

民國十九年出版

初級中學學生用

初中三角

— 編輯者 —

胡雪松 龔昂雲

— 校訂者 —

廖偉藩 金通尹

上海世界書局印行

中華民國十九年七月
初版

初級中學
教科書

初中三角（全一冊）

（每冊定價銀九角）
（外埠酌加郵費滙費）

版權所有
不准翻印

編輯者

胡龔

雪昂

松雲

校訂者

廖金

偉通

藩尹

印刷兼
發行者

上海

世界大連書局

路局

發行所

上海四馬路
暨各省

世界書局

提 要

學習算學的目的，是在解決一切數的問題，所以應用方面固須有應付的能力，理論方面也須有充實的基礎。三角術是應用很繁的一種科學，所以理論和應用方面，也和以前學過的算術，代數和幾何一樣——應有充實的基礎和能力。本書雖是初中教本，材料祇及大意，不涉高深，但於上述二項，亦曾予以充分的注意和努力，我們可先在此處一談：

1. 理論方面 三角術的基礎是函數，本書對於函數的理論，自首至尾不憚反復說明，務使學者能確切的明瞭函數的意義和相互間的關係。所以每述一理，必用實例引證，圖解說明，隨處用代數學和幾何學的方法來證驗。編者覺得這樣編制，對於三角函數的理論，必能前

後聯絡，互相發明，而理論的基礎，也必能顛撲不破了。

2.應用方面 三角函數的理論，既有充實的基礎，那麼應用方面，也自能融會貫通，得心應手。本書對於應用方面如直角三角形和斜三角形的解法以及高與距離的測量等，都有詳密的舉例和解說。但三角術的應用，不但能解決那些問題就算完事；在高深科學裏面，很多要用到三角術的。所以本書在這一方面，就充分應用函數的理論來解說各種應用問題，希望學者也能以理論的基礎來應付一切，作為研究高深科學的預備。

上面所說兩項，當然不能說是本書的優點，但編者自信在可能範圍內，已十分努力，要使諸君讀完本書，確實能達到學習三角術的最大目的，所以即使為分量限制，而諸君所需要的已完全無缺了。敬祝 努力成功！

編 輯 大 意

1. 本書依照國民政府教育部最近公布初中課程標準編輯而成，供初級中學第三學年之用。

2. 本書取材簡單而於理論應用，同樣注重。查初中三角一科，照課程標準祇及大意，不涉高深，然初中學程實為研究高深科學的基礎，故應用方面，固須有解決的能力；而理論方面，亦須有充實的基礎。本書選材，即本此旨。

3. 初中學生學習三角以前，對於數理觀念，當已有嚴密的訓練。本書體例謹嚴，說理精賅，舉例亦詳。選擇問題，多以能引起興趣者為主。

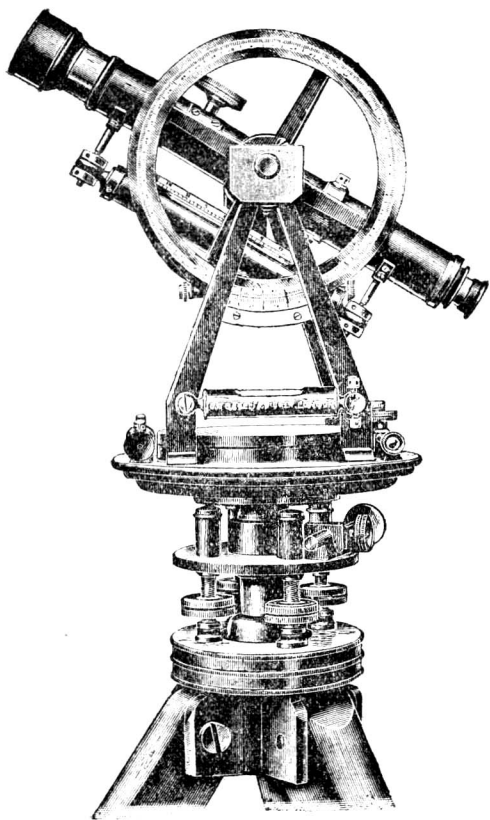
4. 本書除普通應用問題外，并論及航海測量，俾學者修畢三角一科，至少有應付一切三角問題的能力。

5. 本書選材又以豐富切實為目標，故全部分量當能適合初中程度第三學年學生的需要。惟依課程標準，三角一科的教學時間只有一學期，故在本書各章中除必先教學者外，餘皆於篇首加一星號，教學時倘因時間關係，可擇要變更。

6. 本書卷末附有附錄四種,使學者得計算上的便利和應用.

7. 本書倘有不妥之處,務請指正.

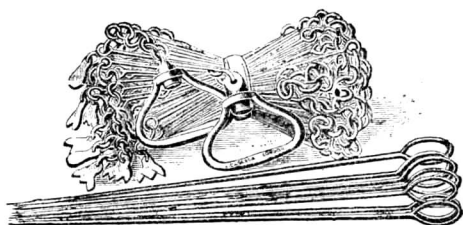
編者附識



經 偉 儀



卷 尺



測 鍊

初中三角術

目 次

第一章	角的測法	1
第二章	銳角的三角函數	9
第三章	三角函數相互的關係	15
第四章	45° , 60° 和 30° 的函數, 餘角的 函數	27
第五章	函數和對數	37
第六章	直角三角形的解法	53
第七章	應用問題	61
第八章	任意角的函數	72
第九章	三角函數的變化	84
第十章	$-A$, $90^\circ \pm A$, $180^\circ \pm A$, $270^\circ \pm A$	

	及 $360^\circ \pm 4$ 的圓函數	97
第十一章	二角和或差及倍角的函 數	110
第十二章	兩角函數的和差與分角 的函數	137
第十三章	三角形邊與角的關係	150
第十四章	斜三角形的解法	163
第十五章	高與距離的測量	176
第十六章	三角形及多邊形的性質*	189
第十七章	三角方程式*	208
第十八章	逆三角函數*	219
	附錄四種	

初中三角術

第一章 角的測法

§1. 總論 三角術 (Trigonometry) 是研究三角形中角和邊的關係,應用於量法的一種科學在幾何學中,一個三角形,必有三個角和三條邊;假如這六件之中有三件是已知, (但其中至少有一邊) 則其餘的三件便可求得了例如兩地的距離,航路的方向,行星的距離,都不易直接量得的;只有根據三角形中角和邊的關係,應用於測地,航海,天文等科,那麼那些不易直接量算的問題,便易解決,這就是三角術的最大功用.

三角術的起源很早,相傳在公元前

二世紀時希臘人希巴乞司 (Hipparchus) 卽有著述。公元後二世紀時，希臘人多羅滿 (Ptolemy) 著 *Almagest* 一書，包含許多三角術定理。後來又經許多學者把多羅滿的理論，愈加闡明，三角術的理論和方法才更詳備。中國在古代也已有人研究，叫做勾股。漢張蒼著“九章算法”，魏劉徽著“海島算經”，南宋秦九韶發明“三斜求積法”等，他們所用的算法，都和現在所用的相似，不過偏於直角三角形的解法罷了。後來元時有郭守敬研究球面三角術，明末徐光啓等研究西學，才把西洋的三角術傳入中國。

研究平面上的三角形，叫平面三角術 (Plane Trigonometry)；研究球面上的三角形，叫球面三角術 (Spherical Trigonometry)。本書取材，只限於平面三角術。

§2. 測角的單位 測角必先定一角做單位,通常測角時定單位的方法有二:一是六十分法 (Sexagesimal Measure), 一是弧度法 (Circular Measure); 但普通測角,常用前法.此外尚有以法國度分秒制測角的叫百分法 (Centesimal Measure), 今已不用.

§3. 六十分法 以直角做單位,用來量角,若不滿一直角的角,則以直角的九十分之一測之,叫做度;小於一度的角,則以一度的六十分之一測之,叫做分;分的六十分之一,叫做秒.用度,分,秒做測角的單位者,稱為六十分法;而以 $^{\circ}$, $'$, $''$, 做度,分,秒的記號.

例如: 十八度二十分三十五秒記做 $18^{\circ}20'35''$.

尋常量角度時,可用量角器量;在戶外測量時,常用經緯儀 (Transit) 量 (見卷首附圖). 經緯儀裝於三足架上,圓盤下

部是準水平的螺旋,上部裝一望遠鏡 (Telescope), 能自由向左右上下移動.向左右移動時,可從面板上量得其水平角;向上下移動時,可從圓輪的刻度,量得其仰角及俯角.此外還有卷尺,測鍊等,都是測量距離和高度時應用的工具.

§4. 半徑角 立於與半徑相等的弧上的圓心角,叫半徑角 (Radian).

§5. π 二圓周的比與其半徑的比相等,在幾何學裏,已經證明.茲令二圓的圓周爲 $C_1 C_2$,半徑爲 $r_1 r_2$,

$$\text{則} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{r_1}{r_2},$$

$$\text{即} \quad \frac{C_1}{r_1} = \frac{C_2}{r_2}.$$

由上式觀之,圓周與其半徑的比,不論圓的大小如何,常爲一定數;故以直徑除圓周,亦爲一定數,這定數常用 π 表之,

其值約爲 3.1416 或 $\frac{22}{7}$.

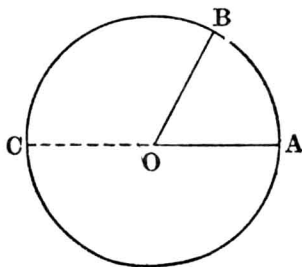
§6. 圓周,半徑和 π 的關係 設 C 爲圓周, r 爲其半徑,由前節得

$$\frac{\text{圓周}}{\text{直徑}} = \pi,$$

$$\therefore \frac{C}{2r} = \pi;$$

$$\text{或 } \underline{C = 2\pi r.}$$

§7. 半徑角是定角 以 O 爲圓心,任意的長 OA 做半徑,作圓



於圓周上取 AB 弧,等於半徑 OA ,連結 OB ,則 $\angle AOB$ 爲半徑角.

延長 AO ,設與圓周交於 C ,由幾何

學定理得

$$\begin{aligned}\frac{\angle AOB}{\text{二直角}} &= \frac{\widehat{AB}}{\widehat{ABC}} \\ &= \frac{\text{半徑}}{\text{半周}} \\ &= \frac{r}{\pi r} \\ &= \frac{1}{\pi}.\end{aligned}$$

$\frac{1}{\pi}$ 是一定數，即半徑角與二直角的比是一定數。故無論圓的大小如何，半徑角是一定角。

§8. 弧度法 由前節知半徑角爲一定角，故可用來做測角的單位，名曰弧度法，高等數學中多用之。

§9. 六十分法與弧度法的關係 由半徑角的定義，可以知道一周角所含的半徑角是 2π ，但一周角是 360°

$$\therefore 360^\circ = 2\pi \text{ 半徑角,}$$

$$180^\circ = \pi \text{ 半徑角}$$

$$\therefore 1 \text{ 半徑角} = \frac{1}{\pi} \times 180^\circ$$

$$\underline{\underline{= 57^\circ 17' 45'';}}$$

反之

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \text{ 半徑角}$$

$$\underline{\underline{= \frac{\pi}{180} \text{ 半徑角}}}$$

$$\underline{\underline{= 0.017453 \text{ 半徑角.}}}$$

上二式表明六十分法與弧度法的關係,現在再把幾種角度和半徑角的等數,列表如下:

$$360^\circ = 2\pi \text{ 半徑角} \qquad 45^\circ = \frac{1}{4}\pi \text{ 半徑角}$$

$$180^\circ = \pi \text{ 半徑角} \qquad 30^\circ = \frac{1}{6}\pi \text{ 半徑角}$$

$$90^\circ = \frac{1}{2}\pi \text{ 半徑角} \qquad 15^\circ = \frac{1}{12}\pi \text{ 半徑角}$$

$$60^\circ = \frac{1}{3}\pi \text{ 半徑角} \qquad 22.5^\circ = \frac{1}{8}\pi \text{ 半徑角}$$

例題 1. 化 75° 爲半徑角.