



志鸿优化系列丛书

丛书主编 任志鸿

推广版

TUI GUANG BAN

高中 优秀教案

GAOZHONGYOUXIUJIAOAN

数 学

配新课标苏教版

【必修5】

本丛书经新课标专家审订

南方出版社



志鸿优化系列丛书

高中 优秀教案

GAO ZHONG YOU XIU JIAO AN

配新课标苏教版

【必修5】数学

丛书主编 任志鸿

本册主编 张海兵 吴伟昌

副主编 王 慧 黄善波

编 者 王 慧 孙利民 李永江 刘恒权

吴伟昌 张海兵 徐丽娟 黄善波



图书在版编目(CIP)数据

高中优秀教案·数学·5:必修/任志鸿主编. —海口:
南方出版社, 2008. 11
(志鸿优化系列丛书)
配新课标苏教版
ISBN 978-7-80701-178-1

I. 高... II. 任... III. 数学课—教案(教育)—高中 IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 173639 号

责任编辑:杨 凯

志鸿优化系列丛书

高中优秀教案·数学·必修:5
任志鸿 主编

南方出版社 出版

(海南省海口市和平大道 70 号)

邮编:570208 电话:0898—66160822

山东滨州汇泉印务有限公司印刷

山东世纪天鸿书业有限公司总发行

2008 年 11 月第 1 版 2008 年 11 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:52 字数:1070 千字

定价:130.00 元(全套共 3 册)

(如有印装质量问题请与承印厂调换)

温·馨·提·示

优秀教案的亮点

YOU XIU JIAO AN DE LIANG DIAN



◎ 好用+实用

本书紧扣“提升学科素养，注重能力生成”的课标理念，以“好用+实用”作为本书编写的落脚点，把专家的最新研究成果与首批课改省区一线教师的实践经验融为一体。“好用”主要体现在一些课时提供多个不同思路、不同风格的教学设计方案，或者针对某个教学环节提供多种设计思想，便于教师选择、参考；“实用”主要体现在备课要素齐全，内容详实完备，资料丰富实用。

◎ 详案+简案

部分节课提供两种教学方案设计：一种详案，可直接拿来上课教学；一种简案，可借鉴上课，启发教学思维。两案供老师依据个人教学风格、教学水平灵活选用。部分科目还依托志鸿优化网提供了多媒体课的设计案例。一书两用，物超所值。

◎ 精选备课资料+常用网络资源

联系教材内容，精选紧贴学生生活，充满时代气息，汇集生活现实、社会热点、科技前沿的备课资料供教师备课时参考；书末附有常用网络教学资源，网络资源中不乏直观形象的优秀课件、丰富的教学素材供教师备课时选用。

● 特别提示 ●

本书依托“志鸿优化网”，致力于打造全国最大的开放式教学案例交流平台。

本书期待您的参与，欢迎您投稿（详情见书末“征稿启事”）。

前言

EXCELLENT TEACHING PLANS



课堂,无论对教师还是学生而言,都是最富有生命意义的。她,滋养生命、塑造心灵;她,点燃热情、播撒希望。在这里,涓涓细流,汇成一条条奔腾不息的大河;在这里,心与心碰撞,火与花共燃,沟通交流,构筑一个个知、情、意交融的大舞台。

怎样教学才能让课堂充满生命活力?有人说要“诗意地教语文”,有人说要“逻辑地教数学”,有人说要“辩证地教政治”……家家抱荆山之玉,人人怀灵蛇之珠。

其实,教学有法,但教无定法。教师可以一讲到底,也可以让学生自主研学,还可以进行师生互动探究……总之,因课时内容而宜,因当地学情而宜……只要你怀有一颗智慧的心。

教案是教学的准备,要备学生,备教材,备教法。在备学生上,我们坚持“以学生为中心”的原则,通过各种途径调动学生的积极性,引导学生学会学习。在备教材上,我们力求透辟地分析,深入浅出,引发联想,实现对话。同时,我们还引介一定数量的课外资料,可拓展教师视野,并为学有余力的学生作拓展延伸之用。在教法上,我们尽量显现逼真的课堂场景,充分体现教学进程的导入、推进、高潮、结束几个环节,注重方法和技能的培养。

依据课堂教学规律,本丛书主要设置以下栏目:

【本章规划】按章规划教学。系统概括本章知识结构和特点,整体规划本章教学过程和课时安排。

【从容说课】指出本章节(课)内容特色及章节(课)内容的重点、难点,并依据教学重点、难点的分布,阐明规律的总结和方法的突破,从宏观上高效指导授课全程。

本书在编写过程中,参考了有关文献,在此表示诚挚的谢意。



【三维目标】以教材内容的节(课)为单位,简明扼要地叙述“知识与技能”“过程与方法”“情感态度价值观”三方面在本节(课)教学中所要达到的目标要求。

【教学过程】按课时编写,每一课时分“导入新课”“推进新课”“课堂小结”等几个环节,加强师生活动的设计,以师生互动探究为主。力求达到知行合一,使课堂真正变为师生共同成长“天堂”。

【板书设计】本栏目主要是对一节课所授知识点、重难点、能力点的梳理和网络构建,内容设置条理化,呈现出设计的美感。

【习题详解】对教材每一节课后的习题进行详细解答,包括详细答案、解析过程和方法等,以方便教师课后进行习题讲解和批改作业时使用。

【备课资料】联系教材内容,汇集生活现实、社会热点、科技前沿等与之相关的材料,并设计开放型问题供学生讨论,设置探究性课题供学生研究,或精编能力训练题供学生课外提升。

课堂教学永远是一个变数,教学的追求也是永无止境的。对教案的使用,我们希望它是一块磨刀石,能够不断磨砺你的宝剑,而不是包医百病的“万能药”,同时希望你放开眼光,智慧地“拿来”,创造性地使用。欢迎你把宝贵的意见告诉我们,让我们携手为提升课堂的生命价值而共同努力。

丛书编委会

第1章 解三角形

1.1 正弦定理	2
1.1.1 正弦定理	2
1.1.2 正弦定理的运用	9
1.2 余弦定理	19
1.2.1 余弦定理	20
1.2.2 余弦定理的运用(一)	26
1.2.3 余弦定理的运用(二)	32
1.3 正弦定理、余弦定理的应用	41
1.3.1 测量距离的问题	41
1.3.2 测量角度的问题	46
1.3.3 三角形的计算问题	54
本章复习	64

第2章 数列

2.1 数列	72
2.2 等差数列	79
2.2.1 等差数列的概念	79
2.2.2 等差数列的通项公式	84
2.2.3 等差数列的前 n 项和	93
2.3 等比数列	103
2.3.1 等比数列的概念	103
2.3.2 等比数列的通项公式(一)	108
2.3.2 等比数列的通项公式(二)	114
2.3.3 等比数列的前 n 项和(一)	121
2.3.3 等比数列的前 n 项和(二)	127

EXCELLENT TEACHING PLANS

本章复习(一).....	133
本章复习(二).....	141

第3章 不等式

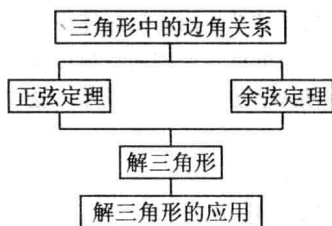
3.1 不等关系	147
3.1.1 不等关系	147
3.1.2 不等式的基本性质及简单应用	156
3.2 一元二次不等式	162
3.2.1 一元二次不等式的解法	162
3.2.2 一元二次不等式的应用(一)	171
3.2.2 一元二次不等式的应用(二)	181
3.3 二元一次不等式组与简单的线性规划问题	189
3.3.1 二元一次不等式表示的平面区域	189
3.3.2 二元一次不等式组表示的平面区域	194
3.3.3 简单的线性规划问题(一)	200
3.3.3 简单的线性规划问题(二)	206
3.3.3 简单的线性规划问题(三)	217
3.4 基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a \geq 0, b \geq 0)$	225
3.4.1 基本不等式的证明	225
3.4.2 基本不等式的应用(一)	230
3.4.2 基本不等式的应用(二)	234
本章复习(一).....	242
本章复习(二).....	250
本章复习(三).....	256

第1章 解三角形

本章规划

本章内容是在已学过的三角形的边角关系知识的基础上,再进一步拓宽和完善正弦定理、余弦定理的学习,对解决实际问题有更广泛的应用.通过对任意三角形边角关系的研究,发现并掌握三角形的边长与角度之间的数量关系,并认识到运用它可以解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.正弦定理、余弦定理是反映三角形边角关系的重要定理,利用正弦定理、余弦定理,可以将三角形中的边的关系和角的关系进行相互转化,许多几何问题也可以转化为解三角形的问题.通过学习,既能加深对三角形边角关系理论知识的理解,又能应用在实际生活和科学研究中,并激发学生热爱自然、探索自然的浓厚兴趣和人文情怀.

本章的知识结构如下图所示:



本章主要学习正弦定理、余弦定理,以及正弦定理、余弦定理在解决实际问题中的简单应用.其中心内容是解三角形,正弦定理和余弦定理是解三角形的工具,最终落实在解三角形的应用上.

本章共分3节:1.1 正弦定理;1.2 余弦定理;1.3 正弦定理、余弦定理的应用.

教材首先通过回忆直角三角形中的边角关系,引导学生思考这个结论是否对任意三角形也成立,然后,分别用了两种方法证明正弦定理.方法一:直角、锐角、钝角三角形中的边角关系;方法二:向量法(向量的数量积).最后,指出并举例说明应用正弦定理能够解决的三角形问题.

关于余弦定理,教材提出上一节中作数量积将向量等式转化为数量关系,进而推导出正弦定理,问:还有其他途径将该等式数量化吗?然后两边平方转化得出余弦定理.最后,举例说明可以应用余弦定理能够解决的解三角形问题.

正弦定理和余弦定理在测量学、运动学、力学、电学等领域有着广泛的应用,教材介绍了它在测量距离、角度等问题中的一些应用.

本章内容有很强的实践性,教材安排了一个利用本章知识的有关测量的实习作业,教师可以根据实际情况具体安排,本书不再涉及.

课时安排 本章教学约需9课时,具体分配如下(仅供参考):

正弦定理	约2课时;
余弦定理	约3课时;
正弦定理、余弦定理的应用	约3课时;
本章复习	约1课时.

教学目标 1. 通过对任意三角形边长和角度关系的探索,掌握正弦定理、余弦定理的推导并能解决一些简单的三角形度量问题.

2. 运用正弦定理、余弦定理等知识和方法解决一些与测量和几何计算有关的实际问题.

备课札记

教学重点 正弦定理、余弦定理内容及推导证明, 正弦定理、余弦定理的应用.

教学难点 正弦定理、余弦定理的应用.

1.1 正弦定理

1.1.1 正弦定理

从容说课

正弦定理是关于任意三角形边角之间关系的重要定理. 教科书用构造直角三角形和向量的有关知识推导出了这个定理, 并运用它解决测量、几何等方面的实际问题, 从而使学生进一步了解数学在实际中的应用, 激发学生学习数学的兴趣.

这一节先由直角三角形中的边角关系引申到任意三角形, 然后在任意三角形中通过构造直角三角形得到结论. 也可以引导学生用向量运算来推导, 用 $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{BC}$, 然后通过向量的数量积得到正弦定理. 分析正弦定理的特征可以解决两类斜三角形问题: ①已知两角与任一边, 求其他两边和一角; ②已知两边与其中一边的对角, 求另一边的对角(从而进一步求出其他的边和角).

教学重点 1. 正弦定理的推导.

2. 用正弦定理解斜三角形的应用.

教学难点 1. 正弦定理的多种推导思路与方法.

2. 正弦定理在解三角形时的应用思路.

3. 实际问题向解三角形问题的转化.

教具准备 多媒体及课件, 几何画板.

三维目标

一、知识与技能

1. 了解向量知识的应用.
2. 掌握正弦定理推导过程, 能用正弦定理解斜三角形中的有关问题.
3. 能用计算器进行运算.

二、过程与方法

1. 通过引用实际生活例子, 激发学生的学习积极性, 并培养其发现问题、分析问题、解决问题的能力.
2. 采用从特殊到一般的方法来研究正弦定理, 按照发现—思考—交流—实验—证明—得出结论的方法进行启发式教学, 使学生养成良好的学习思维习惯.

三、情感态度与价值观

1. 通过实际例子引发学生兴趣, 从而使学生明白理论联系实际的科学思想.
2. 通过知识之间的联系与推理使学生明白事物之间的普遍联系与辩证统一性.



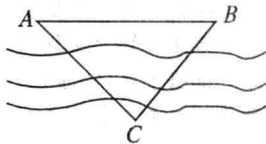
教学过程

备课札记

导入新课

师 现实生活中有许多测绘问题,如:测量楼高、隧道长、河流宽等,往往由于地形条件的制约,有一些量不易被直接测量.这时就需要能够根据其他易测量的数据来计算.

引例:(1)(课件展示动画图)如图,在河岸一侧有A、B两点,现要测量这两点距河对岸点C处的距离,如何实现呢?



(2)(展示图)上海东方明珠电视塔塔高位居亚洲第一、世界第三位,如何测量其塔高呢?

(3)尼罗河纵贯非洲大陆东北部,流经布隆迪、卢旺达、坦桑尼亚、乌干达、埃塞俄比亚、苏丹、埃及,跨越世界上面积最大的撒哈拉沙漠,最后注入地中海.流域面积约335万平方公里,占非洲大陆面积的九分之一,全长6650公里,年平均流量每秒3100立方米,为世界最长的河流.尼罗河——阿拉伯语意为“大河”.“尼罗,尼罗,长比天河”,是苏丹人民赞美尼罗河的谚语.那么如何求某一段河的宽呢?



上海东方明珠电视塔

合作探究

以引例(1)来探究

师 从图上看我们可以测量出哪些量呢?

生 AB的长度,角A、B的大小.

师 上述问题实际上是利用已知边和角去求未知的边和角的解三角形问题.若上述条件放在什么样的三角形中我们可以解决?

生 直角三角形.

推进新课

师 在直角三角形中的边角关系是怎样的呢?

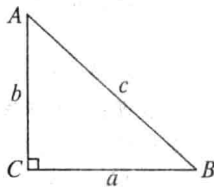
生 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 是角A、B、C的对边,有 $\sin A = \frac{a}{c}$, $\sin B = \frac{b}{c}$, $\sin C = 1 = \frac{c}{c}$.

所以 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

师 利用上面的结论,若角A、B和边c已知,则边a、b可求.

师 如果 $\triangle ABC$ 为任意三角形呢?边a、b的长度又如何求呢?

要是 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 对任意三角形都成立,那么这个问题就可以解决.



知识拓展

任意画一个三角形,然后测量此三角形三个内角的大小及三条边的长,再对每条边计算其长度与它的对角的正弦值之比,三个比值相等吗?改变三角形的形状再试一试.(学

备课札记

生通过测量与计算发现 $\frac{a}{\sin A}, \frac{b}{\sin B}, \frac{c}{\sin C}$ 近似相等)

于是我们猜想:对于任意 $\triangle ABC$,都有 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,

即在一个三角形中,各边和它所对角的正弦之比相等.

方法引导 要证明上述结论,可以采用化一般三角形为直角三角形来解决:

证明方法一:转化为直角三角形中的边角关系.涉及到边和三角函数值,当然也可以尝试用三角函数的定义来解决.

证明方法二:建立直角坐标系,利用三角函数的定义.

证明方法三:通过三角形的外接圆,将任意三角形问题转化为直角三角形问题.

证明方法四:利用向量的投影或向量的数量积(产生三角函数).

合作探究

证法一:不妨设 $\angle C$ 为最大角.

(1)若 $\angle C$ 为直角,我们已经证得结论成立;

(2)若 $\angle C$ 为锐角(如图).

师 如何构造直角三角形?

生 过A作BC的垂线.

师 作 $AD \perp BC$,我们可以得到哪些结论?

生 $\sin B = \frac{AD}{c}$, $\sin C = \frac{AD}{b}$, 所以 $AD = c \sin B = b \sin C$,

即 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

生 同理,可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 所以 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

(3)若 $\angle C$ 为钝角(如图),(学生完成如下过程)

过点A作 $AD \perp BC$,交BC的延长线于D,

此时有 $\sin B = \frac{AD}{c}$,

而且 $\sin \angle ACB = \sin(180^\circ - \angle ACD) = \frac{AD}{b}$.

仿(2)可得 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

由(1)(2)(3)知,结论成立.

正弦定理:在一个三角形中,各边和它所对角的正弦的比相等.

即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

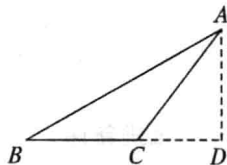
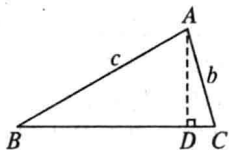
点评:上述证法采用将任意三角形转化为直角三角形来解决.直角三角形中的边角关系是已经学过的知识,用已学过的知识来解决和探究新的知识,由特殊到一般,用特殊的问题来推导一般的问题,充分体现了事物之间的联系与辩证统一的观点.

证法二:接下来,我们可以考虑用前面所学的向量知识来证明正弦定理.

师 从定理内容可以看出,定理反映的是三角形的边角关系,而向量知识中,哪一处知识点体现边角关系呢?

生 向量的数量积的定义:

$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos \theta$,





备课札记

其中 θ 为两向量的夹角.

师 如图,在 $\triangle ABC$ 中,有 $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. 要构造数量积可选哪个向量?

生 不妨设 $\angle C$ 为最大角,过点 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ,选择向量 $\overrightarrow{AD}$,
因为 $\overrightarrow{AD} \perp \overrightarrow{BC}$,于是有 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

$$\text{所以 } \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0,$$

$$\text{即 } |\overrightarrow{AD}| |\overrightarrow{BA}| \cos(90^\circ + B) + |\overrightarrow{AD}| |\overrightarrow{AC}| \cos \angle CAD = 0.$$

其中,当 $\angle C$ 为锐角或直角时, $\angle CAD = 90^\circ - \angle C$;

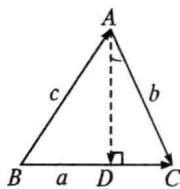
当 $\angle C$ 为钝角时, $\angle CAD = \angle C - 90^\circ$,

$$\text{所以 } c(-\sin B) + b \sin C = 0, c \sin B - b \sin C = 0,$$

$$\text{即 } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

$$\text{同理可得 } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}, \text{ 所以 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

师 在证明了正弦定理之后,我们来进一步学习正弦定理的应用. 观察正弦定理可知,正弦定理可以解决以下两类解斜三角形的问题:①已知两角与任一边,求其他两边和一角;②已知两边与其中一边的对角,求另一边的对角(从而进一步求出其他的边和角).



例题剖析

【例 1】 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$, $C = 100^\circ$, $a = 10$, 求 b, c (精确到 0.01).

分析: 此题属于已知两角和一角的对边求其他两边的问题,直接应用正弦定理可以求出边 c ,若求 b 则通过三角形内角和为 180° ,求出角 B ,再利用正弦定理求出边 b .

解: 因为 $A = 30^\circ$, $C = 100^\circ$,

所以 $B = 50^\circ$.

$$\text{因为 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

$$\text{所以 } b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{10 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 15.32,$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{10 \cdot \sin 100^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 19.70.$$

因此, b, c 的长分别为 15.32 和 19.70.

点评: (1) 此类问题结果为唯一解,学生较易掌握. 如果已知两角和两角所夹的边,也是先用内角和 180° 求出第三角,再利用正弦定理.

(2) 对于解三角形中的复杂运算可使用计算器. 具体说明见课本第 9 页,以本题中计算 b 为例,其操作如下: 按 $\boxed{1} \boxed{0} \boxed{\sin} \boxed{5} \boxed{0} \boxed{\div} \boxed{\sin} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{=}$.

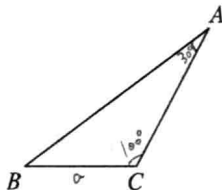
【例 2】 根据下列条件解三角形(边长精确到 0.01, 角度精确到 0.1).

(1) $a = 16$, $b = 26$, $A = 30^\circ$; (2) $a = 30$, $b = 26$, $A = 30^\circ$.

分析: (1) 此题属于已知两边和其中一边的对角,求其他边和角. 由大边对大角可知角 B 大于角 A , 所以角 B 可能为锐角, 可能为钝角, 所以有两种情况. 本题先根据正弦定理求出角 B , 再由三角形的内角和 180° 求角 C , 再求边 c .

(2) 此题与(1)的区别在于 $a > b$, 则角 A 大于角 B , 所以角 B 一定为锐角, 只有一种情况.

$$\text{解: (1) 由正弦定理 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B},$$



备课札记

$$\text{得 } \sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{26 \sin 30^\circ}{16} = \frac{13}{16},$$

所以 $B_1 \approx 54.3^\circ$ 或 $B_2 = 180^\circ - 54.3^\circ = 125.7^\circ$.

由于 $B_2 + A = 125.7^\circ + 30^\circ = 155.7^\circ < 180^\circ$, 故 B_2 也符合要求.

从而 B 有两解: $B_1 \approx 54.3^\circ$ 或 $B_2 = 125.7^\circ$.

当 $B_1 \approx 54.3^\circ$ 时,

$$C_1 = 180^\circ - (A + B_1) = 180^\circ - (30^\circ + 54.3^\circ) = 95.7^\circ,$$

$$c_1 = \frac{a \sin C_1}{\sin A} = \frac{16 \sin 95.7^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 31.84.$$

当 $B_2 = 125.7^\circ$ 时,

$$C_2 = 180^\circ - (A + B_2) = 180^\circ - (30^\circ + 125.7^\circ) = 24.3^\circ,$$

$$c_2 = \frac{a \sin C_2}{\sin A} = \frac{16 \sin 24.3^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 13.17.$$

$$(2) \text{ 由正弦定理, 得 } \sin B = \frac{b \sin A}{a} = \frac{26 \sin 30^\circ}{30} = \frac{13}{30},$$

所以 $B_1 = 25.7^\circ$ 或 $B_2 = 180^\circ - 25.7^\circ = 154.3^\circ$.

由于 $B_2 + A = 154.3^\circ + 30^\circ = 184.3^\circ > 180^\circ$,

故 B_2 不符合要求, 从而 B 只有一解,

$$C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (30^\circ + 25.7^\circ) = 124.3^\circ,$$

$$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{30 \sin 124.3^\circ}{\sin 30^\circ} \approx 49.57.$$

点评: (1) 通过(1)小题可使明确: 利用正弦定理求角有两种可能都符合题意, 可以通过分析获得, 这就要求熟悉已知两边和其中一边的对角时解三角形的各种情形, 当然对于不符合题意的解的取舍, 也可通过三角形的有关性质来判断.

(2) 对比(1)(2)两小题, 同样是已知两边和一边对角, 但可能出现不同的结果, 应强调学生注意解题的灵活性, 对于(2), 如果没有考虑到角 B 所受限制而求出角 B 的两个解, 进而求出边 c 两解, 也可利用三角形内两边之和大于第三边, 两边之差小于第三边这一性质进行验证而达到排除不符合题意的解.

(3) 关于利用计算器求角的方法, 见课本第8页, 其具体操作以例2(1)中求 $\sin B = \frac{13}{16}$ 的锐角 B 为例: 先要确认角度的显示单位 **[MODE]** **[MODE]** **[1]** 键, 以度为单位显示结果; 按 **[MODE]** **[MODE]** **[2]** 键, 则以弧度为单位显示结果, 然后按 **[SHIFT]** **[sin⁻¹]** **[(]** **[1]** **[3]** **[÷]** **[1]** **[6]** **[)]** **[=]** 键, 得锐角 B , 这里的括号不能省.

课堂小结

例 通过本节学习, 我们一起研究了正弦定理的证明方法, 同时了解了向量的工具性作用, 并且明确了利用正弦定理所能解决的两类有关三角形问题: 已知两角一边; 已知两边和其中一边的对角.

布置作业

完成课本第11页7, 习题1.1第1、2题.



板书设计

备课札记

正弦定理

多媒体演示区

1. 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

2. 证明方法

(1) 几何方法

(2) 向量法

3. 利用正弦定理解决两类问题

例 1

例 2

课堂小结

习题详解

课本第 9 页练习

1. B 解析: 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$, 可知 $\frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{8}{\sin 45^\circ}$,

$$\text{所以 } a = \frac{8 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = 4\sqrt{2}.$$

2. 解析: (1) 因为 $A = 75^\circ, B = 45^\circ$, 所以 $C = 60^\circ$.

$$\text{因为 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

$$\text{所以 } a = \frac{c \sin A}{\sin C} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sin 75^\circ}{\sin 60^\circ} = 3 + \sqrt{3},$$

$$b = \frac{c \sin B}{\sin C} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{所以 } a = 3 + \sqrt{3}, b = 2\sqrt{3}.$$

(2) 因为 $A = 30^\circ, B = 120^\circ$, 所以 $C = 30^\circ$.

$$\text{因为 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

$$\text{所以 } a = \frac{b \sin A}{\sin B} = \frac{12 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} = 4\sqrt{3},$$

$$c = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{12 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} = 4\sqrt{3}.$$

$$\text{所以 } a = b = 4\sqrt{3}.$$

3. 解析: (1) 由正弦定理 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,

$$\text{可知 } \sin B = \frac{b \sin C}{c} = \frac{40 \sin 25^\circ}{20} \approx 0.8452,$$

$$\text{所以 } B_1 \approx 57.7^\circ \text{ 或 } B_2 = 180^\circ - 57.7^\circ = 122.3^\circ.$$

$$\text{由于 } B_2 + C = 122.3^\circ + 25^\circ = 147.3^\circ < 180^\circ,$$

故 B_2 也符合要求.

从而 B 有两解: $B_1 \approx 57.7^\circ$ 或 $B_2 = 122.3^\circ$.

当 $B_1 \approx 57.7^\circ$ 时,

$$A_1 = 180^\circ - (25^\circ + 57.7^\circ) = 97.3^\circ,$$

$$a_1 = \frac{c \sin A_1}{\sin C} = \frac{20 \sin 97.3^\circ}{\sin 25^\circ} \approx 46.94.$$

备课札记

当 $B_2 = 122.3^\circ$ 时,

$$A_2 = 180^\circ - (25^\circ + 122.3^\circ) = 32.7^\circ,$$

$$a_2 = \frac{c \sin A_2}{\sin C} = \frac{20 \cdot \sin 32.7^\circ}{\sin 25^\circ} \approx 25.57.$$

(2) 由正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$,

$$\text{得 } \sin A = \frac{a \sin B}{b} = \frac{26 \times \sin 30^\circ}{13} = 1,$$

所以 $A = 90^\circ$,

$$C = 180^\circ - 30^\circ - 90^\circ = 60^\circ.$$

$$\text{由 } \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C},$$

$$\text{得 } c = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{13 \times \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = 13\sqrt{3},$$

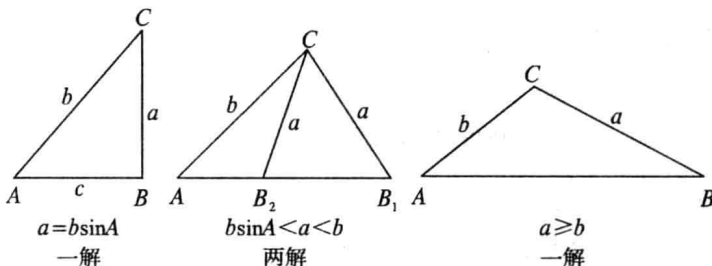
所以 $A = 90^\circ, C = 60^\circ, c = 13\sqrt{3}$.

备课资料

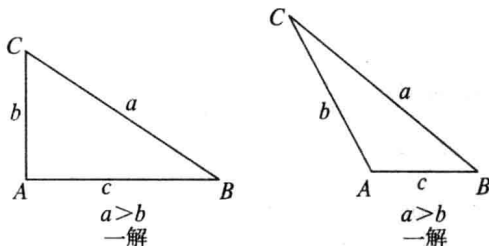
1. 判断三角形解的方法

“已知两边和其中一边的对角”解三角形,这类问题分为一解、两解和无解三种情况,一方面可由几何图形判定:

(1) A 为锐角



(2) A 为直角或钝角



另一方面,也可以利用正弦函数的有界性进行分析:

设已知 a, b, A , 则利用正弦定理

$$\sin B = \frac{b \sin A}{a},$$

如果 $\sin B > 1$, 则问题无解;

如果 $\sin B = 1$, 则问题有一解;



备课札记

如果求出的 $\sin B < 1$, 则可得 B 的两个值, 但要通过“三角形内角和定理”或“大边对大角”等三角形有关性质进行判断.

2. 利用正弦定理进行边角互换

对于三角形中的三角函数, 在进行恒等变形时, 常常将正弦定理写成

$$a = 2R \sin A, b = 2R \sin B, c = 2R \sin C \text{ 或 } \sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}.$$

3. 向量方法证明三角形中的射影定理

在 $\triangle ABC$ 中, 设三内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c ,

$$\therefore \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB},$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} \cdot (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}.$$

$$\therefore |\overrightarrow{AC}|^2 + |\overrightarrow{AC}| |\overrightarrow{CB}| \cos(180^\circ - C) = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos A.$$

$$\therefore |\overrightarrow{AC}| - |\overrightarrow{CB}| \cos C = |\overrightarrow{AB}| \cos A.$$

$$\therefore b - a \cos C = c \cos A.$$

$$\text{即 } b = c \cos A + a \cos C.$$

①

类似的还有

$$c = a \cos B + b \cos A,$$

②

$$a = b \cos C + c \cos B.$$

③

上述三式称为三角形中的射影定理.

1.1.2 正弦定理的运用

从容说课

正弦定理是关于任意三角形边角之间关系的重要定理. 正弦定理在测量、物理、几何等方面有着广泛的应用. 这一节重点利用正弦定理解决简单的实际问题以及与三角形性质有关的几何问题. 通过实际例题激发学生的学习兴趣, 利用正弦定理的灵活运用、证明三角形的几何性质和三角形的判断, 培养学生分析问题的能力, 提高学生学习数学的热情.

教学重点 正弦定理的变形与运用.

教学难点 1. 将实际问题转化成解三角形问题.

2. 正弦定理的变形与应用.

教具准备 做好课件.

三维目标

一、知识与技能

1. 熟练掌握正弦定理的变形与运用.
2. 进一步熟练三角函数公式和三角形中的有关性质.
3. 学会将实际问题转化成解三角形的问题来求解.

二、过程与方法

1. 启发式教学, 启发学生对实际问题的分析与转化, 培养学生解决问题的能力.