



根据国家教育部新考纲/新课标编写
海淀黄冈启东特高级教师联袂推出

2004 新课程版

胜者系列丛书

考

吧

金版AB认证

网吧里，
考吧里，
倾情点击精彩无余
当仁不让舍我其谁



数学

高考总复习

考吧！我有信心！

金版AB认证

学生用书

JINBANJIAOCHENG

光明日报出版社



《考吧》胜者系列丛书·新编高中同步单元测试

金版认证 (B)

高三数学

(配套人民教育出版社试验修订教材)

光明日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

金版 AB 认证. 高三/木易之主编. —北京:光明日报出版社,2003
《胜者丛书》
ISBN 7-80145-302-6

I. 金... II. 木... III. 课程—高中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 018732 号

胜者系列丛书

《金版 AB 认证》

高三数学(B)

光明日报出版社出版

(北京市宣武区永安路 106 号)

邮编 100050

新华书店经销

河北保定市时代印刷厂印制

开本:850×1168 1/8 印张:22.5(A:12.5 B:10)

2003 年 4 月第 2 版 2003 年 4 月第 1 次印刷

印数 1-20000 册

ISBN 7-80145-302-6/G

本套定价 24.76 元(同步 A:13.48 元 测试 B:11.28 元)

服务热线:010-63082133 60382142



光明胜者系列丛书

GUANG MING SHENG ZHE XI LIE CONG SHU

编写说明

党的十六大报告明确指出：“创新是一个民族进步的灵魂，是一个国家兴旺发达的不竭动力。坚持教育创新，深化教育改革，优化教育结构，合理配置教育资源，全面推进素质教育，造就数以亿计的高素质劳动者、数以万计的专门人才和一大批拔尖创新人才。”为了适应现代化教学及新高考制度的改革，我们光明日报出版社教育编辑室在“十六大”精神的鼓舞下，特聘2003年高考语文命题组中心组成员顾之川为组长，16名人教社和国家考试中心在职或退休的专家组成顾问组，邀请全国30个省市100所名校近300名特级、高级和一大批优秀青年教师组成了强大的编写队伍，策划编写了这套《胜者系列》丛书。

本丛书集300名教师之精粹，由资深教研人员历时一年、三易其稿，精选加工而成。她融贯最新理念、闪现超凡思维，体现了教学大纲的最新要求。我们深信，精心的编写一定会使每一位同学从中获取娴熟的技巧和精当的解题思路。

《胜者系列》丛书系由既相互联系又可独立使用的《金版教程》和《金版AB认证》两部分组成，本丛书具备以下三大特点：

1. **前瞻性**，突出素质教育为主导的编写思想，注重知识与能力并举，转变传统的封闭式教学观念，以学生作为学习主体，引导并激发学生的学习兴趣，培养其掌握方法、主动探求知识的能力，全面体现素质教育对现行高中教学的要求。

2. **新颖性**，密切关注新教材的信息，敏锐反映最新教改与研究成果，并及时充分地体现到图书的编写中。体例设计、内容整合，稳中求进，稳中求新。

3. **实用性**，丛书在强调掌握基础知识的同时，适度体现能力立意精神，科学恰当地处理好同步教学与高考要求之间的关系，充分考虑和尊重学生的认识规律。

《金版AB认证》是A和B两部分组成，在整体策划上，更为成熟、合理、实用，A为同步基础训练，由“自测评估10分钟”、“必做作业30分钟”、“自主作业20分钟”三个板块组成。“10分钟”定位于自我测试，“30分钟”定位于课时评估与检测，逐课巩固，依次过关。“20分钟”定位高于课本作业的基础功能，更注重在课本作业之上的巩固与逐步提高，旨在解决学生“上课听的懂，但一考试就砸”的普遍问题。B卷为阶段、单元测试，完全符合于“3+综合”、“3+大综合”的高考试题形式，使学生有亲临其境的感受，旨在培养学生的高考应试能力。

演练试题是极为重要的学习内容，历经多年实践，金版认证以其独到的试卷内容已名扬天下。其精粹之处为：内容厚重、题型规范，源于传统而内涵经典。前瞻性和预测性俱佳，无论题的内容还是表现形式都充满了浓郁的时代气息，给人以耳目一新之感。其题以鲜活、灵动著称于世。融广博与智巧为一卷，重思辨，突出创新力，充分表现了出身名社的卓然风采。

“为摘星星的莘莘学子打造天梯，零错误是光明始终如一的追求”。愿《胜者丛书》永远作为您的知心朋友，伴您走向光明。在本书编写时，虽竭尽全力，但高考毕竟变化无穷，疏漏之处在所难免。忠心希望广大读者在学习过程中积极提出宝贵意见，以便我们再版时更加完善，同学们在学习中更加实用。

努力吧！同学们，“不经一番寒霜苦，难得腊梅放清香”。编辑室的全体人员恭祝广大学子早成夙愿。

光明日报教育编辑部

2003年4月于北京



第一章 集合与简易逻辑	B 卷	39
A 卷	1	
B 卷	3	
第二章 函数		
A 卷	5	
B 卷	7	
第三章 数列		
A 卷	9	
B 卷	11	
阶段测试		
A 卷	13	
B 卷	15	
第四章 三角函数		
A 卷	17	
B 卷	19	
第五章 平面向量		
A 卷	21	
B 卷	23	
阶段测试		
A 卷	25	
B 卷	27	
第六章 不等式		
A 卷	29	
B 卷	31	
第七章 直线和圆的方程		
A 卷	33	
B 卷	35	
第八章 圆锥曲线方程		
A 卷	37	
B 卷	39	
阶段测试		
A 卷	41	
B 卷	43	
第九章 直线、平面、简单几何体		
A 卷	45	
B 卷	47	
第十章 排列、组合和概率		
A 卷	49	
B 卷	51	
阶段测试		
A 卷	53	
B 卷	55	
第十一章 概率与统计		
A 卷	57	
B 卷	59	
第十二章 极限		
A 卷	61	
B 卷	63	
第十三章 导数		
A 卷	65	
B 卷	67	
第十四章 复数		
A 卷	69	
B 卷	71	
阶段测试		
A 卷	73	
B 卷	75	
参考答案		77

第一章 集合与简易逻辑(A卷)

第 I 卷(选择题,共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题(本大题共 60 分,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

- 已知集合 $M = \{x | x = m + \frac{1}{6}, m \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{n}{2} - \frac{1}{3}, n \in \mathbb{Z}\}$, $P = \{x | x = \frac{p}{2} + \frac{1}{6}, p \in \mathbb{Z}\}$, 则 M, N, P 满足关系 ()
 A. $M = N \subseteq P$ B. $M \subseteq N = P$ C. $M \subseteq N \subseteq P$ D. $N \subseteq P \subseteq M$
- 下列语句中是命题的是 ()
 A. 你去过加拿大吗?
 B. 如果一个人骄傲自满,那么他就要落后.
 C. 向抗洪英雄致敬!
 D. 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 到 $ab(a-b) > 0$, 成立的充要条件是 ()
 A. $a < 0 < b$ B. $b < a < 0$
 C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $a > b > 0$
- 已知集合 $A = \{-1, 2\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 m 的值组成的集合是 ()
 A. $\{-1, 2\}$ B. $\{-\frac{1}{2}, 1\}$
 C. $\{-\frac{1}{2}, 0, 1\}$ D. $\{-1, \frac{1}{2}\}$
- 设全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $M = \{x | |x| < 2\}$, $P = \{x | x \in \mathbb{N}\}$, 给出下列命题: (1) $0 \in M \cap P$; (2) $-2 \in M \cup P$; (3) $3 \in C_U M \cap P$; (4) $C_U M = \{x | |x| > 2\}$; 其中正确的命题是 ()
 A. (1)(2) B. (2)(3) C. (1)(3) D. (2)(4)
- 某城市郊区对 200 户农民的生活水平进行调查, 统计结果表明: 有彩电的 128 户, 有电冰箱的 162 户, 二者都有的 105 户, 则彩电和电冰箱至少有一种的有 ()
 A. 200 户 B. 192 户 C. 185 户 D. 162 户
- 给出下列四个语句:
 (1) 矩形是平行四边形吗?
 (2) 一个正整数不是合数就是质数;
 (3) $x+y$ 是有理数, 则 x, y 也都是有理数;
 (4) 求证 $x \in \mathbb{R}$, 方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 无实根. 其中假命题的个数是 ()
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- (2003 年黄冈) $C \neq \emptyset$ 是方程 $ax^2 + (y-1)^2 = c$ 表示椭圆或双曲线的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

- 充分必要条件 D. 不充分不必要条件
 - 设集合 A 和 B 都是自然数集合 $\mathbb{N}$, 映射 $f: A \rightarrow B$ 把集合 A 中的元素 n 映射到集合 B 中的元素 $2^n + n$, 则在映射下, 象 20 的原象是 ()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
 - 设命题 P : 关于 x 的不等式 $a_1x^2 + b_1x + c_1 > 0$ 与 $a_2x^2 + b_2x + c_2 > 0$ 解集相同, 命题 $Q: \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, 则命题 Q : ()
 A. 是命题 P 的充分必要条件
 B. 是命题 P 的充分不必要条件
 C. 是命题 P 的必要不充分条件
 D. 是命题 P 的既不充分也不必要条件
 - (2003 年成都) 已知在集合 $M = \{-1, 2\}$, 集合 $P = \{1, -1\}$ 和集合 $S = \{y | y = -x, x = 2\}$ 中有且仅有一个是方程组 $\begin{cases} ax + by = 1, \\ bx - ay = 5, \end{cases}$ 的解集, 则实数 a, b 的值依次是 ()
 A. $-\frac{11}{5}, -\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{2}, 1$
 C. 3, 2 D. $\frac{7}{5}, \frac{9}{5}$
 - (2003 年北京) 设全集 $I = \mathbb{R}$, $A = \{x | -4 < x < -\frac{1}{2}\}$, $B = \{x | x \leq -4\}$, $C = \{x | x \geq -\frac{1}{2}\}$, 则下列关系正确的是 ()
 A. $C = A \cap B$ B. $C = A \cup B$
 C. $C = \overline{A \cap B}$ D. $C = \overline{A \cup B}$
- 二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)
- 给出下列 5 种说法:
 (1) 任意一个集合的正确表示方法都是唯一的;
 (2) 集合 $\{0, -1, 2, -2\}$ 与集合 $\{-2, -1, 0, 2\}$ 是同一个集合;
 (3) 若集合 P 是方程 $2x + y = 1$ 的解集, 则这一个集合是一个无限集;
 (4) 已知 $a \in \mathbb{R}$, 则 $a \in \mathbb{Q}$;
 (5) 集合 $\{x | x = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$ 与集合 $\{y | y = 2s + 1, s \in \mathbb{Z}\}$ 表示的是同一个集合.
 则其中正确的说法的序号是_____ (填上所有正确说法的序号).
 - (2003 年黄冈模拟题) 设全集为 $\mathbb{R}$, 已知集合 $M = \{x | |4x| \geq 13\}$, 集合 $P = \{x | |x| \leq 2a, a > 0\}$, 若 $M \cap P$ 是非空集合, 且集合 $M \cap P$ 所对应的区间长度之和为 $\frac{3}{2}$, 则 $a =$ _____.
 - 在高一年级数、理、化三科竞赛中, 某班学生每人至少参加了数、理、化三科竞赛中的一种, 已知获奖结果是: 有 13 人获数学奖, 10 人获得物理奖, 11 人获得化学奖, 28 人未获奖, 假如这三科竞赛是在不同时间举行的, 那么这个班的人数最多会是_____人, 最少会是_____人.
 - 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, 则实数 m 组成的集合是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤).

- (12 分) 已知 $M = \{(x, y) | y^2 = 2x\}$, $N = \{(x, y) | (x-a)^2 + y^2 = 9\}$, 求 $M \cap N \neq \emptyset$ 的充要条件.
- (12 分) 已知 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 若 $\emptyset \subsetneq A \cap B$, 且 $A \cap C = \emptyset$, 求 a 的值和集合 A .

19. (12分) 已知集合 $A = \{-1, 2, 3, a^2 + 2a - 3, |a + 1|\}$, 其中 $a \in R$.

(1) 若 5 是 A 中的一个元素, 求 a 的值;

(2) 是否存在实数 a , 使得 A 中的最大元素是 12? 若存在, 求出对应的 a 值; 若不存在, 试说明理由.

20. (12分) 已知集合 $P = \{1, x, y\}$, $Q = \{x, x^2, xy\}$;

(1) 若集合 $M = \{4\}$ 是 Q 的一个真子集, 求实数 x, y 应满足的关系;

(2) 若 $P = Q$, 求实数 x, y 的值.

21. (12分) 已知集合 $A = \{x | 0 < ax + 1 \leq 5\}$, 集合 $B = \{x | -\frac{1}{2} < x \leq 2\}$;

(1) 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

(3) A, B 能否相等? 若能, 求出 a 的值; 若不能, 试说明理由.

22. (14分) (2003年三校联考试题) 设 a, b 是两个实数, 集合 $A = \{(x, y) | x = n, y = na + b, n \in Z\}$, $B = \{(x, y) | x = m, y = 3m^2 + 15, m \in Z\}$, $C = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 144\}$ 是 xy 平面内的点集, 讨论是否存在 a 与 b , 使得 $A \cap B \neq \emptyset$ 和 $(a, b) \in C$ 同时成立?

第一章 集合与简易逻辑(B卷)

第 I 卷(选择题,共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题(本大题共 60 分,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1. 设 $f(x), g(x)$ 的定义域为全集 R , 集合 $M = \{x \mid \sqrt{x^2} > 2\}$, $N = \{x \mid \log_7 x > \log_3 7\}$, 那么 $M \cap N$ 等于 ()
 A. $\{x \mid x < -2\}$ B. $\{x \mid x < -2, \text{或 } x \geq 3\}$
 C. $\{x \mid x \geq 3\}$ D. $\{x \mid -2 \leq x < 3\}$
2. (2003 年春) 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 0, x, y \in R\}$, $N = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 0, x, y \in R\}$, 则有 ()
 A. $M \cup N = M$ B. $M \cup N = N$
 C. $M \cap N = M$ D. $M \cap N = \emptyset$
3. (2003 年黄冈模拟试) 已知集合 $\{2x, x^2 - x\}$ 有且只有 4 个子集, 则实数 x 的取值范围 ()
 A. R B. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$
 C. $\{x \mid x \neq 3, x \in R\}$ D. $\{x \mid x \neq 0 \text{ 且 } x \neq 3, x \in R\}$
4. p 或 q 为真命题是 p 且 q 为真命题的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 设集合 $A = \{x \mid |x - a| < 2\}$, $B = \{x \mid \frac{2x-1}{x+2} < 1\}$, 若 $A \subseteq B$ 则实数 a 的取值范围为 ()
 A. $a \leq 1$ B. $0 < a < 1$ C. $0 \leq a \leq 1$ D. $0 < a \leq 1$
6. 设 a, b 是两个实数, 给出下列条件 ① $a + b > 1$; ② $a + b > 2$; ③ $a^2 + b^2 > 2$; ④ $ab > 1$; 则 a, b 中至少有一个大于 1 的充分条件是 ()
 A. ① 和 ④ B. ② 和 ④ C. ② 和 ③ D. 只有 ②
7. 设 $a, b \in R$, 则 $a^2 + b < 1$ 是 $ab + 1 > a + b$ 的 ()
 A. 充分且必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充分不必要条件 D. 不充分不必要条件
8. 设全集 $I = Z$, 集合 $A = \{-1, 1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 从 A 到 B 的一个映射为 $x \rightarrow y = f(x) = \frac{x}{|x|}$, 其中 $x \in A, y \in B, C = \{y \mid y = f(x)\}$, 则 $B \cap \bar{C}$ 等于 ()
 A. $\{0, 2\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0\}$
9. 设 $(x, y) \rightarrow (x \cos \alpha + y \sin \alpha, -x \sin \alpha + y \cos \alpha)$ 是直角坐标平面点集 D 到 D 的映射, 在此映射下, 圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的象的集合是 ()
 A. 直线 B. 圆 C. 椭圆 D. 双曲线
10. 已知 $P = \{m \mid -4 < m < 0\}$, $Q = \{m \mid mx^2 - mx - 1 < 0, \text{对一切 } x \in R \text{ 恒成立}\}$, 那么下列关系中成立的是 ()

11. $p: x_1, x_2$ 是方程 $x^2 + 5x - 6 = 0$ 的两根, $q: x_1 + x_2 = -5$, 则 p 是 q 的 ()
 A. $P \subsetneq Q$ B. $Q \subsetneq P$ C. $P = Q$ D. $P \cap Q = \emptyset$
12. 已知集合 $M = \{(x, y) \mid x + y = 2\}$, $N = \{(x, y) \mid x - y = 4\}$, 那么集合 $M \cap N$ 为 ()
 A. $x = 3, y = -1$ B. $(3, -1)$
 C. $\{3, -1\}$ D. $\{(-3, -1)\}$
13. (2002 年上海模拟题) 设 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq a\}$, 且 $A \neq \emptyset$, $B = \{y \mid y = 2x + 3, x \in A\}$, $C = \{z \mid z = x^2, x \in A\}$, 若 $C \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.
14. 从自然数 $1 \sim 20$ 这 20 个数中任取 2 个相加, 得到的和作为集合 M 的元素, 则 M 的非空子集共有 _____ 个.
15. (2003 年广州模拟试题) $a \in A$ 是集合 $\{(x, y) \mid x^2 + y^2 = a^2\} \cap \{(x, y) \mid xy = x + y\}$ 有两个元素的充要条件, 则 $A =$ _____.
16. 若 $A = \{2, 4, a^3 - 2a^2 - a + 7\}$, $B = \{-4, a + 3, a^2 - 2a + 2, a^3 + a^2 + 3a + 7\}$, 且 $A \cap B = \{2, 5\}$, 则实数 $a =$ _____.
17. (12 分) 已知集合 $A = \{x \mid (\frac{1}{2})^{x^2 - x - 6} < 1\}$, $B = \{x \mid \log_4(x + a) < 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知集合 $A = \{x \mid x^2 + px + q = 0\}$, $B = \{x \mid qx^2 + px + 1 = 0\}$ 同时满足 (i) $A \cap B \neq \emptyset$, (ii) $A \cap \bar{B} = \{2\}$, 其中 p, q 均为不等于零的实数, 求 p, q 的值.

19. (12 分) 设集合 $A = \{(x, y) \mid y = 2x - 1, x \in N\}$, $B = \{(x, y) \mid y = ax^2 - ax + a, x \in N\}$, 问是否存在非零整数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$? 若存在, 请求出 a 的值及 $A \cap B$.

20. (2003 年福州试题)(12 分) 在复数集合中, 已知 $A = \{z_n \mid z_0 = 0, z_1 = 1, z_{n+1} - z_n = (1 + \sqrt{3}i)(z_n - z_{n-1}), (n = 1, 2, 3, \dots)\}$, $B = \{z_n \mid |z_n| \leq 10\}$, 试确定 $A \cap B$ 的元素个数.

21. (12 分)(2003 年八校联考) 已知集合 $A = \{x \mid |x - \frac{\pi}{3}| \leq \frac{\pi}{2}\}$, 集合 $B = \{y \mid y = -\frac{1}{2}\cos 2x - 2a\sin x + \frac{3}{2}, x \in A\}$, 其中 $\frac{\pi}{6} \leq a \leq \pi$, 设全集 $I = \mathbb{R}$, 欲使 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

22. (14 分) 对于点集 $A = \{(x, y) \mid x = a, y = -3a + 2, a \in \mathbb{N}_+\}$, $B = \{(x, y) \mid x = b, y = m(b^2 - b + 1), b \in \mathbb{N}_+\}$. 试证明: 存在惟一的非零整数 m , 使 $A \cap B \neq \emptyset$.

第二章 函数(A卷)

第I卷(选择题,共60分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题(本大题共60分,每小题5分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。)

1. (2003·黄冈)今有一组实验数据如下:

t	1.99	3.0	4.0	5.1	6.12
v	1.5	4.04	7.5	12	18.01

其中能近似地表达这些数据规律的函数是 ()

- A. $v = \log_2 t$ B. $v = \log_{\frac{1}{2}} t$ C. $v = \frac{t^2 - 1}{2}$ D. $v = 2t - 2$

2. 定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: $f(x+1) = -f(x)$,且在区间 $[1, 0]$ 上是增函数,下面是关于函数 $f(x)$ 的判断:

- ① $f(x)$ 是周期函数; ② $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称;
③ $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上是增函数; ④ $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是增函数.

其中正确的判断是

- A. ①④ B. ②③ C. ①②③ D. ①②④

3. (2003·北京)已知函数 $y_1 = 2\sin(x - \frac{\pi}{6})$, $y_2 = 3\sin(x + \frac{\pi}{3})$,那么 $y_1 + y_2$ 的振幅A的值为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $\sqrt{13}$ D. 13

4. (2003·荆州)拟定从甲地到乙地通话 m 分钟的话费由 $f(m) = 1.06(0.05[m] + 1)$ 给出,其中 $m > 0$, $[m]$ 是大于或等于 m 的最小整数,(如 $[3] = 3, [3.7] = 4, [2.1] = 3$),则从甲地到乙地通话时间为5.5分钟的话费是 ()

- A. 3.71 B. 3.97 C. 4.24 D. 4.77

5. 偶函数 $y = \log_a |x - b|$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数,则 a, b 满足 ()

- A. $0 < a < 1$ 且 $b = 0$ B. $0 < a < 1$ 且 $b \in R$
C. $a > 1$ 且 $b = 0$ D. $a > 1$ 且 $b \in R$

6. 函数 $f(x) = ax^2 + bx + 3a + b$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数,则点 (a, b) 轨迹必为 ()

- A. 直线 B. 圆锥曲线 C. 线段 D. 一个点

7. 已知 $A = \{x | \frac{1}{2} \leq x \leq 2\}$, $f(x) = x^2 + px + q$ 和 $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ 是定义在A上的函数,当 $x, x_0 \in A$ 时,有 $f(x) \geq f(x_0)$, $g(x) \geq g(x_0)$ 对于所有 $x \in A$ 都成立,且 $f(x_0) = g(x_0)$,则 $f(x)$ 在A上时最大值是 ()

- A. 8 B. 4 C. 10 D. $\frac{17}{4}$

8. 函数 $f(x) = x^2 + 1(x \leq 0)$ 的反函数为 ()

- A. $f^{-1}(x) = \sqrt{x-1}(x \geq 1)$ B. $f^{-1}(x) = -\sqrt{x-1}(x \geq 1)$
C. $f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}(x \geq -1)$ D. $f^{-1}(x) = -\sqrt{x+1}(x \geq -1)$

9. 设 $a > 1, b > 1$,且 $ab - (a+b) = 1$,那么 ()

- A. $a+b$ 有最小值 $2(\sqrt{2}+1)$ B. $a+b$ 有最大值 $(\sqrt{2}-1)^2$
C. ab 有最大值 $\sqrt{2}+1$ D. ab 有最小值 $2(\sqrt{2}+1)$

10. 已知定义在R上的函数 $f(x)$ 为偶函数,在 $[0, +\infty)$ 上为减函数,且 $f(\frac{1}{2}) =$

0,则满足 $f(\log_{\frac{1}{2}} x) < 0$ 的 x 的取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(2, +\infty)$
C. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (2, +\infty)$ D. $(0, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$

11. 设 $f(x)$ 是奇函数, $F(x) = x^3 f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 是减函数,且 $\mu = F(a^2 - a + 1)$, $v = f(a^2 + a + 1)$, $w = F(-0.75)$, $a \in R$,则有 ()

- A. $\mu \geq w$ B. $v > w$ C. $v \leq w$ D. $\mu < w$

12. 若 $x + 2y = 2\sqrt{2}$, $x > 0, y > 0, a > 1$,则 $\log_a x + \log_a y$ 的最大值为 ()

- A. a B. $2a$ C. 2 D. 1

第II卷(非选择题,共90分)

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

13. 先作与函数 $y = \lg \frac{1}{1-x}$ 的图象关于原点对称的图象,再将所得图象向右平移1个单位,得图象 C_1 ,又函数 $y = f(x)$ 的图象 C_2 与 C_1 关于直线 $y = x$ 对称,则函数 $y = f(x)$ 的解析式是_____.

14. (2003·三校联考)若 $f(x) = 3^x$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$,且 $f^{-1}(18) = a + 2$,则函数 $y = 3^{ax} - 4^x (x \in [0, 1])$ 的值域为_____.

15. 某工厂八年来某种产品总产量C与时间t(年)的函数关系如图1,下列四种说明:①前三年中产量增加的速度越来越快;②前三年中产量增加的速度越来越慢;③第三年后这种产品停止生产;④第三年后,年产量保持不变.其中说法正确的是_____.

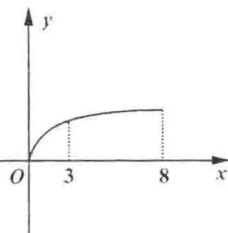


图1

16. 已知函数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(3x^2 - ax + 5)$ 在 $[-1, +\infty)$ 上是减函数,则实数a的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共6小题,共74分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤).

17. (12分)已知 $y = f(x)$ 的定义域为 $[-6, 6]$ 且为奇函数,当 $x \in [0, 3]$ 时是一次函数,当 $x \in [3, 6]$ 时是二次函数, $f(6) = 2$ 且 $f(x) \leq f(5) = 3$,求 $f(x)$ 的解析式.

() 18. (2002年黄冈北京模拟试题)(12分)已知函数 $f(x) = \log_a(a^x - b^x) (a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, \text{且 } a \neq b)$.

(1)求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2)设 $0 < b < 1 < a$,在函数 $f(x)$ 的图象上任取两个不同的点M、N,求证:直线AB的倾斜角必为锐角.

19. (12分)设函数 $y = f(x)$ 定义在R上,对于任意实数 m, n 恒有 $f(m+n) = f(m) \cdot f(n)$ 且当 $x > 0$ 时, $0 < f(x) < 1$

(1)求证: $f(0) = 1$,且当 $x < 0$ 时, $f(x) > 1$

(2)求证: $f(x)$ 在R上递减

(3)设集合 $A = \{(x, y) | f(x^2)f(y^2) > f(1)\}$, $B = \{(x, y) | f(ax - y + 2) = 1, a \in R\}$,若 $A \cap B = \emptyset$,求a的取值范围.

20. (2003年皖中)(12分) 某影院共有1000个座位, 票价不分等次. 根据该影院的经营经验, 当每张票价不超过10元时, 票可全部售出, 当每张票价高于10元时, 每提高1元, 将有30张票不能售出. 为了获得更好的收益, 需给影院定一个合适的票价, 符合的基本条件是: ① 为方便找零和算账, 票价定为1元的整数倍; ② 影院放映一场电影的成本费用支出为5750元, 票房收入必须高于成本支出. 用 x (元)表示每张票价, 用 y (元)表示该影院放映一场的净收入(除去成本费用支出后的收入),

(I) 把 y 表示为 x 的函数, 并求其定义域;

(II) 试问在符合基本条件的前提下, 每张票价定为多少元时, 放映一场的净收入最多?

21. (12分) 已知函数 $f(x) = ax^2 + (2b+3)x$ ($a > 0$) 和函数 $g(x) = 3x - c$, 其中 $a^2 - (b+c)a + bc > 0, a + b + c = 0$.

(1) 求证: $f(x)$ 的图象与 $g(x)$ 的图象总有两个不同的公共点;

(2) 设 $f(x)$ 的图象与 $g(x)$ 的图象的两个公共点之间的距离为 l , 试求 l 的取值范围.

22. (14分) 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx$ (a, b 为常数, $a \neq 0$) 满足条件: $f(-x+5) = f(x-3)$ 且方程 $f(x) = x$ 有等根.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 是否存在实数 m, n ($m < n$), 使 $f(x)$ 的定义域值域分别为 $[m, n]$ 和 $[3m, 3n]$, 如果存在, 请求出 m, n 的值; 如果不存在, 请说明理由.

第二章 函数(B卷)

第 I 卷(选择题,共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

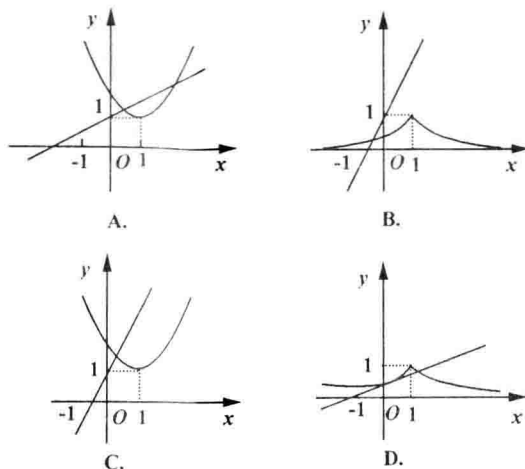
一、选择题(本大题共 60 分,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

- (2003·北京) 函数 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 有相同的定义域,且对定义域中的任何 x ,有 $f(x)+f(-x)=0, g(x)g(-x)=1$,若 $g(x)=1$ 的解集是 $\{x|x=0\}$,则函数 $F(x)=\frac{f(x)}{g(x)-1}+f(x)$ 是 ()
A. 奇函数 B. 偶函数
C. 既是奇函数,又是偶函数 D. 非奇非偶函数
- 已知二次函数 $f(x)=4x^2-2(p-2)x-2p^2-p+1$ 在区间 $[-1,1]$ 内至少存在一个实数 C ,使 $f(x)>0$,则实数 p 的取值范围是 ()
A. $(-3, \frac{3}{2})$ B. $(-\frac{1}{2}, 1)$ C. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ D. $(-3, -\frac{1}{2})$
- 函数 $y=\log_2 x$ 与 $y=\log_{\frac{1}{2}} 4x$ 的图象 ()
A. 关于直线 $x=1$ 对称 B. 关于直线 $y=x$ 对称
C. 关于直线 $y=-1$ 对称 D. 关于直线 $y=1$ 对称
- 已知 $A=\{x|\frac{1}{2}\leq x\leq 2\}$, $f(x)=x^2+px+q$ 和 $g(x)=2x+\frac{1}{x^2}$ 是定义在 A 上的函数,当 $x, x_0\in A$ 时,有 $f(x)\geq f(x_0), g(x)\geq g(x_0)$ 且 $f(x_0)=g(x_0)$,则 $f(x)$ 在 A 上的最大值是 ()
A. 8 B. 4 C. 10 D. $\frac{17}{4}$
- (2003·荆州) 设函数 $f(x)=\cos(\sin x)$ 与 $g(x)=\sin(\cos x)$,则下列结论中不正确的是 ()
A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是偶函数
B. $f(x)$ 的值域是 $[\cos 1, 1], g(x)$ 的值域是 $[-\sin 1, \sin 1]$
C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域都是 $[-1, 1]$
D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 都是周期函数
- (2003·黄冈测试) $y=f(x)$ 是 R 上的减函数,且 $y=f(x)$ 的图象经过点 $A(0, 1)$ 和 $B(3, -1)$,则不等式 $|f(x+1)|<1$ 的解集为 ()
A. $(-1, 2)$ B. $(0, 3)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(-\infty, 3)$
- 设 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的函数则函数 $y=f(x-4)$ 与函数 $y=f(2-x)$ 的图象关于 ()
A. 直线 $x=1$ 对称 B. 直线 $x=-1$ 对称
C. 直线 $x=3$ 对称 D. 直线 $x=-3$ 对称
- 二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的图象与 $y=\pm x$ 的图象没有公共点,则下列结论正确的是 ()
A. $4ac-b^2=0$ B. $4ac-b^2=1$ C. $4ac-b^2<1$ D. $4ac-b^2\leq 1$
- 已知 $a>b>0$,且 $ab=1$,若 $m=\log_{\frac{2}{a+b}} a, n=\log_{\frac{2}{a+b}} b, p=\log_{\frac{2}{a+b}} ab$,则 m, n, p 的大小关系是 ()
A. $m>n>p$ B. $m>p>n$ C. $n>p>m$ D. $p>m>n$
- 与函数 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的图象完全相同的函数是 ()
A. $y=\log_2 x$ B. $y=\log_2(x+1)$ C. $y=\log_4 x$ D. $y=\log_2 \frac{1}{x}$
- 若定义在区间 $(-1, 0)$ 内的函数 $f(x)=\log_{2a}(x+1)$ 满足 $f(x)>0$,则 a 的

取值范围是

- A. $(0, \frac{1}{2})$ B. $(0, \frac{1}{2}]$ C. $(\frac{1}{2}, +\infty)$ D. $(0, +\infty)$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{x-1}{a}(a>0, a\neq 1)$,在同一坐标系中, $y=f^{-1}(x)$ 与 $y=a^{|x-1|}$ 的图像(如图所示)只可能是 ().



第 II 卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

- $f(x)=4^x-2^{x+1}$,则 $f^{-1}(0)=$
- 已知函数 $f(x)=\sin x+5x, x\in(-1, 1)$. 如果 $f(1-a)+f(1-a^2)<0$,则 a 的取值范围是
- (2003 年海淀练习) 已知 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 互为反函数, a 是方程 $f(x)+x=10$ 的一个根, β 是方程 $g(x)+x=10$ 的一个根,若 $f(x)=\arctg x$,则 $a+\beta=$
- 将奇函数 $y=f(x)$ 的图象向左水平移动一个单位,得到曲线 C ,曲线 C 关于原点对称的曲线 C' ,则 C' 所对应的函数是

三、解答题(本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤).

17. (12 分) 已知函数 $f(x)$ 满足 $axf(x)=b+f(x)$ (其中 a, b 均不为零), $f(1)=2$,且 $f(x+2)=-f(2-x)$ 对于定义域中的任意 x 都成立,求函数 $f(x)$ 的解析式.

18. (12 分) 设 $f(x)$ 是定义在 R^+ 上的增函数,且 $f(\frac{x}{y})=f(x)-f(y)$,若 $f(z)=1$

(1) 求 $f(4)$ 的值.

(2) 解关于 x 的不等式: $f(x)-f(\frac{1}{x-3})\geq 2$.

19. (12 分) $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数,且满足如下两个条件:

① 对于任意的 $x, y\in R$,有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$;

② 当 $x>0$ 时, $f(x)<0$,且 $f(1)=-2$.

求函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最大值.

20. (2002 年广东试题)(12 分) 某地区地理环境偏僻, 严重制约着经济发展, 某种土特产品只能在本地销售, 该地政府每投次 x 万元, 所获利润为 $P = -\frac{1}{160}(x - 40)^2 + 10$ 万元. 为顺应西部大开发, 该地区政府制订经济发展十年规划时, 拟开发此种土特产品, 而开发前后用于该项目投资的专项财政拨款每年都是 60 万元. 若开发该产品, 必须在前 5 年中, 第年从 60 万专款中拿出 30 万元投资修通一条公路, 且 5 年可以修通. 公路修通后, 该产品在异地销售, 每投资 x 万元, 可获利润 $Q = -\frac{159}{160}(60 - x)^2 + \frac{119}{2}(60 - x)$ 万元. 问: 从十年的总利润来看, 该项目有无开发价值?

21. (12 分) 已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 存在常数 $a > 0$, 使 $f(a) = 1, f(x_1 - x_2) = \frac{f(x_1)f(x_2) + 1}{f(x_2) - f(x_1)} [f(x_1 - x_2), f(x_1), f(x_2)]$ 都有意义, 且 $f(x_1) \neq f(x_2)$.
(1) 求 $f(2a)$;
(2) 若 $f(x)$ 有意义, 证明: 存在常数 $T > 0$, 使 $f(x + T) = f(x)$.

22. (2003 年株洲试题)(14 分) 记函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 若存在 $x_0 \in D$, 使 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称以 (x_0, x_0) 为坐标的点为函数 $f(x)$ 图像上的不动点.
(1) 若函数 $f(x) = \frac{3x + a}{x + b}$ 图像上有两个关于原点对称的不动点, 求 a, b 应满足的条件;
(2) 在(1)的条件下, 若 $a = 8$, 记函数 $f(x)$ 图像上两个不动点分别为 A, A' , P 为函数图像上的另一点, 且纵坐标 $y_P > 3$, 求点 P 到直线 AA' 距离的最小值及此时 P 点坐标;
(3) 下述命题: “若定义在 R 上的奇函数图像上存在有限个不动点, 则不动点有奇数个.” 是否正确? 若正确, 请给予证明; 若不正确, 请举一反例.

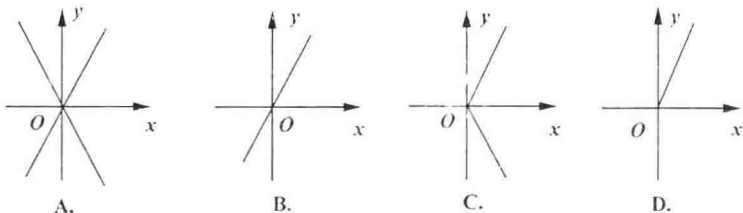
第三章 数列(A卷)

第 I 卷(选择题,共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题(本大题共 60 分,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

- (2003 年烟台市高三诊断性测试) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_{2002} = 2S_{2001} + 6$, $a_{2003} = 2S_{2002} + 6$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公比 q 为 ()
A. 2 B. 4 C. 5 D. 3
- 已知 $a, 1, c$ 成等差数列, $a^2, 1, c^2$ 成等比数列, 则 $\log_{a+c}(a^2 + c^2)$ 等于 ()
A. 1 B. 3 C. 1 或 $\log_2 6$ D. 3 或 $\log_2 6$
- 等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1, 公比为 q , 前 n 项的和是 S , 由原数列各项的倒数组成一个新数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$, 则 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项之和是 ()
A. $\frac{1}{S}$ B. $\frac{1}{q^n S}$ C. $\frac{S}{q^{n-1}}$ D. $\frac{q^n}{S}$
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知对任意自然数 n , $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 2^n - 1$, 那么 $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 =$ ()
A. $(2^n - 1)^2$ B. $\frac{1}{3}(2^n - 1)^2$ C. $4^n - 1$ D. $\frac{1}{3}(4^n - 1)$
- 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n > 0$, 且 $\{a_n a_{n+1}\}$ 是公比为 $q (q > 0)$ 的等比数列, 满足 $a_n a_{n+1} + a_{n+1} a_{n+2} > a_{n+2} a_{n+3} (n \in \mathbb{N}^*)$, 则公比 q 的取值范围是 ()
A. $0 < q < \frac{1+\sqrt{2}}{2}$ B. $0 < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$
C. $0 < q < \frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ D. $0 < q < \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
- 一个三角形的三个内角 A, B, C 成等差数列, 则 $\tan(A+C)$ 的值为 ()
A. $-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 不确定
- (2003 年人大附中卷) 已知 $\lg x, \lg 2y, \lg 9x$ 依次成等差数列, 则点 (x, y) 的轨迹示意图为 ()



- $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 1$, 公差为 d , $\{b_n\}$ 是等比数列, 公比为 q , 数列 $\{a_n + b_n\}$ 的前三项为 3, 12, 23, 则 $d + q =$ ()
A. 2 B. 7 C. 9 D. 14
- 一弹性球从 32 m 高处自由落下, 每次着地后又跳回到原高度的一半再落下, 则第 5 次着地时所经过的路程为 ()
A. 160 m B. 92 m C. 93 m D. 80 m
- (2003·北京) 根据调查, 预测某家电商品从年初开始的几个月内累积的需求量 S_n (万件) 近似地满足 $S_n = \frac{n}{90}(21n - n^2 - 5) (n = 1, 2, \dots, 12)$, 按此预测, 在本年度需求量超过 1.5 万件的月份是 ()
A. 5 月和 6 月 B. 6 月和 7 月 C. 7 月和 8 月 D. 8 月和 9 月
- 已知数列 $(\frac{1}{2})^0, (\frac{1}{2})^{\frac{1}{n}}, (\frac{1}{2})^{\frac{2}{n}}, \dots$ 使这个数列前 n 项的积不小于 $\frac{1}{32}$ 的最大正

- 整数 n 是 ()
A. 8 B. 9 C. 10 D. 11
12. 下面有四个结论, 其中正确结论的个数是 ()
① 由第 1 项起乘以相同常数得到最后一项, 这样所得到的数列一定为等比数列, ② 由常数 $a, a, \dots, a$ 所组成的数列一定为等比数列, ③ 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若公比 $q = 1$, 则此数列各项都相同, ④ 等比数列中, 各项与公比都不能为零
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

- 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = p, a_2 = q, a_n^2 = a_{n-1} \cdot a_{n+1} (n \geq 2)$ (其中 p, q 是非零的常数), 那么该数列的前 10 项之和是_____.
- 下列命题中
(1) 常数列既是等差数列, 又是等比数列
(2) 公比为 1 的等比数列一定是常数列
(3) 公比大于 1 的等比数列为递增数列
(4) 任何不为 0 的两个实数均有等比中项
其中命题正确的是_____.
- 这是一个计算机程序的操作说明:
(1) 初始值 $x = 1, y = 1, z = 0, n = 0$;
(2) $x = x + 2$ (将当前 $x + 2$ 的值赋予新的 x);
(3) $n = n + 1$ (将当前 $n + 1$ 的值赋予新的 n);
(4) $y = 2y$ (将当前 $2y$ 的值赋予新的 y);
(5) 若 $z > 7000$, 则执行语句(7), 否则回答(2) 继续进行;
(6) 打印 n, z ;
(7) 程序终止.
由语句(7) 打印出的数值是_____.

- 一套共 7 册的书计划每两年出一册, 若出完全部各册书公元年代之和为 13958, 则出齐这套书的年份是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

- (12 分) (2003 年黄冈 4 月份高三质量检测) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $(3 - m)S_n + 2ma_n = m + 3 (n \in \mathbb{N})$. 其中 m 为常数, 且 $m \neq -3$.
(1) 求证 $\{a_n\}$ 是等比数列
(2) 若数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = f(m)$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1, b_n = \frac{2}{3}f(b_{n-1}) (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$, 求证 $\{\frac{1}{b_n}\}$ 为等差数列, 并求 b_n .

- (12 分) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 当 $n \geq 1$ 时, S_{n+1} 是 a_{n+1} 与 $S_{n-1} + 2$ 的等比中项.

- (1) 求证: 对于 $n \geq 1$, 有 $\frac{1}{S_n} - \frac{1}{S_{n+1}} = \frac{1}{2}$;
(2) 设 $a_1 = -1$, 求 S_n 的表达式;
(3) 设 $a_1 = -1$, 且 $\{\frac{n}{(pm+q)S_n}\}$ 是等差数列 ($p, q \neq 0$), 求证: $\frac{p}{q}$ 是常数.

- (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是它的前 n 项和, 并且 $S_{n+1} = 4a_n + 2 (n = 1, 2, \dots), a_1 = 1$.

- (1) 设 $b_n = a_{n+1} - 2a_n (n = 1, 2, \dots)$ 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列.
(2) 设 $C_n = \frac{a_n}{2^n} (n = 1, 2, \dots)$, 求证: 数列 $\{C_n\}$ 是等差数列.
(3) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和公式.

20. (12分) 某种商品进价每个 80 元, 零售价每个 100 元, 为了促进销售, 拟采用买一个这种商品赠送 1 个小礼品的办法, 经验表明: 礼品价值为 1 元, 销售量增加 10%, 且在一定范围, 礼品价值为 $(n+1)$ 元时, 比礼品价值为 n ($n \in \mathbf{N}^*$) 元时的销售量增加 10%.
- (1) 写出礼品价值为 n 元时利润 y_n 与 n 的函数关系式.
- (2) 请你设计礼品价值, 使销售商品获得最大利润.
21. (12分) (2003 年成都高三检测题) 若 A_n 和 B_n 分别表示数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 前 n 项的和, 对任意正整数 n , $a_n = -\frac{2n+3}{2}$, $4B_n - 12A_n = 13n$.
- (1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 设有一系列圆 $C_1, C_2, \dots, C_n$, 圆 C_n ($n \in \mathbf{N}$) 的圆心为 (a_n, b_n) , 且通过点 $D_n(3n^2 + \frac{13}{4}n - \frac{1}{4}, 0)$, 过点 D_n 且与圆 C_n 相切的直线的斜率为 k_n , 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_n}{a_n b_n}$;
- (3) 设集合 $M = \{x \mid x = 2a_n, n \in \mathbf{N}\}$, $N = \{y \mid y = 4b_n, n \in \mathbf{N}\}$, 若等差数列 $\{d_n\}$ 的任一项 $d_n \in M \cap N$, d_1 是 $M \cap N$ 中的最大数, 且 $-256 < d_{10} < -125$, 求 $\{d_n\}$ 的通项公式.
22. (14分) (2003·烟台市 3 月份高三诊断性测试) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1} + a_n = 3n - 54$ ($n \in \mathbf{N}^*$).
- (1) 若 $a_1 + 20 = 0$, 求 $\{a_n\}$ 的通项 a_n ;
- (2) 设 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 证明: 当 $a_1 + 27 > 0$ 时, 存在自然数 m , 使得当 $n = m$ 时, S_n 和 $|a_{n+1} + a_n|$ 都取得最小值, 并求出此时的 m 值.

第三章 数列(B卷)

第 I 卷(选择题,共 60 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案												

一、选择题(本大题共 60 分,每小题 5 分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = a^n - 1$ (a 是不为 0 的实数),那么 $\{a_n\}$ ()
A. 一定是等差数列 B. 一定是等比数列
C. 或者是等差数列,或者是等比数列
D. 既不是等差数列,又不是等比数列
- 设数列 $1, (1+2), \dots, (1+2+2^2+\dots+2^{n-1}), \dots$ 的前 n 项和为 S_n ,则 S_n 的值为 ()
A. 2^n B. $2^n - n$ C. $2^{n+1} - n$ D. $2^{n+1} - n - 2$
- 设 $2^a = 3, 2^b = 6, 2^c = 12$,则数列 a, b, c 是 ()
A. 是等比数列,但不是等差数列 B. 是等差数列,但不是等比数列
C. 是等差数列,又是等比数列 D. 既不是等差数列,又不是等比数列
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{101} = 0$,则有 ()
A. $a_1 + a_{101} > 0$ B. $a_2 + a_{100} < 0$
C. $a_3 + a_{99} = 0$ D. $a_{51} = 51$
- 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列,公差 $d \neq 0$,又 a_k, a_m, a_p 成等比数列,则它们的公比为 ()
A. $\frac{m-p}{k-m}$ B. $\frac{p-m}{p-k}$ C. $\frac{m-k}{m-p}$ D. $\frac{k-m}{k-p}$
- 已知 x, y 为正实数,且 x, a_1, a_2, y 成等差数列, x, b_1, b_2, y 成等比数列,则 $\frac{(a_1 + a_2)^2}{b_1 b_2}$ 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, +\infty)$ B. $(0, 4]$
C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup [4, +\infty)$
- 给定公比为 q ($q \neq 1$) 的等比数列 $\{a_n\}$,设 $b_1 = a_1 + a_2 + a_3, b_2 = a_4 + a_5 + a_6, \dots, b_n = a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}, \dots$,则数列 $\{b_n\}$ ()
A. 是等差数列 B. 是公比为 q 的等比数列
C. 是公比为 q^3 的等比数列 D. 既非等差数列,又非等比数列
- 若 a, b, c 成等比数列,其中 $0 < a < b < c, n$ 是大于 1 的整数,那么 $\log_a n, \log_b n, \log_c n$ 所组成的数列是 ()
A. 等比数列 B. 等差数列
C. 每项倒数成等差数列 D. 每项倒数成等比数列
- 如果数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = 3n^2 - 2n - 1$,那么数列 $\{a_n\}$ 是 ()
A. 等差数列 B. 等比数列
C. 从第二项开始,以后各项成等差数列
D. 从第二项开始,以后各项成等比数列
- 在数列 $1, 3, 2, \dots$ 中,前两项以后的每一项等于它前面的一项减去再前面的一

项所得的差,这个数列前 200 项之和为 ()

- A. 5 B. 4 C. 2 D. -1
11. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列,且 $a_n > 0, a_2 a_4 + 2a_3 a_5 + a_4 a_6 = 25$,那么 $a_3 + a_5$ 的值等于 ()
A. 5 B. 10 C. 15 D. 20
12. 数列 $\{a_n\}$ 对任意自然数 n ,都满足 $a_{n+2}^2 = a_n \cdot a_{n+4}$ 且 $a_3 = 2, a_7 = 4, a_n > 0$,则 a_{11} 的值是 ()
A. 16 B. 8 C. 32 D. 不确定

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

13. 两等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 前 n 项和的比为 $\frac{5n+3}{2n+7}$,则 $\frac{a_9}{b_9} = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,满足 $3a_4 = 7a_7$,且 $a_1 > 0, S_n$ 是数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和.若 S_n 取得最大值,则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.
15. 三个数成等差数列,其比为 $3:4:5$,如果最小数加上 1,则三个数成等比数列,则这三个数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a = -5$,前 11 项的和为 55,若从中抽出一项,使余下 10 项的和为 40,则抽出的是第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 项.
- 三、解答题(本大题共 6 小题,共 74 分,解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤).
17. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1, a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_n - a_{n-1}, \dots$ 是首项为 1,公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列.
(1) 求 a_n 的表达式
(2) 如果 $b_n = (2n-1)a_n$,求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (12 分) 已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$,其前 n 项和 $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q}$ (q 是常数, $q \neq 0$ 且 $q \neq 1$),

(I) 求证 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(II) 如果 $a_1, a_2 + 1, a_3$ 成等差数列,且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = 2$,求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 3$,通项 a_n 与前 n 项和 S_n 之间满足 $2a_n = S_n \cdot S_{n-1}$ ($n \geq 2$),
(I) 求证 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 是等差数列,并求公差;
(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(III) 数列 $\{a_n\}$ 中是否存在自然数 k ,使得不等式 $a_k > a_{k+1}$ 对任意大于或等于 k 的自然数都成立?若存在,求出最小的 k 值;若不存在,请说明理由.