	169
6.7.1 波源不动,观察者以速度 $v_H$ 运动	9.1 平衡态 理想气体状态方程	169
6.7.2 观察者不动,波源以速度 $v_S$ 运动	9.1.1 平衡态	169
6.7.3 观察者和波源同时相	9.1.2 气体的宏观状态参量	171
	9.2 统计假设 理想气体分子的微观模型	173
	9.2.1 统计规律性与统计假设	173
	9.2.2 理想气体分子的微观	

模型 .....	174	10.1.1 热力学过程 .....	203
9.3 理想气体的压强公式 ..	175	10.1.2 内能 功 热量 ..	204
9.4 理想气体的温度公式 ..	177	10.1.3 热力学第一定律的 数学表述 .....	208
9.5 能量均分定理 理想气 体的内能 .....	178	10.2 热力学第一定律对理想 气体的应用 .....	209
9.5.1 自由度 .....	178	10.2.1 等体过程 .....	209
9.5.2 能量按自由度均分 定理 .....	180	10.2.2 等压过程 .....	210
9.5.3 理想气体的内能 ..	180	10.2.3 等温过程 .....	212
9.6 气体按麦克斯韦速率 分布定律 .....	183	10.2.4 准静态绝热过程 ..	213
9.6.1 麦克斯韦气体分子速率 分布律 .....	183	* 10.2.5 多方过程 .....	216
9.6.2 三种统计速率 .....	184	10.3 循环过程 卡诺循环 .....	217
9.6.3 麦克斯韦速率分布 律的实验验证 .....	186	10.3.1 循环过程 .....	217
* 9.7 玻尔兹曼能量分布律 ..	187	10.3.2 卡诺循环 .....	220
9.7.1 玻尔兹曼分布律 ..	187	10.4 热力学第二定律 .....	222
9.7.2 重力场中气体分子按 高度的分布 .....	188	10.4.1 热力学第二定律的 两种表述 .....	223
9.8 分子的平均碰撞次数 和平均自由程 .....	189	10.4.2 可逆过程与不可逆过 程 .....	224
* 9.9 范德瓦耳斯方程 .....	192	* 10.4.3 卡诺定理 .....	226
* 9.10 气体内的迁移现象 .....	193	* 10.5 熵 熵增加原理 .....	226
9.10.1 内摩擦现象 .....	193	10.5.1 熵 .....	226
9.10.2 热传导现象 .....	194	10.5.2 熵增加原理 .....	228
9.10.3 扩散现象 .....	196	10.6 热力学第二定律的统计 意义 .....	230
本章提要 .....	197	本章提要 .....	233
习题 .....	200	习题 .....	235
<b>第 10 章 热力学基础</b> .....	203	<b>习题答案</b> .....	240
10.1 热力学第一定律 .....	203	<b>附录 A 计量单位</b> .....	248
		<b>附录 B 一些常用数据</b> .....	251

# 第 1 章 质点运动学

## 【学习目标】

掌握位置矢量、速度矢量、加速度矢量等物理量的概念,理解运动的矢量性、瞬时性和相对性.掌握参考系和坐标系的选择,用矢量分解的方法处理平面内运动的速度和加速度.理解建立简单的运动方程的方法.理解两个以恒定速度做相对运动的参考系间的伽利略变换.会利用简单函数的微分和积分方法来解决物理问题.

力学是研究物体机械运动规律的一门学科.所谓机械运动,是指物体运动过程中的位置变化和形状变化.经典力学研究的是做宏观低速运动物体的运动规律.按照研究内容通常把力学分为运动学、动力学和静力学三部分.运动学研究的是如何描述物体的运动,即“物体是怎样运动的”;动力学研究物体的运动原因,即“物体为什么是这样运动的”;静力学则研究物体在相互作用中的平衡问题.本章讨论质点运动学的内容.

## 1.1 质点 参考系和坐标系

### 1.1.1 质点的概念

实际物体都有一定的大小、形状和内部结构,在力的作用下还可以发生形变.在讨论的问题中,当物体的形状、大小在所研究的问题中可以忽略时,就可以把这个物体看成是一个只有质量而没有大小的点,叫做质点.例如,当讨论汽车在公路上的行驶问题时,如果只关心汽车运动的快慢问题,那么车轮的转动、车窗玻璃的开启和关闭等现象都与所研究的问题无关,这时可以把汽车看成一个质点来处理,若要研究座位之间的距离,显然汽车不能视为质点.又如,在研究地球的公转问题时,地球的形状和内部结构对公转问题而言无关紧要,因此也可以把地球看成一个质点.但是如果讨论的是地球的自转问题,就不能把它当作质点处理了.可见,一个物体能否被看成质点,与物体的大小无关,只取决于所研究问题的性质,要具体问题具体分析.

理想模型是由实际物体抽象出来的,质点是力学中最简单、最基本的理想模

型. 由几个质点组成的系统, 称为**质点组**. 由于物体是可以无限分割的, 所以任何一个物体都可以无条件地看成是质点组. 当研究的对象不是一个物体, 而是比较复杂的系统的运动时, 虽然不能把这个系统看成质点, 但可以把它看成是由许多质点组成的质点组, 掌握了质点的运动规律, 就能用数学方法推导出这个质点组的运动规律.

### 1.1.2 参考系和坐标系

世界上一切物体都在永不停息地运动着, 即使是地面上看似静止的房屋、树木等也都随着地球一起运动. 气体、液体中的扩散现象也进一步证明, 分子和原子等基本粒子也都无时无刻不在运动. 所以, 绝对静止的物体是不存在的. 运动是普遍的、绝对的; 静止则是相对的.

虽然运动具有绝对性, 但对同一物体的运动, 由于所选的参考物不同, 对其运动的描述就会不同. 例如, 观察公路上行驶的汽车内的椅子, 从地面上观察, 椅子是和汽车一起运动的; 而坐在椅子上的人看这个椅子则是静止的, 所以, 物体运动的描述总是相对于其他选定的参考物体而言的, 这叫做运动描述的相对性. 为描述物体的运动而被选作参考的物体或没有相对运动的物体群, 称为**参考系**. 要描述一个物体的运动必须有一个参考系. 一般说来, 当研究运动学问题时, 选择哪个物体作为参考系, 没有任何限制, 参考系的选取以方便运动的描述和分析为宜. 在研究某些问题时, 常用固定在地面上的一些物体或地面本身作为参考系, 这样的参考系叫做地面参考系.

在选定的参考系下对运动只能做定性的描述. 要定量描述物体的运动, 需要在

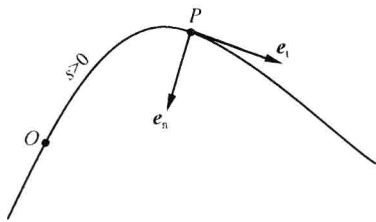


图 1.1 自然坐标系

参考系上建立一个坐标系, 如直角坐标系、柱坐标系和球坐标系等. 若质点在平面上沿曲线运动的轨迹是已知的, 可采用平面自然坐标系来描述质点的运动. 如图 1.1 所示, 沿质点运动轨迹建立一坐标轴, 选择轨迹上的任意一点  $O$  为坐标原点, 并用由原点  $O$  至质点位置  $P$  点的弧长  $s$  作为质点的位置坐标, 则弧长  $s$  叫做**平面自然坐标**. 自然坐标  $s$  不同于一般仅说明长度的弧

长. 根据原点和正方向的规定,  $s$  可正可负. 当质点在  $P$  点处时, 可在该点建立如下坐标系, 其中一根坐标轴沿曲线切线且指向自然坐标  $s$  增加的方向, 该方向的单位矢量叫做切向单位矢量, 记作  $e_t$ ; 另一坐标轴沿曲线法线且指向曲线的凹侧, 相应单位矢量称为法向单位矢量, 记作  $e_n$ , 这种坐标系就叫做**平面自然坐标系** (简称自然坐标系). 使用自然坐标系时, 任何矢量都可向  $e_t$  和  $e_n$  的方向作正交分解. 显然, 单位矢量  $e_t$  和  $e_n$  将随质点在轨迹上的位置不同而改变其方向; 一般说来,  $e_t$  和  $e_n$  不是恒矢量.

## 1.2 位移 速度和加速度

### 1.2.1 位置矢量 运动方程

#### 1. 位置矢量

1.1 节指出,要定量地描述物体的运动必须要在指定的参考系中建立坐标系.在如图 1.2 所示的直角坐标系中, $t$  时刻质点在空间  $P$  点处的位置可用位置矢量  $\boldsymbol{r}$  来表示.位置矢量是在选定的坐标系中由坐标原点指向质点所在位置的有向线段,简称位矢.设  $P$  点所在位置的三个坐标投影分别为  $x, y, z$ , 取三个轴的单位矢量分别为  $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ , 则位矢  $\boldsymbol{r}$  可用下式表示:

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \quad (1-1)$$

其大小为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1-2)$$

设位矢  $\boldsymbol{r}$  与  $Ox$  轴、 $Oy$  轴和  $Oz$  轴之间的夹角分别为  $\alpha, \beta$  和  $\gamma$ , 则位矢  $\boldsymbol{r}$  的方向可用下式来确定:

$$\cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos\beta = \frac{y}{r}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$$

#### 2. 运动方程

当质点运动时,在选定的直角坐标系下,它的坐标是时间  $t$  的函数,即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) = x(t)\boldsymbol{i} + y(t)\boldsymbol{j} + z(t)\boldsymbol{k} \quad (1-3)$$

这个描述质点在  $t$  时刻所处空间位置的函数方程,叫做质点的运动方程.其标量形式为

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1-4)$$

已知质点的运动方程,就能确定质点在任意时刻的位置,进而确定质点的运动.质点在运动过程中所经过的空间点的集合,称为轨迹.用来描写质点轨迹的数学方程,叫做质点的轨迹方程.

**例 1.1** 已知质点  $P$  的运动方程为  $\boldsymbol{r}(t) = A\boldsymbol{i}t + Bt^2\boldsymbol{j} + C\boldsymbol{k}$  ( $A, B, C$  为正的常数),求质点的轨迹方程.

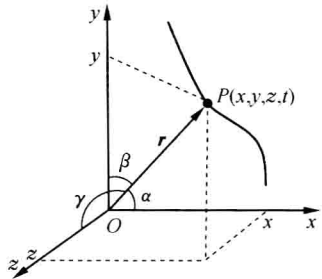


图 1.2 质点的位置矢量

**解** 在直角坐标系下,根据质点的运动方程,其分量式为

$$x = At, \quad y = Bt^2, \quad z = C$$

因为质点的轨迹方程是指  $x, y, z$  之间的函数关系,所以将运动方程中的变量  $t$  消去,即得到下列方程组:

$$\begin{cases} y = \frac{B}{A^2}x^2, \\ z = C, \end{cases} \quad x > 0$$

该方程组就是质点  $P$  的轨迹方程.注意:题中  $x$  的取值受到  $t$  的限制,所以该方程组描写的轨迹是在  $z=C$  处的  $Oxy$  平面中,方程  $y = \frac{B}{A^2}x^2$  所对应的抛物线( $x > 0$  部分).由此例可以看出,若已知质点的运动方程,只需从运动方程中将时间  $t$  消去,即可得到质点的轨迹方程.

### 1.2.2 位移矢量

描写质点位置的变化必须要有一个矢量.如图 1.3 所示,设  $t$  时刻,质点在  $A$

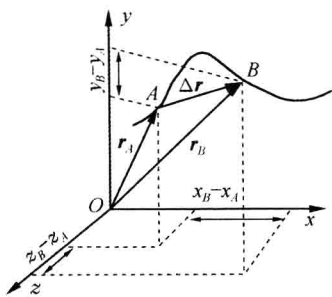


图 1.3 质点的位移矢量

处,其位矢为  $r_A$ ;  $t + \Delta t$  时刻,质点运动到  $B$  处,其位矢为  $r_B$ ,则质点在  $\Delta t$  时间内,位置的变化可用由  $A$  点指向  $B$  点的一条有向线段  $\Delta r$  表示,  $\Delta r$  称为质点的位移矢量,简称位移.

按照矢量运算法则,位移  $\Delta r$  可用下式计算:

$$\Delta r = r_B - r_A \quad (1-5)$$

在图 1.3 所选的直角坐标系中,质点的位矢  $r_A$  和  $r_B$  可分别写成

$$r_A = x_A i + y_A j + z_A k$$

$$r_B = x_B i + y_B j + z_B k$$

两式相减可得位移  $\Delta r$  在直角坐标系中的正交分解式为

$$\Delta r = \Delta x i + \Delta y j + \Delta z k \quad (1-6)$$

其中,  $\Delta x = x_B - x_A$ ,  $\Delta y = y_B - y_A$ ,  $\Delta z = z_B - z_A$ .

注意:位移是矢量,只能描述出质点位置变化的总效果,其大小并不表示质点在运动中所走过实际路径的长度.质点在一段时间间隔内所走过的轨迹的总长度,叫做路程,路程是标量.一般情况下,在同一时间间隔内,质点位移的大小和路程并不相等,只有在运动方向不变的直线运动中,两者才相等.另外,当运动时间间隔无限小(即  $\Delta t \rightarrow 0$ )时,也可认为两者近似相等.

### 1.2.3 速度矢量

#### 1. 平均速度和瞬时速度

为描述质点位置变化的快慢,引入平均速度和瞬时速度的概念.如图 1.3 所示,质点在  $\Delta t$  时间内发生的位移为

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k}$$

则在这段时间内,质点位置的平均变化率可用质点的位移  $\Delta \mathbf{r}$  与时间  $\Delta t$  的比值来描述,这个比值称为质点在  $\Delta t$  时间内的**平均速度**.用  $\bar{\mathbf{v}}$  表示平均速度,则

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-7a)$$

或

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t} \mathbf{k} = \bar{v}_x \mathbf{i} + \bar{v}_y \mathbf{j} + \bar{v}_z \mathbf{k} \quad (1-7b)$$

其中,  $\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z$  是  $\bar{\mathbf{v}}$  分别在直角坐标系中三个坐标轴上的分量.由式(1-7a)可知,平均速度的方向和位移  $\Delta \mathbf{r}$  的方向一致.

平均速度只能反映一段时间内质点位置的平均变化率,若要精细地刻画质点的位置随时间的变化,还需引入**瞬时速度**的概念.当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,平均速度的极限值就是质点的**瞬时速度**,简称速度.用  $\mathbf{v}$  表示质点的瞬时速度,则

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-8)$$

即质点的瞬时速度等于位置矢量对时间的变化率或一阶导数.在国际单位制(SI)中,瞬时速度的单位为  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

根据式(1-8)和位移  $\Delta \mathbf{r}$  的表达式,瞬时速度  $\mathbf{v}$  可用下式表示:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \mathbf{i} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} \mathbf{j} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta t} \mathbf{k} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k}$$

令  $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$ , 则有

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} \quad (1-9)$$

其中,  $v_x, v_y$  和  $v_z$  是瞬时速度在  $Ox$  轴,  $Oy$  轴和  $Oz$  轴上的分量.

瞬时速度的大小为

$$|\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

瞬时速度的方向沿质点运动轨迹的切线方向,并指向质点前进的方向.



## 2. 平均速率和瞬时速率

如果不考虑质点运动方向的变化,只描述质点沿轨迹运动的快慢,可引入平均速率和瞬时速率的概念.仿照平均速度和瞬时速度的定义方法,设质点在  $\Delta t$  时间内走过的路程为  $\Delta s$ ,则平均速率  $\bar{v}$  为单位时间内质点走过的路程,其表达式为

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad (1-10)$$

当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,平均速率的极限值,就是质点的瞬时速率,用  $v$  表示,有

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad (1-11)$$

即瞬时速率等于路程对时间的变化率或一阶导数.

值得注意的是,当  $\Delta t \rightarrow 0$  时,位移  $\Delta r$  的大小无限接近路程  $\Delta s$ ,因而有

$$|\boldsymbol{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v$$

所以,瞬时速度的大小总是等于瞬时速率.

对于平均速度的大小和平均速率而言,只有当质点做方向固定的直线运动时,两者才相等.这一结论,读者可自行证明.

今后,如不特殊强调,速度和速率就是指瞬时速度和瞬时速率.

### 1.2.4 加速度矢量

#### 1. 平均加速度和瞬时加速度

质点运动时,速度的变化不仅包含速度大小的变化,还包含速度方向的变化,为了描述速度随时间的变化问题,我们引入平均加速度和瞬时加速度的概念.

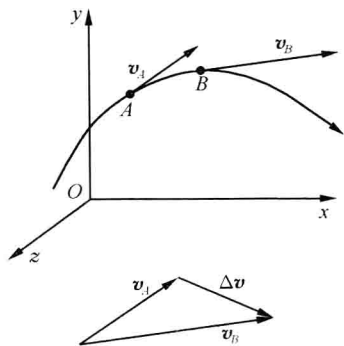


图 1.4 速度的增量

如图 1.4 所示,设质点  $t$  时刻在 A 点,速度为  $\boldsymbol{v}_A$ ;  $t + \Delta t$  时刻运动到 B 点,速度为  $\boldsymbol{v}_B$ . 在  $\Delta t$  时间内,速度的增量  $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A$  与这一增量发生所用时间  $\Delta t$  的比值,称为质点的平均加速度,记作  $\bar{\boldsymbol{a}}$ ,有

$$\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\boldsymbol{v}_B - \boldsymbol{v}_A}{\Delta t} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \quad (1-12)$$

平均加速度的大小反映了质点在  $\Delta t$  时间内速度变化的平均快慢,其方向和速度的增量  $\Delta \boldsymbol{v}$  的方向相同.这里值得注意的是,  $\Delta \boldsymbol{v}$  的方向并不总是和物体的运动方向一致,只有在直线运动中才与运动方